



# Modélisation du magnétisme solaire : de son origine interne à ses manifestations en surface

Laurene Jouve

## ► To cite this version:

Laurene Jouve. Modélisation du magnétisme solaire : de son origine interne à ses manifestations en surface. Astrophysique [astro-ph]. Université Paris-Diderot - Paris VII, 2008. Français. NNT : . tel-00443886

**HAL Id: tel-00443886**

**<https://theses.hal.science/tel-00443886>**

Submitted on 4 Jan 2010

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

É  
U P -D

T

présentée pour obtenir le grade de

docteur de l'Université Paris-Diderot

Spécialité : astrophysique et méthodes associées

par

**LAURÈNE JOUVE**

---

**Modélisation du magnétisme solaire :  
de son origine interne à ses manifestations en surface**

---

Thèse dirigée par Allan Sacha Brun

Soutenue publiquement le 12 Décembre 2008  
à l'amphithéâtre Claude B de Saclay  
devant le jury composé de :

Pr. Jacques L B	.....	Président
Pr. Paul C	.....	Rapporteur
Dr. Tahar A	.....	Rapporteur
Dr. Brigitte S	.....	Examinatrice
Dr. Jean-Paul Z	.....	Examineur
Pr. Viggo H	.....	Examineur
Dr. Allan Sacha B	.....	Directeur de thèse

Service d'Astrophysique  
IRFU/DSM/CEA – Saclay  
laurene.jouve@cea.fr



# Remerciements

Je tiens tout d'abord à exprimer ma gratitude à tous les membres de mon jury, en commençant par Jacques Le Bourlot qui, à ma plus grande joie, a accepté d'en assurer la présidence. Tahar Amari et Paul Charbonneau, merci à vous deux d'avoir relu de manière approfondie ce petit texte de 238 pages et de m'avoir fait part de vos commentaires et questions qui ont permis la nette amélioration de ce manuscrit. Je remercie Brigitte Schmieder de m'avoir fait l'honneur de faire partie de mon jury, de ces commentaires détaillés sur la thèse et de sa gentillesse et sa bonne humeur qui me font penser que le métier de chercheur semble rendre heureux. Merci bien sur à Jean-Paul pour sa disponibilité, sa gentillesse et son immense connaissance des étoiles, qui me font penser que la recherche à son niveau nécessite une grande part de talent. Merci à Viggo mon ami viking, qui m'a fait le plaisir de faire le voyage depuis Oslo pour venir assister à ma soutenance. Son humour et sa sympathie m'ont accompagnée à travers le monde, durant nos conférences en Ecosse, au Venezuela ou encore au Japon. Enfin bien sur, je tiens à exprimer ma très profonde gratitude à mon bienveillant directeur de thèse Sacha Brun, sans qui tout le travail présenté ici n'aurait vraisemblablement jamais vu le jour. Sacha, je te remercie pour ta disponibilité, ta bonne humeur et ton enthousiasme, tes encouragements dans tous les moments de doute qui ont parsemé ces trois ans de travail, tes explications détaillées concernant ces processus MHD si complexes et bien sur je te remercie pour ton goût des voyages et de la bonne cuisine, que j'ai souvent pu partager avec toi durant les trois ans et demi que j'ai passés au Service d'Astrophysique.

Ma thèse ne se serait jamais aussi bien déroulée si je n'avais pas bénéficié d'un environnement de travail si agréable, je remercie donc particulièrement le directeur du Service d'Astrophysique Pierre-Olivier Lagage et tout le groupe du Laboratoire d'Astrophysique Nucléaire et Plasmas Stellaires : Stéphane Mathis (merci pour ton aide précieuse), Rafael Garcìa, Sacha et Sylvaine Turck-Chièze que je remercie tout particulièrement pour son accueil au sein de son groupe. J'ai été très heureuse d'avoir la chance de côtoyer des chercheurs brillants et sympathiques Edouard Audit, Romain Teyssier, Frédéric Thais, Thierry Foglizzo, Sébastien Fromang et mes chers cothésards et associés, tout aussi brillants et sympathiques, avec qui j'ai partagé de belles soirées et/ou pauses cafés, petits déjeuners, gouters, fondues au chocolat,... à la kfet' : Yohan, Fabio, Clément, Julien, Guillaume, Samuel, Ana, Laurie, Sandrine la maman, Sandrine la volleyeuse, Savita, Pierrick, Vincent, Arnaud, Maud, Timea, Sacha, Nicolas, Alain, Anaïs, Matthias, Yann et Pascal.

D'un point de vue plus personnel bien sur je remercie mes parents et mon docteur de frère, Florent, qui ont su me soutenir et me faire garder le sourire dans certains moments de fébrilité. Yannick bien sur je te remercie de m'avoir supportée et d'être là pour moi, je ferai tout pour te rendre la vie agréable quand ce sera à toi de rédiger ta thèse, promis. J'adresse également un remerciement particulier à Emilie et Sarah mes colocos qui ont subi quelques uns de mes états d'âme parce qu'elles n'avaient pas vraiment le choix parfois. Enfin, pour finir en beauté, merci beaucoup au G4 (Alex le tennisman, Soizic la baroudeuse et Pascal l'intrépide), à Cécile, Charlotte, Ludivine, Thomas, Romain, Laurent, Etienne, Lothaire, Loïc et Antonio pour leur amitié.

---





# Résumé

Cette thèse s'inscrit dans le contexte général de l'étude des processus dynamiques intervenant dans les étoiles tels que la convection, la rotation ou le champ magnétique et de leurs interactions non-linéaires. Les résultats de simulations numériques obtenus avec le code 2D éléments finis STELEM et le code pseudo-spectral 3D ASH sont présentés.

La première partie de cette thèse concerne la modélisation globale de la dynamo solaire, mécanisme de régénération du champ magnétique. Via des simulations numériques 2D utilisant la théorie des champs moyens, j'ai pu étudier l'influence d'une circulation méridienne au profil complexe dans les modèles de Babcock-Leighton. Même si ces modèles sont capables de reproduire une période de 22 ans, de nombreuses caractéristiques du cycle telles que la migration des taches solaires vers l'équateur sont perdues. Nous montrons que des doutes peuvent être formulés sur la capacité de ces modèles à rendre compte du fonctionnement réel de la dynamo solaire. Dans l'objectif de mieux contraindre les effets de la variabilité du cycle solaire sur le climat terrestre, nous présentons ensuite un premier effort d'application en physique solaire de techniques de prédiction sophistiquées utilisées en météorologie.

J'ai également pu effectuer les premiers calculs MHD 3D en géométrie sphérique d'une des étapes clés de la dynamo : l'évolution non-linéaire de structures magnétiques de la base de la zone convective vers la surface où elles émergent sous forme de régions actives. Les effets globaux de la force de courbure magnétique et des écoulements moyens sont pris en compte. Des champs faibles sont susceptibles d'être modulés par les mouvements convectifs, favorisant ainsi l'émergence à des longitudes privilégiées. Nous montrons qu'il est nécessaire de prendre en compte l'effet de la convection dans l'angle de tilt et non d'expliquer la loi de Joy uniquement par la rotation et la force de Coriolis induite. L'introduction d'une atmosphère dans ces modèles est une étape vers une vision 3D globale du Soleil.

---



# Abstract

This thesis is part of the general study of dynamical processes involved in stars such as convection, rotation or magnetic fields and of their nonlinear interactions. The results of numerical simulations using the 2D finite element code STELEM and the pseudo-spectral 3D code ASH are presented.

The first part of this work focuses on the global modeling of the solar dynamo. Through 2D simulations using mean-field theory, I studied the influence of a complex profile of meridional flow in Babcock-Leighton models. Even if the 22-yr cycle period can be reproduced by these models, the resulting butterfly diagram is affected to a point where it is unlikely that such multicellular meridional flows persist for a long period of time inside the Sun, without having to reconsider the model itself. We thus show that there may be doubts about the ability of such models to reproduce the main characteristics of the solar cycle. In order to better constrain the effects of solar variability on the Earth climate, we present a first application in solar physics of sophisticated prediction methods which are used in meteorology.

I also computed the first 3D MHD simulations in spherical geometry of a key step in the solar dynamo : the nonlinear evolution of magnetic structures from the base of the convection zone up to the surface where they produce active regions. The global effects of hoop stresses and mean flows are taken into account. Weak fields are likely to be modulated by convective motions, thus creating favored longitudes of emergence. We show that the effect of convective motions on the tilt angle has to be taken into account and that Joy's law should not be explained exclusively by the Coriolis force acting on the flux rope. The introduction of an atmosphere in these models is a step towards a 3D global vision of our Sun.

---



# Table des matières

<b>Remerciements</b>	<b>iii</b>
<b>Résumé</b>	<b>v</b>
<b>Abstract</b>	<b>vii</b>
 <b>I Processus magnétohydrodynamiques dans les étoiles</b>	 <b>1</b>
<b>1 Convection, rotation, turbulence et magnétisme dans les étoiles</b>	<b>3</b>
1.1 Structure interne des étoiles . . . . .	3
1.1.1 Les étoiles à travers le diagramme HR . . . . .	3
1.1.2 Où se situe notre étoile dans ce paysage stellaire ? . . . . .	6
1.2 La convection, la rotation et l'activité magnétique . . . . .	8
1.2.1 Les étoiles actives . . . . .	8
1.2.2 Le Soleil : un objet fortement turbulent et magnétique . . . . .	13
1.2.3 La simulation numérique, outil puissant d'étude de la MHD stellaire . . . . .	18
 <b>2 Magnétohydrodynamique et processus dynamo</b>	 <b>21</b>
2.1 Equations de la dynamique des fluides et des plasmas . . . . .	21
2.1.1 Cas hydrodynamique . . . . .	21
2.1.2 Cas magnétohydrodynamique . . . . .	24
2.2 L'effet dynamo . . . . .	26
2.2.1 Généralités . . . . .	26
2.2.2 Différentes dynamos et différentes échelles . . . . .	27
2.2.3 Les mécanismes clés de la dynamo grande échelle . . . . .	29
2.3 Les dynamos expérimentales et naturelles . . . . .	32
2.3.1 Les dynamos expérimentales . . . . .	32
2.3.2 Les processus dynamo dans les objets astrophysiques . . . . .	34
 <b>II Modélisation 2D de la dynamo solaire globale</b>	 <b>39</b>
<b>3 La dynamo champ moyen</b>	<b>41</b>
3.1 L'équation d'induction moyennée . . . . .	41
3.1.1 La séparation d'échelles et le processus de moyenne . . . . .	41
3.1.2 La First Order Smoothing Approximation . . . . .	42
3.1.3 Modèles cinématiques et modèles dynamiques : traitement des non-linéarités . . . . .	45
3.2 Un benchmark international . . . . .	47

3.2.1	Importance de la validation du code et objectifs du benchmark . . . . .	47
3.2.2	Les cas standards de dynamo étudiés . . . . .	48
3.2.3	L'accord des résultats obtenus . . . . .	49
3.2.4	Conclusions . . . . .	53
<b>4</b>	<b>Influence de la circulation méridienne sur le cycle solaire</b>	<b>67</b>
4.1	Le modèle standard de Babcock-Leighton . . . . .	67
4.1.1	Petit historique des modèles 2D de dynamo solaire . . . . .	67
4.1.2	Le modèle à une cellule méridienne par hémisphère . . . . .	68
4.1.3	Les limitations du modèle . . . . .	69
4.2	Vers une circulation méridienne complexe . . . . .	70
4.2.1	Indications observationnelles et issues des modèles d'une circulation plus complexe	70
4.2.2	Rappel des résultats dans les cas à plusieurs cellules en latitude . . . . .	72
4.2.3	Des circulations plus complexes : quel effet sur les caractéristiques du cycle ? . .	73
4.2.4	Conclusions . . . . .	76
<b>5</b>	<b>Variabilité solaire, vers une prédiction du cycle ?</b>	<b>91</b>
5.1	Variabilité solaire et modulation du cycle . . . . .	91
5.1.1	Une activité solaire variable . . . . .	91
5.1.2	Les tentatives de prédiction . . . . .	93
5.2	L'assimilation de données comme technique de prévision . . . . .	93
5.2.1	Méthode séquentielle . . . . .	94
5.2.2	Méthode variationnelle . . . . .	94
5.3	Application pour un modèle de dynamo $\alpha\Omega$ . . . . .	96
5.3.1	Le modèle numérique direct . . . . .	96
5.3.2	L'équation d'induction adjointe . . . . .	98
5.3.3	Le code adjoint . . . . .	100
5.3.4	Premiers résultats et perspectives . . . . .	101
<b>III</b>	<b>Emergence de flux magnétique en zone convective turbulente</b>	<b>103</b>
<b>6</b>	<b>L'émergence de flux magnétique dans les étoiles de type solaire</b>	<b>105</b>
6.1	Evidences observationnelles . . . . .	106
6.1.1	Structure des régions actives . . . . .	106
6.1.2	Dynamique de l'émergence . . . . .	109
6.1.3	L'émergence de flux comme mécanisme de déclenchement des éjections de masse coronale . . . . .	110
6.2	Les modèles théoriques et le lien avec la dynamo stellaire : d'où viennent les structures émergentes ? . . . . .	111
6.2.1	Lien avec la tachocline . . . . .	112
6.2.2	Une étape possible du processus dynamo . . . . .	114
6.3	Calculs thin flux tubes et MHD . . . . .	116
6.3.1	Les modèles thin flux tube . . . . .	117
6.3.2	Les simulations MHD 2D et 3D . . . . .	118
6.3.3	Vers des modèles plus réalistes . . . . .	119

<b>7</b>	<b>Evolution de tubes de champ magnétique en zone isentropique</b>	<b>121</b>
7.1	Le cas de référence . . . . .	121
7.1.1	Le modèle hydrodynamique . . . . .	121
7.1.2	L'introduction du tube de flux . . . . .	123
7.2	Rôle de différents paramètres . . . . .	127
7.2.1	Le paramètre de torsion (twist) . . . . .	127
7.2.2	L'influence de la rotation . . . . .	128
7.2.3	L'influence de la latitude d'introduction . . . . .	130
7.2.4	Introduction de boucles $\Omega$ et régions émergentes . . . . .	131
7.2.5	Conclusions . . . . .	134
<b>8</b>	<b>Evolution de tubes de champ magnétique en zone complètement convective</b>	<b>141</b>
8.1	Le modèle hydrodynamique . . . . .	141
8.1.1	Propriétés de la convection . . . . .	142
8.1.2	Création des champs de vitesse grande échelle . . . . .	144
8.2	Introduction de tubes de flux dans la convection développée . . . . .	147
8.2.1	Conditions initiales . . . . .	147
8.2.2	Les nouveaux paramètres fondamentaux et la comparaison aux cas isentropiques . . . . .	148
8.3	L'interaction avec la convection . . . . .	149
8.3.1	Au cœur de la zone convective . . . . .	149
8.3.2	L'évolution à plus long terme . . . . .	151
8.4	Les structures émergentes . . . . .	153
8.4.1	Existence de longitudes actives . . . . .	153
8.4.2	Tilt des régions actives . . . . .	154
8.5	Les champs de vitesse à grande échelle et leur influence sur la structure magnétique . . . . .	155
8.5.1	La rotation différentielle . . . . .	155
8.5.2	La circulation méridienne . . . . .	157
8.6	Effets de l'introduction d'une atmosphère . . . . .	159
8.6.1	L'atmosphère solaire et les modèles existants . . . . .	159
8.6.2	Le modèle hydrodynamique . . . . .	161
8.6.3	Premiers résultats . . . . .	164
8.6.4	Perspectives . . . . .	165
<b>IV</b>	<b>Conclusion et perspectives</b>	<b>167</b>
<b>V</b>	<b>Annexes</b>	<b>177</b>
<b>A</b>	<b>Nombres sans dimension</b>	<b>179</b>
<b>B</b>	<b>Le code Anelastic Spherical Harmonic (ASH)</b>	<b>181</b>
B.1	Les Équations MHD anélastiques . . . . .	181
B.2	La Méthode Numérique . . . . .	182
<b>C</b>	<b>Le code STellar ELEMENTS (STELEM)</b>	<b>187</b>
C.1	La méthode des éléments finis . . . . .	187
C.2	Le code STELEM : Intégrations spatiale et temporelle . . . . .	190



<b>D Le code adjoint de dynamo <math>\alpha\Omega</math></b>	<b>195</b>
<b>Table des figures</b>	<b>203</b>
<b>Liste des tableaux</b>	<b>205</b>
<b>Bibliographie</b>	<b>207</b>

---

## **Première partie**

# **Processus magnétohydrodynamiques dans les étoiles**

---



## Chapitre 1

# Convection, rotation, turbulence et magnétisme dans les étoiles

### Sommaire

<b>1.1</b>	<b>Structure interne des étoiles . . . . .</b>	<b>3</b>
1.1.1	Les étoiles à travers le diagramme HR . . . . .	3
1.1.2	Où se situe notre étoile dans ce paysage stellaire ? . . . . .	6
<b>1.2</b>	<b>La convection, la rotation et l'activité magnétique . . . . .</b>	<b>8</b>
1.2.1	Les étoiles actives . . . . .	8
1.2.2	Le Soleil : un objet fortement turbulent et magnétique . . . . .	13
1.2.3	La simulation numérique, outil puissant d'étude de la MHD stellaire . . . . .	18

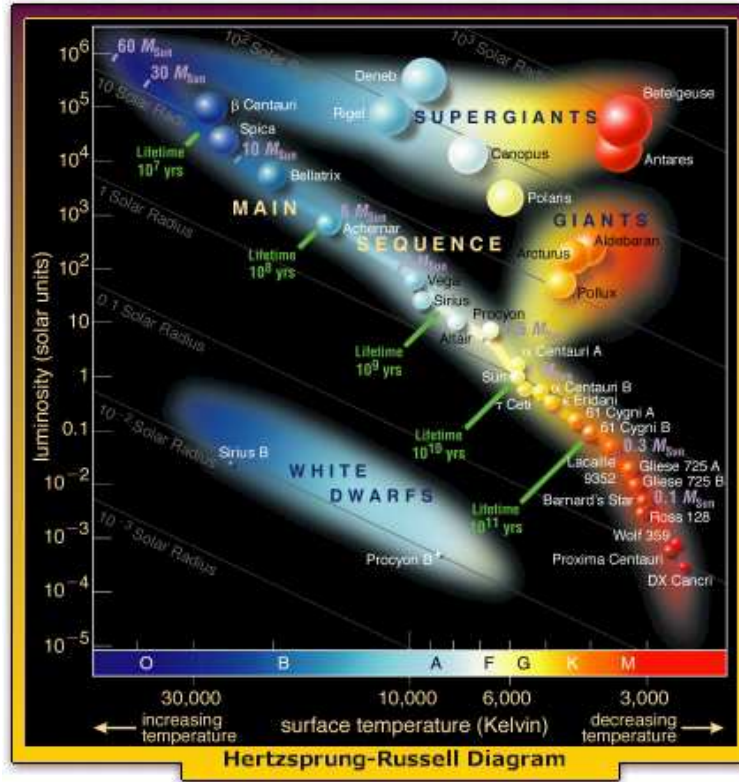
Ce chapitre est consacré à la description du contexte astrophysique dans lequel s'inscrivent mes travaux de thèse. Nous résumons de manière très succincte les informations que peut nous fournir l'étude de l'évolution des étoiles de leur naissance à leur mort puis nous précisons la situation du Soleil, notre étoile, dans cet environnement stellaire. Les processus dynamiques intervenant dans ces objets astrophysiques et leurs interactions non-linéaires sont fondamentaux pour comprendre leur comportement et c'est pourquoi nous allons nous concentrer ici sur des phénomènes physiques tels que la convection, la rotation, le magnétisme et la dynamique globale des étoiles et du Soleil en particulier.

## 1.1 Structure interne des étoiles

### 1.1.1 Les étoiles à travers le diagramme HR

La plupart d'entre nous avons un jour eu la chance de contempler un ciel nocturne sans nuage et d'admirer la multitude d'objets plus ou moins brillants le composant. Mais la diversité des étoiles ne réside pas uniquement dans leurs différences de luminosité mais aussi dans leurs différences de couleurs. Et cette information sur la couleur ou le type spectral d'une étoile nous renseigne sur sa température de surface. Ainsi, lorsqu'un astronome étudie une certaine étoile pour la première fois, il va déterminer grâce à l'étude de son spectre sa température de surface et sa luminosité qui constituent les coordonnées du célèbre diagramme d'Hertzsprung-Russell (ou diagramme HR). La figure 1.1 est une représentation de ce diagramme, avec en abscisse la température de surface en Kelvin ou le type spectral, en ordonnée la luminosité en multiples de la valeur solaire et où les lignes d'isothermes sont représentées. Lorsqu'une étoile aura été placée sur le diagramme HR par exemple sur la séquence principale, nous pourrons la plupart du temps connaître son rayon ou ses modes de production et de transport d'énergie via un modèle

numérique. En effet, sur la séquence principale on peut montrer qu'il existe des relations simples entre la masse et le rayon de l'étoile ( $R \propto M^{0.8}$ ) et sa masse et sa luminosité ( $L \propto M^{3.5}$ ). De leur naissance dans les nuages moléculaires jusqu'à leur mort parfois spectaculaire, les étoiles évoluent dans ce diagramme HR, parcourant différentes branches selon leur masse initiale.

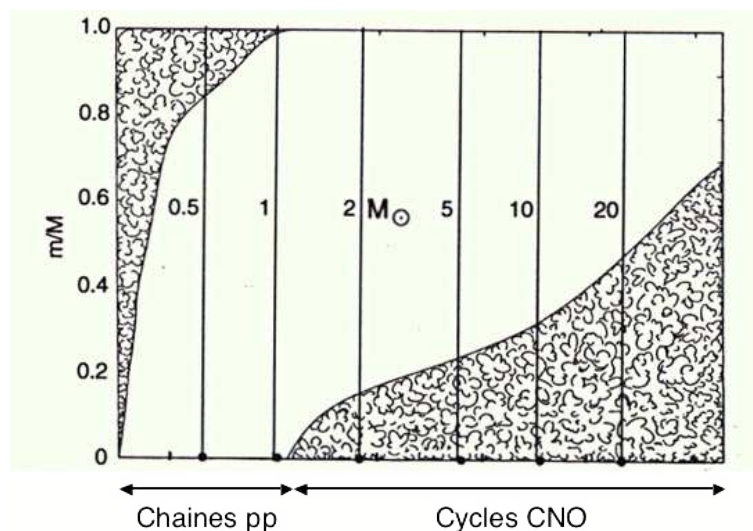


F . 1.1 – Diagramme d'Hertzsprung-Russell. Crédit : Cosmic Perspective, 3ème édition.

Rappelons brièvement les différentes phases d'évolution d'une étoile dans ce diagramme HR. La naissance d'une étoile prend place dans un nuage d'hydrogène moléculaire d'une taille typique de quelques dizaines de parsecs (1 parsec = 3.26 années lumières) pour une masse de l'ordre de  $10^4 M_{\odot}$ . L'instabilité gravitationnelle va causer l'effondrement des coeurs enfouis dans ces nuages moléculaires et leur contraction. Les phases initiales de cet effondrement se déroulent sur des temps caractéristiques de l'ordre du temps dynamique, impliquant ainsi des phénomènes liés à la turbulence, au champ magnétique, à la rotation, à l'accrétion et aux pertes de masse. On obtient alors un coeur en équilibre hydrostatique entouré d'une enveloppe toujours en chute libre, formant un choc d'accrétion. Cette phase de formation est appelée proto-étoile, l'objet jeune ainsi créé va continuer à interagir avec son environnement en accrétant de la matière. Après un deuxième effondrement dû au chauffage de son intérieur et à sa contraction, l'étoile entame la phase de pré-séquence principale durant laquelle son intérieur continue à se réchauffer sans avoir encore atteint la température de fusion de l'hydrogène ( $T_c = 10^7 K$ ). Lorsque la température atteint cette valeur, l'étoile est en mesure d'amorcer les réactions nucléaires en son coeur, elle a alors atteint la ZAMS (Zero Age Main Sequence). L'étoile passe ensuite une grande partie de sa vie sur la séquence principale où elle va brûler son hydrogène pour former de l'hélium, soit via la chaîne p-p (pour proton-proton), soit via le bi-cycle CNO pour les étoiles de masse supérieure à  $1.3 M_{\odot}$  (Clayton 1968).

Pour l'évolution post-séquence principale, la masse de l'étoile considérée est d'une grande importance. Une étoile de  $1 M_{\odot}$ , quitte la séquence principale lorsque son coeur devient constitué d'hélium

inerte et commence à brûler son hydrogène en couches autour du coeur dont la masse et la température augmentent jusqu'à une valeur critique où brutalement l'hélium est transformé en carbone dans le coeur, c'est le flash de l'hélium. L'étoile augmente son volume d'un facteur 100, sa luminosité d'un facteur 1000 et sa température baisse : c'est la phase de géante rouge. Lorsque l'énergie du flash est évacuée, l'hélium se transforme en carbone et oxygène dans le coeur et la luminosité est constante, l'étoile évolue sur la branche horizontale. Lorsque l'hélium du coeur est consommé, l'étoile remonte dans le diagramme HR sur la branche asymptotique des géantes (AGB), l'hélium brûle alors en couches autour du coeur dont la masse et la température augmentent. Cette phase s'accompagne de pertes de masse (d'environ  $10^{-4} M_{\odot}/\text{an}$ ) par éjection de particules (vents stellaires). Vers le sommet de la branche AGB, la luminosité atteint  $10^6 L_{\odot}$ , un emballement explosif survient : le flash de la coquille d'hélium qui devient à son tour carbone et oxygène. Les couches externes sont éjectées, formant une proto-nébuleuse planétaire. La phase de nébuleuse planétaire s'amorce ensuite, l'étoile se refroidit et reste à luminosité constante, jusqu'à ce que la température atteigne une valeur limite où la combustion en couches s'arrête. L'étoile refroidie et contractée devient alors une naine blanche, la nébuleuse planétaire cesse d'exister. Les autres étoiles suivent un parcours différent, les plus massives ( $M \geq 8 M_{\odot}$ ) atteignant une température suffisante pour que les réactions nucléaires conduisant à la formation d'un noyau de fer s'amorcent. Leur mort est également liée à leur masse, les étoiles de faible masse ( $0.08 M_{\odot} \leq M \leq 2.2 M_{\odot}$ ) comme on l'a vu pour le cas d'un Soleil finiront leur vie en naine blanche, les étoiles de masse intermédiaire ( $2.2 M_{\odot} \leq M \leq 8 M_{\odot}$ ) ne passent pas par la branche des géantes et ne connaissent pas de flash de l'hélium mais finissent en naines blanches ou en supernovae pour les plus massives ( $M \geq 6 M_{\odot}$ ) et enfin les étoiles les plus massives (jusqu'à  $8 M_{\odot} \leq M \leq 100 M_{\odot}$ ) exploseront en supernovae, laissant derrière elles une relique compacte : une étoile à neutrons ou un trou noir. L'évolution stellaire est une discipline très active en astrophysique depuis le début du 20<sup>ème</sup> siècle et de nombreux ouvrages de référence existent sur le sujet comme Chandrasekhar (1939); Cox et Giuli (1968); Kippenhahn et Weigert (1990); Schatzman et Praderie (1990).



F . 1.2 – Fraction de masse des zones convective et radiative en fonction de la masse de l'étoile. Adapté de Kippenhahn (1994).

Nous avons vu que la source majeure d'énergie des étoiles sur la séquence principale est la fusion de l'hydrogène en hélium, soit via les chaînes pp pour les étoiles de masse inférieure à environ  $1.3 M_{\odot}$ , soit via le très efficace bicyclic CNO (Clayton 1968). Les étoiles vont donc séjourner plus ou moins longtemps sur la séquence principale selon le taux de réactions nucléaires dominant la combustion de

l'hydrogène. Ainsi, les étoiles les plus massives (étoiles O) n'y passent que quelques dizaines de millions d'années alors que les étoiles de type G ou plus tardives peuvent y demeurer plus de 10 milliards d'années. L'énergie sera ensuite transportée vers la surface de l'étoile principalement par rayonnement ou par mouvements macroscopiques de matière, i.e. par la convection. Les zones de transport de l'énergie vont s'organiser très différemment selon la masse de l'étoile considérée comme le montre schématiquement la figure 1.2. Les étoiles de faible masse possèdent toutes une région convective à leur surface s'étendant de plus en plus profondément jusqu'à occuper la totalité de l'étoile au delà du type spectral M3 ( $M \leq 0.3M_{\odot}$ ). Au contraire, les étoiles massives ont une enveloppe radiative qui cache un intérieur convectif. Enfin, les étoiles intermédiaires comme les étoiles A tardives et F peuvent exhiber à la fois une surface et un coeur convectifs.

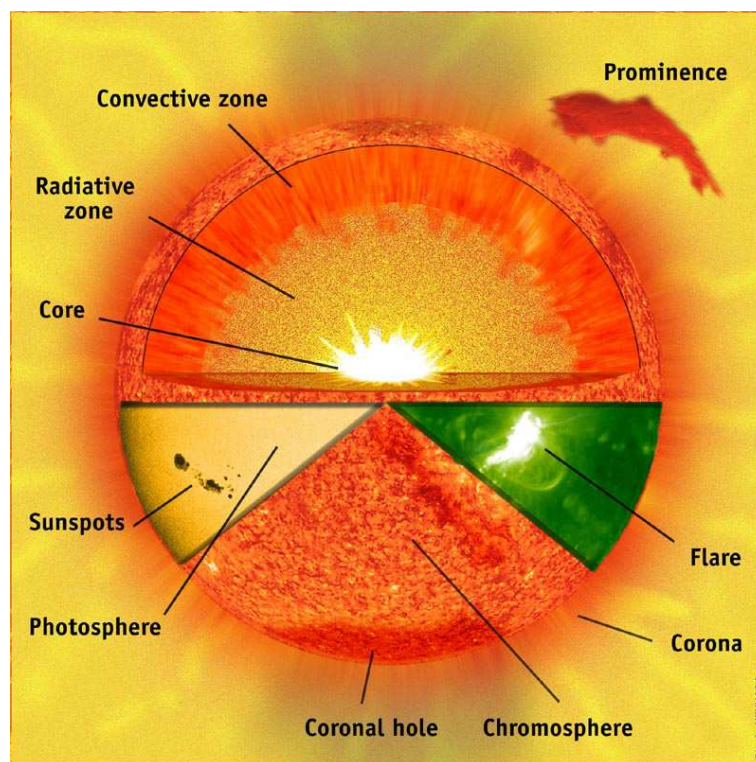
Ces phénomènes dynamiques sont donc à prendre en compte pour améliorer les modèles d'évolution stellaire 1D reposant sur les équations de la structure interne. De grands progrès ont été effectués dans ce sens ces dernières années pour inclure les effets de la rotation, du champ magnétique ou des ondes internes soit par des prescriptions analytiques, soit par l'ajout d'équations dans le système d'équations de la structure interne. En effet, la meilleure connaissance observationnelle de la rotation stellaire motive son introduction dans les codes 1D pour comprendre ses effets et les mélanges d'espèces chimiques qu'elle induit (Zahn 1992; Meynet et Maeder 1997; Maeder 1998; Mathis et Zahn 2004). Grâce à des instruments comme ESPaDOnS ou NARVAL (Donati 2004), les observations de l'intensité, de la topologie, etc... du champ magnétique stellaire deviennent accessibles. Les modèles 1D commencent donc également à prendre en compte les effets de ce champ magnétique (Maeder et Meynet 2003; Mathis et Zahn 2005). Enfin, les ondes internes (de gravité) excitées à la base de la zone convective par la turbulence ou les plumes convectives (Zahn et al. 1997) participent également au transport de moment cinétique et aux processus de mélange (Charbonnel et Talon 2005). Bien évidemment, une autre approche ou plutôt une approche complémentaire repose sur l'utilisation de modèles numériques multidimensionnels (2D et 3D) qui apportent une description des processus physiques sur des temps dynamiques. Ils peuvent permettre d'affiner le traitement dynamique et de corriger les modèles séculaires 1D en fournissant des prescriptions ou en étudiant les processus physiques directement comme l'effet dynamo (voir les chapitres suivants).

### 1.1.2 Où se situe notre étoile dans ce paysage stellaire ?

Notre Soleil est une étoile de type G2V, située sur la séquence principale et dont l'âge est évalué par datation des roches météoritiques à  $t = (4.52 \pm 0.04) \times 10^9$  ans, correspondant à environ la moitié de sa vie sur la séquence principale. Sa masse peut être déterminée en utilisant la troisième loi de Kepler, on obtient la valeur de  $(1.9891 \pm 0.0012) \times 10^{33}$  g pour le Soleil actuel. La luminosité solaire  $L_{\odot}$ , i.e. l'énergie totale rayonnée dans l'espace, correspond à une perte de masse de  $\dot{m}_{\odot} = L_{\odot}/c^2$  soit environ  $4 \times 10^{12}$  g.s<sup>-1</sup>. Le vent solaire est de plus responsable d'une perte de masse d'environ  $10^{12}$  g.s<sup>-1</sup>. Ainsi, durant sa vie d'environ  $1.5 \times 10^{17}$  s, le Soleil a perdu moins de  $10^{30}$  g. Ce nombre étant dans la barre d'erreur de la masse solaire totale, la perte de masse est en général négligée. Toutefois, la perte de masse a pu être importante durant les stades très précoces (ou pourra l'être dans les stades très tardifs) de l'évolution lorsque de forts vents existaient (ou existeront). Le rayon du Soleil est de  $R_{\odot} = (6.9599 \pm 0.0002) \times 10^{10}$  cm, sa densité moyenne de  $\rho = 1.408$  g.cm<sup>-3</sup> et sa métallicité de  $Z/X = 0.0172$  (Asplund et al. 2005). Sa luminosité  $L_{\odot}$  est définie comme étant l'énergie totale rayonnée par unité de temps. Elle est reliée au flux total à la distance moyenne de la Terre, ou encore à la "constante" solaire  $S$  par :  $S = L_{\odot}/4\pi A^2$ ,  $A$  étant la distance terre-Soleil ( $A = 1.4959787 \times 10^{13}$  cm) et  $L_{\odot}$  et  $S$  étant intégré sur tout le spectre électromagnétique. La valeur de la constante solaire a été évaluée par exemple grâce à la mission "Solar Maximum Mission" lancée en 1980 à  $S = (1.367 \pm 0.002) \times 10^6$  erg.s<sup>-1</sup>.cm<sup>-2</sup> (PICARD, qui devrait être lancée prochainement, devrait nous apporter une mesure plus précise de l'irradiance

totale), ce qui nous donne pour la luminosité solaire une valeur de  $L_{\odot} = (3.846 \pm 0.004) \times 10^{33} \text{ erg.s}^{-1}$ . Notons que le nom de "constante" solaire n'est pas vraiment exact, ce nombre étant loin d'être constant comme nous le verrons plus tard dans ce chapitre. Enfin, la détermination de la température effective du Soleil peut se faire par la relation reliant la luminosité, la température et le rayon d'un corps noir :  $L_{\odot} = 4\pi R_{\odot}^2 \sigma T^4$ , avec  $\sigma$  la constante de Stefan-Boltzmann. On obtient alors la valeur de  $T = 5777 \pm 2.5 \text{ K}$ .

Notre étoile comporte aujourd'hui 2 zones aux processus physiques très différents comme le montre la figure 1.3. La zone radiative comportant le coeur nucléaire (qui s'étend jusqu'à  $0.25R_{\odot}$ ), à une température d'environ 15 millions de degrés K, est le théâtre des réactions nucléaires constituant la principale source d'énergie de l'étoile. La fusion d'hydrogène en hélium se fait dans le Soleil majoritairement via la chaîne pp (98% via la chaîne pp et 2% via le cycle CNO) comme dans la majorité des étoiles de la séquence principale dont la masse est inférieure à  $1.3M_{\odot}$ . L'énergie ainsi créée est ensuite transportée vers la surface de l'étoile par divers processus que nous allons évoquer ci-après.



F . 1.3 – Vue schématique de la structure interne de notre étoile. Les 2 principales zones sont la zone radiative (contenant le coeur où ont lieu les réactions nucléaires) où l'énergie est transportée par rayonnement et la zone convective où l'énergie est transportée par les mouvements macroscopiques de matière. L'éruption, les taches solaires, la photosphère, la chromosphère et la protubérance sont tirées de vraies images du Soleil. Crédit : NASA.

Dans la zone radiative s'étendant du centre jusqu'à  $0.713R_{\odot}$ , l'énergie créée dans le coeur est transportée par rayonnement. Dans cette région, les photons à hautes énergies (à une température de  $1.5 \times 10^7 \text{ K}$  soit  $1.3 \text{ keV}$ ) créés dans le coeur diffusent des zones les plus chaudes vers les zones les plus froides par le biais de l'interaction rayonnement-matière. Au sein des intérieurs stellaires, le libre parcours moyen des photons est très faible, ainsi, pour le Soleil, il faudra en moyenne entre  $10^6$  et  $10^7$  ans à un photon pour traverser la zone radiative. L'opacité du milieu représente une mesure de la résistance de la matière au passage du rayonnement. Elle dépend fortement de la composition chimique du milieu et en particulier de la présence d'éléments lourds. Elle constitue donc un paramètre fondamental pour



évaluer le transport radiatif de l'énergie.

Dans la zone convective s'étendant de  $0.713R_{\odot}$  à la surface mais ne représentant que 2% de la masse de l'étoile, le rayonnement n'est plus suffisant pour transporter efficacement l'énergie vers l'extérieur. En effet, si le gradient de température devient trop élevé pour que le rayonnement évacue efficacement la chaleur, des zones de plasma vont devenir plus chaudes que le milieu environnant. Leur densité diminue alors et sous l'action de la poussée d'Archimède, elles vont s'élever vers la surface : des mouvements de matière se déclenchent, la convection s'amorce. L'instant de déclenchement de l'instabilité de convection peut donc en principe être déterminé par la mesure du gradient de température. En effet, quand celui-ci va dépasser une certaine valeur qui sera celle du gradient dit adiabatique (celui d'une particule fluide s'élevant sans transfert de chaleur), le rayonnement ne sera plus suffisant et les mouvements de matière devront s'amorcer. Ce critère de déclenchement de l'instabilité est appelé critère de Schwarzschild. Toutefois, dans la nature, des processus dissipatifs peuvent agir pour lisser les gradients d'entropie ou de vitesse et il est donc nécessaire de les prendre en compte lorsque l'on désire mesurer le seuil de déclenchement de la convection. Ainsi, le paramètre clé pour caractériser l'intensité d'un tel phénomène est plutôt le nombre de Rayleigh  $R_a = g\Delta\nabla d^4/\nu\kappa$  avec  $g$  l'accélération de la pesanteur,  $\Delta\nabla$  la différence entre le gradient de température local et le gradient adiabatique (ou superadiabaticité),  $d$  une longueur caractéristique (par exemple l'épaisseur de la zone convective),  $\nu$  la viscosité cinématique et  $\kappa$  la diffusivité thermique. Ce nombre représente le rapport entre les forces responsables du mouvement (la poussée d'Archimède) et les processus dissipatifs. Lorsque  $R_a$  dépasse une certaine valeur (de l'ordre de 660 en laboratoire, Chandrasekhar (1961)), le fluide convecte. A titre de comparaison, ce nombre est de l'ordre de  $10^{20}$  à la base de la zone convective solaire.

Les zones convective et radiative sont séparées par une fine couche de transition stable vis-à-vis de la convection. Toutefois, les mouvements convectifs peuvent pénétrer plus ou moins profondément dans cette zone et sont alors émises des ondes dites de gravité qui peuvent ensuite se propager dans l'intérieur radiatif. Cette zone est appelée tachocline (Spiegel et Zahn 1992) du fait du changement brutal du profil de rotation dans cette région (*tacho* vient du mot grec signifiant vitesse et *cline* signifie changement, pente). Elle est soupçonnée de jouer un rôle crucial dans l'établissement des processus dynamiques régnant au sein du Soleil et dans le comportement du champ magnétique que l'on observe en surface.

## 1.2 La convection, la rotation et l'activité magnétique

### 1.2.1 Les étoiles actives

#### Convection et rotation dans les étoiles

Comme nous l'avons vu, les étoiles en général expérimentent une phase de leur vie où de la convection agit quelque part dans leur intérieur pour transporter l'énergie efficacement vers l'extérieur. Ces zones convectives sont localisées plus ou moins profondément et sont plus ou moins étendues selon la masse de l'étoile et les gradients d'entropie en son sein. La convection peut être importante pour déterminer d'autres propriétés de l'étoile. Ainsi, l'existence d'une couronne chaude peut vraisemblablement être associée à une convection de surface et la profondeur de la zone convective détermine la manière dont les éléments de l'intérieur profond vont être mélangés dans les couches supérieures. Comme les éléments chimiques de l'intérieur sont susceptibles d'avoir participé aux réactions nucléaires du cœur, ce mélange modifie probablement la composition chimique de l'atmosphère de l'étoile, ce qui peut être observé sur son spectre. Ces éléments peuvent également être évacués par les vents stellaires produisant ainsi une modification des abondances dans le milieu interstellaire.

La convection dans les étoiles a pour effet de modifier les gradients d'entropie en leur sein et est alors susceptible de modifier leur structure et donc leur évolution. Ceci est alors source d'incertitudes pour la

détermination de la masse des étoiles à partir des modèles d'évolution stellaire 1D et pour l'interprétation du diagramme HR. Par exemple, comme le montre Montalbán et al. (2004), des modèles d'étoiles d'une masse solaire possédant toutes la luminosité et la température du Soleil à son âge actuel peuvent différer de plusieurs centaines de degrés K et de plusieurs dizaines de luminosités solaires aux stades précoces (pré séquence principale) ou avancés (début de la branche des géantes rouges) de l'évolution, selon la structure de leur zone convective.

De plus, les mouvements convectifs au sein des étoiles sont susceptibles d'interagir avec la rotation à grandes échelles. En effet, la convection turbulente au sein de tels objets astrophysiques est en partie responsable d'une redistribution du moment cinétique qui peut produire des profils de rotation particuliers. Ainsi, la mesure par imagerie Doppler ou par spectroscopie haute résolution a permis d'observer une rotation différentielle dans d'autres étoiles que le Soleil. La vitesse angulaire décroît généralement avec la latitude, la première étoile autre que le Soleil pour laquelle ce type de rotation a été observé est AB Doradus (Donati et Collier Cameron 1997). Mais le profil inverse a également pu être observé, par exemple sur l'étoile HD 31993. Kitchatinov et Rüdiger (2004) ont émis l'hypothèse d'une circulation méridienne (écoulement dans le plan méridien, des pôles) particulière dans ce cas pour expliquer théoriquement l'origine d'un tel inversement de profil. En effet, la circulation méridienne est également en mesure de jouer un grand rôle dans la redistribution du moment cinétique dans ces fluides en rotation. Ces dernières années, de grands progrès ont été accomplis dans l'observation de la rotation stellaire (grâce par exemple à ESPaDOnS) notamment pour les étoiles de type solaire, les géantes rouges, les étoiles massives et de masse intermédiaire, qui apportent de nouvelles contraintes sur l'évolution du moment cinétique. Les anomalies d'abondance chimique apportent également des contraintes sur les effets de la rotation comme par exemple les abondances de Li dans les étoiles de faible masse, les anomalies en CNO dans les géantes rouges, les étoiles OB et les supergéantes A et B. Pour le Soleil, les résultats concernant la constance de la vitesse angulaire et l'épaisseur de la tachocline donnent de bonnes informations sur l'hydrodynamique de la rotation (Brun et al. 1999). D'autre part, des modèles numériques 2D et 3D sont développées pour étudier les instabilités rotationnelles et de la circulation méridienne. Ils ont permis d'avancer sur la compréhension de l'interaction entre la rotation, la perte de masse, la convection et l'activité magnétique chromosphérique. Citons par exemple les travaux de Meynet et Maeder (2000) pour les étoiles massives, de Bouvier et al. (1993) pour les T-Tauri (étoiles de la pré-séquence principale), de Meynet et Maeder (2005) pour les étoiles Wolf-Rayet (possédant de fortes pertes de masses), de Palacios et al. (2003, 2006) pour les étoiles de faible masse, de Alecian et al. (2007) pour les étoiles Herbig A<sub>e</sub> et B<sub>e</sub> (progéniteurs des étoiles A et B magnétiques) et le livre de Tassoul (1978) pour la théorie de la rotation stellaire.

### Champ magnétique dans les étoiles

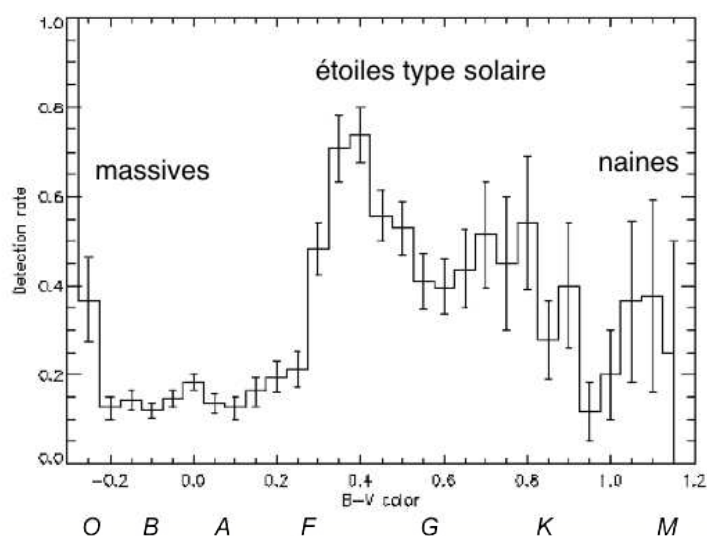
L'interaction entre la convection et la rotation est essentielle pour la création et le maintien des champs magnétiques observés dans de nombreuses étoiles. La figure 1.4 indique le taux de détection d'étoiles émettant en X plus fortement que leur corps noir équivalent à  $T$ , pour des étoiles de la séquence principale. Le rayonnement X émis par une étoile peut être vu comme caractéristique de son activité magnétique de surface. Ainsi, on constate sur cette figure une très forte décroissance du taux de détection lorsqu'on atteint des types spectraux proches de A puis B. Ces étoiles massives sont rares à posséder un champ magnétique (15%) et celles-ci présentent très souvent des anomalies d'abondances, ce qui leur vaut d'être regroupées sous le nom de "Chemically Peculiar" (Moss 2001). De plus, elles présentent un moment cinétique spécifique de l'ordre de 10% inférieur à la valeur typique des étoiles de masse similaire sur la séquence principale et la variation du champ magnétique avec la période de rotation de l'étoile indique que celui-ci n'est pas symétrique par rapport à l'axe de rotation. Bien que de nombreux progrès aient été faits dans la compréhension du magnétisme dans ces étoiles, certains mystères restent

entiers. Leur champ magnétique observé pourrait être d'origine fossile, du à un effet dynamo en zone radiative ou du à l'émergence vers la surface du champ créé dans la zone convective interne. De plus, il n'y a aucune indication sur la manière dont il varie durant la phase de séquence principale. C'est pourquoi Bagnulo et al. (2006); Landstreet et al. (2007) ont effectués des mesures d'étoiles  $A_p$  dans des amas ouverts, de manière à avoir une information précise sur l'âge des étoiles observées. De plus, même si plus de 1000 étoiles de type A de la séquence principale sont cataloguées comme étoiles magnétiques (Renson et al. 1991), la mesure directe du champ magnétique n'a pu être obtenue que pour quelques centaines d'entre elles (Bychkov et al. 2003). Ainsi, de récents travaux d'observation utilisant l'instrument NARVAL (Auriere et al. 2003), successeur de Musicos installé au Pic du midi, Landstreet et al. (2008) se sont concentrés sur un échantillon de 28 étoiles  $A_p$  et  $B_p$  possédant un champ magnétique très faible, déterminé de façon peu précise ou même non détecté. Ils sont parvenus grâce aux performances de l'instrument à détecter un champ magnétique dans toutes les étoiles de l'échantillon et trouvent même que seules 2 étoiles présentent un champ dipolaire d'une intensité de moins de 300 G. De grands progrès sont donc en cours sur le magnétisme de ce type d'étoiles grâce aux instruments d'observation très perfectionnés tels qu'ESPaDOs et NARVAL. Ces étoiles massives ont la particularité de posséder une enveloppe radiative alors que les étoiles de type spectral F et plus tardif possèdent une convection de surface. On distingue donc ici les premières indications d'une forte interaction entre la convection et le champ magnétique.

Les étoiles jeunes (de la pré séquence principale), qui sont souvent complètement convectives, sont très actives magnétiquement et la présence d'une convection turbulente de surface n'y est probablement pas étrangère. Le champ magnétique joue donc certainement un rôle lors des phases initiales dans le processus de formation, car il permet de stabiliser les coeurs denses ou encore de transférer du moment cinétique de la proto-étoile vers son environnement. Utilisant les données du satellite Chandra dans la gamme des rayons X, Feigelson et al. (2003) a étudié plus d'un millier d'étoiles et une faible corrélation apparaît entre activité et taux de rotation (contrairement aux étoiles de la séquence principale comme on va le voir), excepté pour les taux de rotation élevés où il observe une saturation de l'émission, suggérant un processus dynamo de nature différente de celui du Soleil, certainement turbulente. Le champ magnétique dans les T-Tauri (les proto-étoiles de faible masse) est de quelques kG. L'application directe de la conservation du flux magnétique entre la phase de nuage moléculaire et la phase T-Tauri résulte en un champ magnétique plus fort que ce qui est observé. Ainsi, des processus de perte de flux magnétique doivent intervenir lors de la formation de l'étoile liés à différents processus dynamiques, ils restent encore à être expliqués.

De manière à obtenir des informations précises sur le comportement du champ magnétique dans les étoiles de type solaire, Olin Wilson en 1975 lança un grand programme d'observations mensuelles d'un échantillon d'étoiles dans le voisinage solaire. Wilson utilisa les télescopes de l'observatoire du Mt Wilson aux Etats-Unis ainsi qu'un instrument spectrophotométrique pour déterminer les caractéristiques de la raie de Ca II dans les spectres stellaires, très bon indicateur de l'activité magnétique de surface. Il effectua ces travaux jusqu'à une première publication (Wilson 1978). Cette étude a ensuite été poursuivie par Sallie Baliunas et ses collaborateurs jusqu'en 1995 (Baliunas et Soon 1995). Ce programme a concerné 111 étoiles du type spectral F à K. Parmi ces étoiles, 60% ont fait apparaître un cycle magnétique avec une période clairement définie. Les valeurs de ces périodes s'étalent de 2.5 ans à 25 ans, les cycles d'une durée de moins de 7 ans étant toutefois moins clairement établis. Approximativement 25% possèdent une activité irrégulière et 15% n'ont montré qu'un signal plat (non variable). Une activité magnétique a pu être détectée à tous les types spectraux même si elle a semblé moins commune parmi les étoiles F et beaucoup plus répandue parmi les étoiles K.

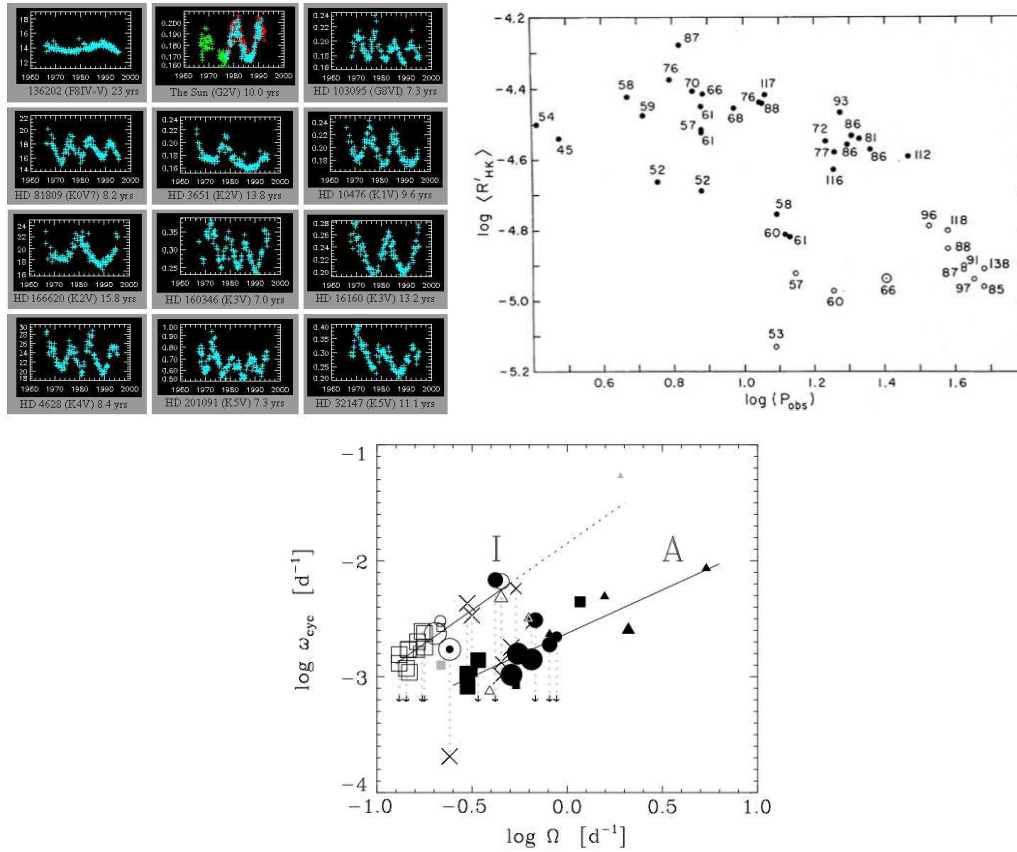
Cette étude a permis à Noyes et al. (1984) de montrer que l'activité d'une étoile mesurée par l'émission chromosphérique de Ca II est plus élevée pour une étoile possédant une période de rotation plus petite (et donc un taux de rotation plus fort). La deuxième courbe de la figure 1.5 en est l'illustration.



F . 1.4 – Pourcentage de détection dans la gamme des rayons X "mous" en fonction de l'indice de couleurs B-V et du type spectral (approximatif) (adapté de Schmitt (2004) )

En ordonnée est représentée une mesure de la détection de l'activité chromosphérique et en abscisse la période de l'étoile. Les étoiles représentées par des points noirs se distinguent de celles représentées par des points blancs par leur niveau d'activité chromosphérique. Les étoiles dites "actives" représentées par des points noirs ont la particularité de posséder une activité cyclique irrégulière contrairement aux étoiles dites "inactives" (comme le Soleil représenté ici au numéro 66) qui exhibent des cycles bien définis. Ainsi, on voit clairement ici que les objets les plus actifs se situent dans la partie du graphe correspondant à un fort taux de rotation (i.e. à une petite période). Des conclusions similaires ressortent par exemple de l'étude de l'émission coronale de rayons X. De plus, un travail récent de Petit et al. (2008) sur des analogues solaires conclue également à une augmentation du champ magnétique à grandes échelles lorsque le taux de rotation augmente. Le champ magnétique à grandes échelles qui est observé ici est comme nous l'avons évoqué très lié à la convection et la rotation. En effet, ces processus physiques sont supposés jouer un grand rôle dans le mécanisme de maintien du champ magnétique appelé effet dynamo (voir chapitre 2). Ainsi, il serait judicieux d'étudier la variation de l'activité chromosphérique en fonction de paramètres caractérisant la convection et la rotation. C'est ce qu'a fait par exemple Noyes et al. (1984) (comme l'avaient anticipé théoriquement Durney et Latour (1978)) en traçant la variation de l'activité en fonction du nombre de Rossby défini par  $R_o = P_{rot}/\tau_c$  avec différentes valeurs de  $\tau_c$  le temps de retournement convectif. Il trouve alors qu'une diminution de  $R_o$  implique une décroissance de l'activité. Enfin, Saar (2002) a également exploité ces résultats pour étudier la période du cycle magnétique stellaire en fonction du taux de rotation. Le troisième panneau de la figure 1.5 présente les résultats de Saar où il distingue encore une fois les étoiles chromosphériquement actives ('A') et inactives ('I'). Il trouve que pour les 2 branches, l'augmentation du taux de rotation de l'étoile diminue la période (augmente la fréquence) de son cycle magnétique.

Plus récemment, une base observationnelle en rayons X, Nexxus (Schmitt 2004) a répertorié plus de 1333 étoiles dans une zone autour du Soleil dans les gammes spectrales F, G, K et M. Près de 95% de ces étoiles exhibent une activité magnétique et toutes possèdent une couronne chaude. Encore plus récemment, l'étude de Petit et al. (2008) sur des étoiles de type solaire, en plus d'avoir confirmé qu'un fort taux de rotation conduisait à une forte activité magnétique, a montré que le rapport du champ poloidal (dans le plan méridien) sur le champ toroidal (dans le plan de l'équateur) variait en fonction du taux de



F . 1.5 – Echantillon d'étoiles observées dans le programme HK au mont Wilson (USA), tiré de <http://www.mtwilson.edu/hk/Cycles>. Le signal reçu du Soleil est présenté à la première ligne dans la deuxième colonne. Courbes représentant le lien entre la période de l'étoile, son activité chromosphérique et la période de son cycle magnétique (Saar 2002).

rotation, avec un champ toroidal qui devient dominant lorsque la période de rotation de l'étoile passe en-dessous d'environ 12 jours. Cette prédominance du champ toroidal avait été prédit théoriquement par Brown et al. (2007).

De nombreuses études commencent donc à voir le jour concernant les étoiles assez proches du type solaire car celles-ci réunissent les conditions pour entretenir un magnétisme de surface intense. En effet, ces étoiles possèdent des taux de rotation suffisamment élevés pour étirer les lignes de champ magnétique de manière significative et une zone convective de surface permettant un nouvel étirement des lignes de champ et l'apport de flux magnétique vers la surface qui devient ainsi accessible aux observations. En effet, les étoiles plus massives de type B ou A possédant un coeur convectif sont également soupçonnées de posséder une activité magnétique (Brun et al. 2005) mais difficilement observable du fait de l'enveloppe radiative qui pourrait masquer cette dynamique interne. Nous allons nous concentrer à présent sur l'étoile que l'on connaît le mieux grâce à des instruments observationnels de plus en plus sophistiqués et qui nous concerne le plus de par son influence sur de nombreux phénomènes terrestres : le Soleil.

### 1.2.2 Le Soleil : un objet fortement turbulent et magnétique

#### Dynamique interne du Soleil

Les mesures des écoulements dans les couches superficielles du Soleil par imagerie Doppler ou encore les inversions héliosismiques (utilisant la technique de l'héliosismologie permettant de sonder l'intérieur solaire Gough et Toomre (1991)) révèlent un comportement du fluide hautement turbulent et complexe (Toomre 2002) possédant une très large gamme d'échelles spatiales et temporelles. Les premières observations certaines d'oscillations agitant la surface solaire sont l'oeuvre de Leighton et al. (1962). Son équipe d'astronomes ont mis en évidence grâce à des mesures de vitesse Doppler des oscillations avec une période de l'ordre de 5mn. Ces résultats et ceux qui ont suivis dans les années 70 ont permis de montrer la présence d'oscillations dans l'atmosphère solaire puis Hill et al. (1975) annoncèrent la détection d'oscillations dans le diamètre solaire, suggérant l'existence d'oscillations globales et par conséquent la possibilité de pouvoir utiliser ces pulsations pour sonder l'intérieur solaire.

Pour bien exploiter l'information contenue dans les oscillations solaires, leur nature physique est étudiée ainsi que les prédictions théoriques des modèles numériques. Deux approches permettent de tester la précision avec laquelle notre étoile est modélisée : la comparaison directe des fréquences solaires avec celles des modèles et la méthode inverse permettant d'obtenir, par exemple, la vitesse du son et la densité solaire en fonction du rayon et de les comparer aux modèles. Le Soleil est parcouru par deux types d'ondes : les ondes acoustiques (de fréquence  $0.4 < \nu < 5.7$  mHz) dont la force de rappel est le gradient de pression et les ondes de gravité (de fréquence  $\nu < 0.4$  mHz) dont la force de rappel est la gravité. Le Soleil joue le rôle de cavité résonante en piégeant ces deux types d'onde. Seules certaines ondes interfèrent de manière constructive formant alors les ondes stationnaires que sont les modes propres de vibration de l'étoile. Actuellement, les ondes acoustiques (ou modes-p, dites de 5mn) sont observables sous la forme d'un spectre discret en fréquence, elles sont excitées par la convection (granulation) dans les couches superficielles du Soleil. Les ondes de gravité quant à elles sont confinées dans la zone radiative, leur amplitude à la surface étant diminuée lorsque l'onde a traversé, sous forme évanescence, la zone convective. Leur observation permettrait de contraindre précisément la structure du coeur nucléaire car elles y passent la majorité du temps. Les réseaux sols comme BiSON (Chaplin et al. 1996) ou GONG (Harvey et al. 1996) réalisent actuellement des observations à hautes résolutions de la surface solaire et dans l'espace, la sonde SOHO et surtout l'instrument GOLF (Gabriel et al. 1995) à son bord réalise de la sismologie globale de qualité depuis plus de 10 ans. Le successeur de GOLF, GOLF-NG sera dédié à l'étude des modes de gravité pour mieux contraindre le coeur solaire (Turck-Chièze et al. 2004; García et al. 2007).

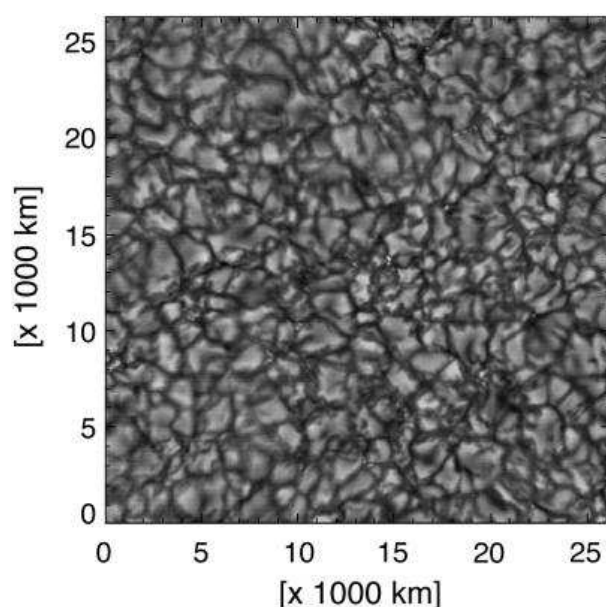
La granulation (réseau de flots ascendants et descendants typiques de la convection, voir figure 1.6) observée à la surface évolue de manière chaotique sous l'action de la convection thermique, principale responsable du transport d'énergie dans cette partie de l'étoile. Des motifs convectifs à plus grande échelle ont également été détectés, comme la supergranulation pouvant atteindre plusieurs dizaines de Mm (voir par exemple Rast (2003)). Une autre échelle, la mésogranulation avec une taille caractéristique d'environ 5 Mm est également soupçonnée d'exister dans le Soleil. Les modèles numériques de convection semblent de plus montrer l'existence de cellules géantes (Miesch et al. 2008) mais elles restent très difficiles à observer aujourd'hui. Les techniques d'héliosismologie locale ont permis de révéler encore bien d'autres structures complexes à différentes échelles. En effet, la sismologie globale a permis de changer notre vision de l'intérieur solaire mais a aussi ses limitations. En particulier pour avoir accès à des régions locales du Soleil, il faut avoir recours à d'autres observables dont l'analyse apporte une information sur des zones bien localisées. Parmi ces techniques d'héliosismologie locale (voir revue de Gizon et Birch (2005)), on peut citer l'analyse temps-distance (Mein 1971; Souffrin 1972; Schmieder 1976, 1977; Kosovichev 1996), l'analyse en anneau (Gough et Toomre 1983) ou l'holographie sismique (Lindsey et Braun 2000) qui permet entre autres de voir l'apparition de régions actives sur la face ca-

chée du Soleil. Ces techniques ont permis par exemple de révéler les dessous d'une tache solaire (Zhao et al. 2001), la structure détaillée de la convection (Duvall et al. 1997) ou la signature de l'émergence de régions actives (Kosovichev et al. 2000).

T . 1.1 – Taille et durée de vie caractéristiques des processus dynamiques à la surface du Soleil (Rast 2003; Stix 2002). Le nombre de points d'interrogation indique le degré d'incertitude sur l'existence réelle de cette échelle dans la convection solaire.

Phénomène	Taille	Durée de vie
Eruptions, trous coronaux, CMEs	+ de 200 Mm	jours-mois
Cellules géantes ?	100-200 Mm	10-20 jours
Supergranulation	30-50 Mm	20 heures
Mésogranulation ??	7-10 Mm	2 heures
Granulation	1-2 Mm	5-10 minutes
Lignes inter-granulaires, Points brillants, diffusion	< 10 <sup>3</sup> km	minutes-heures

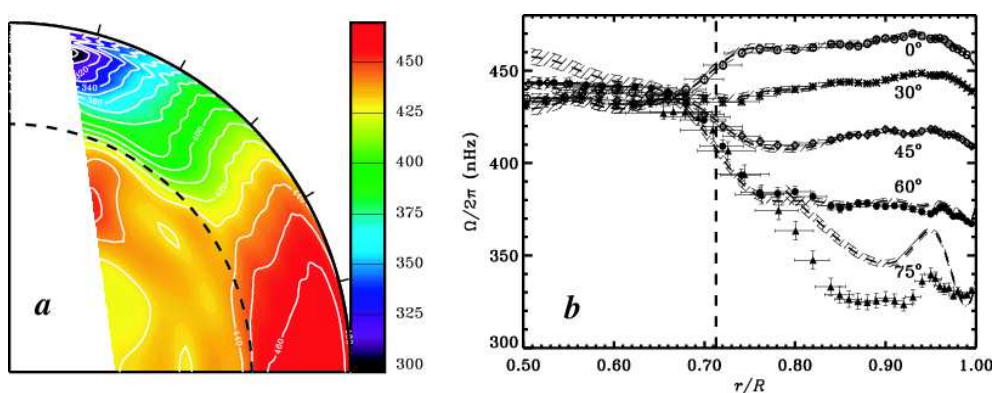
Ces différentes structures révélées par des techniques d'héliosismologie locale et possédant des échelles spatiales et temporelles très variées comme le montre la table 1.1 sont caractéristiques d'un objet fortement turbulent. De manière plus quantitative, un paramètre permet en effet d'évaluer le niveau de turbulence dans un fluide, c'est le nombre de Reynolds défini par le produit d'une vitesse et d'une longueur toutes deux caractéristiques du fluide divisé par la viscosité cinématique. Dans l'expérience simple d'un fluide s'écoulant dans un tuyau, la transition vers un régime turbulent se fait lorsque le nombre de Reynolds dépasse quelques milliers, dans la zone convective du Soleil, ce nombre peut atteindre des valeurs de 10<sup>13</sup>.



F . 1.6 – La granulation solaire vue de l'observatoire du Pic du Midi.

Au sein de ce réseau complexe de motifs convectifs s'est développée une rotation interne aux caractéristiques très particulières. L'héliosismologie a permis de détecter son profil radial et latitudinal grâce au splitting rotationnel des modes acoustiques. La figure 1.7 représente la structure de la rotation in-

terne solaire déduite des mesures héliosismiques globales. Au sein de l'enveloppe convective, le taux de rotation décroît de manière monotone d'environ 30% de l'équateur aux pôles et le profil de vitesse angulaire aux moyennes latitudes est pratiquement conique (c'est à dire qu'elle varie peu en rayon). A la base de la zone convective, une fine couche de transition, la tachocline, permet de passer de ce profil de rotation différentielle à une vitesse angulaire constante (rotation rigide maintenue jusqu'à environ  $0.2R_{\odot}$ ) (Thompson et al. 2003). De nouvelles études tentent aujourd'hui de progresser sur le profil de rotation plus profondément dans le Soleil, et éventuellement dans le cœur (Couvidat et al. 2003). Comme on l'a vu précédemment, les modes acoustiques utilisés en héliosismologie pour sonder la zone convective solaire passent très peu de temps dans cette zone et de meilleurs candidats à l'acquisition d'informations sur le cœur solaire seraient les modes de gravité excités par l'action des plumes convectives à l'interface zone convective/zone radiative et se propageant dans la région radiative. Des instruments tels que Golf ou son successeur Golf NG ont pour but de réaliser de telles détections, qui pourraient nous être d'une aide précieuse pour déterminer la dynamique des profondeurs de notre étoile (García et al. 2007).



F . 1.7 – Profil de rotation dans le Soleil déduit de l'héliosismologie. La figure *a* représente le profil de rotation dans le quart supérieur d'un plan méridien et la figure *b* montre la variation suivant le rayon du taux de rotation à différentes latitudes. D'après Thompson et al. (2003).

L'écoulement à grande échelle contenu dans le plan  $(e_r, e_\theta)$  est appelé circulation méridienne. Il est beaucoup plus difficile à détecter via des techniques classiques d'héliosismologie du fait de sa faible intensité par rapport à l'écoulement zonal qu'est la rotation différentielle. C'est pourquoi il est nécessaire de considérer des techniques d'héliosismologie locale ou des mesures de surface pour pouvoir déterminer avec plus de précision la valeur de cette vitesse dans les couches supérieures du Soleil. Le chapitre 4 revient sur le rôle de la circulation méridienne dans les modèles de dynamo et sur l'influence de son profil sur le champ magnétique à grande échelle.

### Le champ magnétique solaire

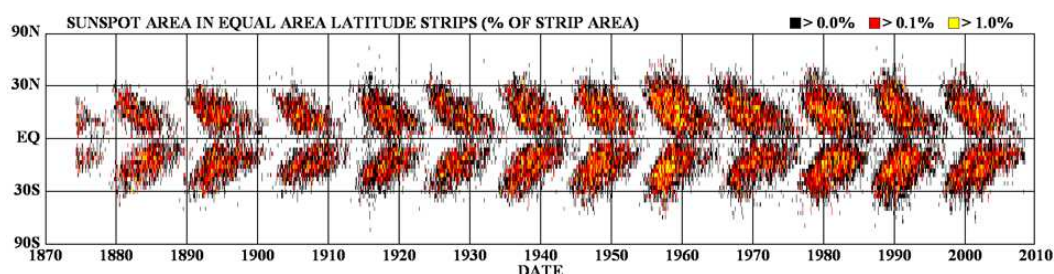
Ceci nous amène à considérer l'existence d'un champ magnétique dans l'intérieur solaire et ses manifestations en surface. L'activité magnétique du Soleil est observée depuis plus de 4 siècles via diverses techniques qui ont aujourd'hui atteint un très haut niveau de sophistication avec des instruments tels que le satellite Hinode (Kosugi et al. 2007). Ces observations nous montrent une activité magnétique à la fois chaotique et à petites échelles et une activité cyclique régulière aux grandes échelles, sans aucune relation apparente entre elles. Nous détaillons ici les propriétés de ces différentes manifestations du champ magnétique solaire.

Les mouvements turbulents et tri-dimensionnels d'un fluide conducteur tels que la granulation solaire sont en général capables d'amplifier et de maintenir un champ magnétique via l'effet dynamo. Ce



mécanisme est supposé être à l'origine du champ magnétique à petites échelles observé dans la photosphère, appelé parfois "tapis magnétique" et qui prend un aspect poivre et sel lorsqu'il est observé sur les magnétogrammes solaires haute résolution (Schrijver et Zwaan 2000). Ce champ à petites échelles se concentre dans les flots descendants intergranulaires, évolue très rapidement et exhibe un comportement fortement chaotique. Au contraire, le champ magnétique à grandes échelles, lui, évolue d'une manière particulièrement régulière par rapport au champ à petites échelles et est responsable de ce que l'on appelle le cycle solaire.

En effet, l'observation du disque solaire depuis plus de 4 siècles montre que des taches sombres (ou taches solaires), dues à l'émergence de flux magnétique à grandes échelles, apparaissent à la surface de notre étoile avec une régularité très surprenante pour un objet aussi turbulent. Ces taches solaires, sur lesquelles nous reviendrons plus en détails dans le chapitre 6, sont l'un des plus grands marqueurs d'une activité magnétique intense et organisée au sein du Soleil, le suivi de leur localisation en fonction du temps permet de construire le diagramme papillon de la figure 1.8.



F . 1.8 – Diagramme temps-latitude de l'apparition des taches solaires, la structure du diagramme rappelle des ailes de papillon d'où son nom de diagramme papillon. Crédit : D. Hathaway : <http://solarscience.msfc.nasa.gov/images/>.

Elles apparaissent au début du cycle magnétique à moyennes latitudes formant une ceinture d'activité magnétique qui se propage ensuite vers l'équateur puis disparaît lorsqu'un nouveau cycle d'activité émet ses premiers signes à moyennes latitudes et reproduit la même évolution. Les principales caractéristiques du cycle solaire sont résumées ici :

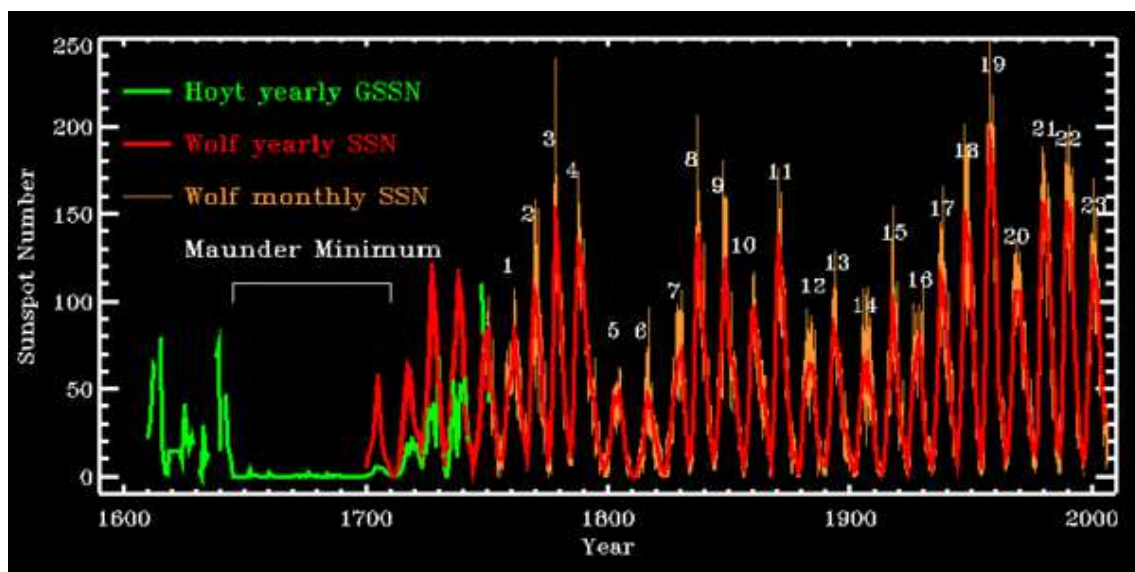
- Un cycle total de 22 ans (dit de Hale), 11 ans (de Schwabe) pour les taches solaires, une modulation sur l'amplitude des cycles de 90-100 ans (Gleissberg) et l'existence de grand minima d'activité (Maunder, Sporer) se produisant de manière irrégulière (Usoskin et al. 2007),
- Dynamo grandes et petites échelles, avec pour cette dernière la présence de points brillants et de tout un réseau intergranulaire de flux magnétique,
- Diagramme papillon du champ toroidal (des taches solaires/ régions actives) restreint dans une bande équatoriale  $\pm 35^\circ$ , avec semble-t-il des longitudes actives séparées de  $180^\circ$ , sites privilégiés d'émergence des nouvelles taches,
- Tilt de  $10^\circ$  ( $4^\circ$ ) des régions bipolaires à  $35^\circ$  ( $10^\circ$ ) (loi de Joy) par rapport à une direction est-ouest, polarité inversée entre hémisphères nord et sud pour le champ toroidal et pour la tache qui précède son groupe dipolaire (loi de Hale)
- Un champ poloidal migrant des moyennes latitudes aux pôles
- Un déphasage (quadrature) entre le champ de surface aux pôles avec le champ toroidal en profondeur, de sorte que le champ polaire se renverse ( $- \rightarrow +$ ) quand  $B_{\text{tor}}$  est maximal (+)
- $B_{\text{tor}} \approx 3 \times 10^3 \text{ G}$  observé dans l'ombre des taches solaires (évalué indirectement à  $10^4 - 10^5 \text{ G}$  dans la tachocline).

Bien que les processus à l'origine du champ magnétique à grandes échelles dans le Soleil soient intimement liés à la convection turbulente de la couche supérieure de l'étoile, la granulation et la supergranulation de la photosphère n'ont probablement que très peu d'influence sur l'activité magnétique régulière. Ces mouvements sont limités dans la zone de sous-surface large de seulement quelques pourcents du rayon solaire, ils sont beaucoup plus rapides et agissent à beaucoup plus petites échelles que les mouvements dans le reste de la zone convective. Ces derniers sont au contraire plus susceptibles d'être influencés par la rotation et c'est cette interaction qui est à l'origine de la redistribution du moment cinétique impliquant la rotation différentielle et la circulation méridienne observées (Brun et Toomre 2002; Miesch et al. 2008).

L'enregistrement le plus direct et le plus long de l'activité magnétique est le relevé du nombre de taches solaires observées, qui a débuté peu après l'invention des premiers télescopes au début du 17ème siècle et qui se poursuit aujourd'hui. En rassemblant tous ces enregistrements de multiples observateurs, on peut obtenir l'évolution temporelle du nombre de taches solaires telle qu'elle est représentée sur la figure 1.9. Le nombre de Wolf indiqué ici vient de l'astronome suisse Rudolf Wolf qui fut à l'origine de la procédure de comptage des taches en 1849 à Zurich. Ce nombre s'exprime par la relation suivante :

$$R = k(F + 10 \times G)$$

où  $F$  est le nombre de taches individuelles,  $G$  est le nombre de groupes de taches et  $k$  est un facteur dépendant des conditions d'ordre 1 d'observations (lieux et instrumentation).



F . 1.9 – Variations du nombre de taches solaires depuis 1610. Trois reconstructions historiques sont représentées : le nombre de taches mensuelles (orange), le nombre de taches annuelles (rouge) et de 1610 à 1750 le nombre de groupes (Hoyt et Schatten 1998).

Sur cette figure, la fréquence correspondant à une période de 11 ans est très claire mais une modulation sur des temps plus longs apparaît également, on remarque notamment la période d'absence totale de taches durant la deuxième moitié du 17ème siècle connue sous le nom de minimum de Maunder. Aujourd'hui, nous savons que cette période fait partie de l'ensemble des grands minima, le minimum de Dalton au début du 19ème siècle en est un autre exemple quoique moins flagrant. Des informations quantitatives concernant le cycle solaire avant 1610 peuvent être apportées par l'étude de la concentration

des isotopes  $^{10}\text{Be}$  et  $^{14}\text{C}$ . En effet, la production de ces éléments est liée aux rayons cosmiques galactiques eux-mêmes sensibles à la modulation du cycle solaire car l'héliosphère, structure la plus étendue du champ magnétique solaire, varie avec le cycle. Ainsi, le relevé de ces éléments dans des carottes de glace en Antarctique ou au Groenland pour le  $^{10}\text{Be}$  ou dans des cerneaux d'arbres pour le  $^{14}\text{C}$  permettent d'obtenir des informations sur le cycle magnétique du Soleil plusieurs milliers d'années avant notre ère. Ces données ont permis de montrer entre autres que les périodes de grands minima sont assez courantes (un événement tous les 300 ans environ) et que les périodes de forte activité (comme celle que l'on a connu dans les années 2003-2006) sont au contraire assez rares, il faut en effet remonter à plus de 8000 ans dans le passé pour retrouver un tel niveau d'activité. Enfin, le relevé de ces isotopes a permis de mettre en évidence d'autres périodes caractéristiques telles que les 90 ans du cycle de Gleissberg.

Il est à noter que la variation de l'activité magnétique durant le déroulement du cycle de 11 ans influence non seulement le nombre de taches et le flux magnétique mais aussi le rayonnement émis par le Soleil et que nous recevons sur Terre appelée irradiancé totale ou "constante" solaire (Bard et Frank 2006). Celle-ci varie en effet en phase avec le cycle solaire d'environ 0.1% : plus le nombre de taches est élevé, plus le flux que nous recevons du Soleil est élevé, du fait de la présence massive de facules qui sont des zones plus brillantes (Lean et al. 2005). D'autre part, les variations de l'irradiancé ne sont pas homogènes spectralement. En effet, la variabilité en UV est un ordre de grandeur supérieur à la variabilité de l'irradiancé totale. Ce rayonnement UV favorise la formation d'ozone stratosphérique par des réactions photochimiques (Haigh 2003), conduisant ainsi au réchauffement de la stratosphère à travers l'absorption de l'excès de rayonnement UV par l'ozone. Certains modèles (Palmer et al. 2004) prévoient que ce mécanisme pourrait amplifier le réchauffement climatique d'environ 15 à 20%. Une autre hypothèse favorisant l'impact de la variabilité solaire sur le climat terrestre serait lié à des effets indirects puisque les effets directs de la variation de l'irradiancé totale semblent être faibles. Svensmark (1998) prétend que le champ magnétique du vent solaire influencerait les rayons cosmiques responsables de la formation de nuages. Ainsi, le minimum solaire allant de pair avec une augmentation du rayonnement cosmique reçu par la Terre, la condensation serait rendue plus efficace et l'augmentation de la couverture nuageuse serait favorisée. Cette hypothèse reste à être confirmée et de plus, l'impact climatique de la couverture nuageuse est encore mal connu puisqu'il dépend entre autres de l'altitude de formation des nuages (les nuages à hautes altitudes seraient effectivement en mesure d'augmenter la température terrestre, contrairement aux nuages bas).

Ainsi, l'apparente régularité du cycle solaire se doit d'être nuancée par l'étude des cycles passés qui montre des modulations significatives sur des échelles de temps de l'ordre de la centaine voire du millier d'années. Cette étude est d'autant plus sensée qu'elle pourrait permettre aux climatologues de mieux prendre en compte le rôle du rayonnement solaire dans les différents aspects de l'évolution du climat sur Terre (voir chapitre 5).

### 1.2.3 La simulation numérique, outil puissant d'étude de la MHD stellaire

Nous l'avons vu, les étoiles sont loin d'être des objets inertes. Elles sont souvent très turbulentes, parfois actives magnétiquement et mettent en jeu des gammes d'échelles spatiales et temporelles très importantes. De plus, elles font intervenir dans leur intérieur des processus dynamiques complexes qui évoluent au cours de leur vie et qui interagissent à chaque instant. Des techniques d'observation nous permettent aujourd'hui d'avoir accès à des informations cruciales sur ces processus physiques, principalement en surface mais aussi en profondeur grâce à des méthodes du type héliosismique. Des satellites tels que Hinode ou Stereo scrutant le Soleil aujourd'hui nous envoient des images de notre étoile d'une très grande qualité, qui nous font avancer dans la compréhension des phénomènes internes. PICARD et SDO vont permettre d'obtenir des contraintes sur les relations Soleil-Terre notamment par une mesure précise de l'irradiancé solaire. Pour les autres étoiles, des missions telles que CoRoT (Baglin et al.

2001) ou Kepler possédant des outils d'astérosismologie vont vraisemblablement bientôt nous procurer des informations sur la dynamique des intérieurs stellaires. De plus, des outils d'observation comme ESPaDOnS ou NARVAL, qui procèdent à la tomographie des étoiles, nous apportent aujourd'hui des informations précises (configuration, intensité) sur leur champ magnétique.

D'un point de vue théorique, la simulation numérique permet depuis de nombreuses années d'avancer vers la compréhension des processus dynamiques dans les intérieurs stellaires. Nous l'avons vu, les modèles 1D d'évolution stellaire permettent une description d'une étoile de sa naissance à sa mort donc sur des temps séculaires. Ces modèles commencent depuis quelques années à intégrer des processus dynamiques susceptibles de modifier la structure stellaire et donc son évolution à long terme. La rotation par exemple (Zahn 1992; Maeder 1998; Mathis et Zahn 2004) et ses effets sur le mélange qu'elle implique sont pris en compte dans certains modèles, tout comme l'effet du champ magnétique (Maeder et Meynet 2003) ou les ondes internes (Charbonnel et Talon 2005). Une autre approche pour mieux comprendre les mécanismes intervenant dans les étoiles est la simulation numérique multidimensionnelle (2D et 3D). Elle permet en effet de "décortiquer" ces étoiles pour mettre à jour les interactions complexes entre des processus dynamiques comme la convection, la rotation ou le champ magnétique. Ce thème de recherches est aujourd'hui très actif et l'avènement de machines de calcul de plus en plus puissantes donne l'espoir de réduire la très grande distance qui sépare encore aujourd'hui la gamme de paramètres atteinte par les simulations et les valeurs réelles dans les objets astrophysiques. Le tableau 1.2 récapitule les différents paramètres caractéristiques dont certains ont été évoqués dans ce chapitre et leurs valeurs dans le Soleil. Ces valeurs sont bien au-delà de ce qui peut aujourd'hui être atteint par des modèles numériques possédant une résolution déterminée mais des techniques existent pour améliorer ces modèles et se rapprocher de plus en plus de la réalité (voir annexe B).

T . 1.2 – Valeurs des nombres sans dimension dans le Soleil, à la base de la zone convective et dans la photosphère. Voir annexe A pour leur définition.

Paramètre	Base de la zone convective	Photosphère
$\Delta\nabla$	$< 10^{-6}$	$< 0.5$
$R_a$	$10^{20}$	$10^{16}$
$R_e$	$10^{13}$	$10^{12}$
$R_m$	$10^{10}$	$10^6$
$P_r$	$10^{-7}$	$10^{-7}$
$P_m$	$10^{-3}$	$10^{-6}$
$R_o$	$10^{-1}$	$10^{-3} - 10^{-1}$
$T_a$	$10^{27}$	$10^{19}$
$M_a$	$10^{-4}$	1
$\beta$	$10^5 - 10^7$	1

Pour modéliser les étoiles en 3D, les modèles dits "star in a box" ont été d'une grande efficacité. En utilisant des codes compressibles en géométrie cartésienne, des étoiles de types très variés ont pu être étudiées telles que des étoiles AGB (Woodward et al. 2003; Freytag et Höfner 2008), des supergéantes rouges (Steffen et Freytag 2007) ou des étoiles de faible masse complètement convectives (Dobler et al. 2006). Cette approche permet d'introduire de grands contrastes de densité et de modéliser des écoulements trans-soniques ainsi que les oscillations stellaires et les écarts à la sphéricité. Toutefois, quelques difficultés existent dans ce type de modélisation telles que le traitement des conditions aux limites supérieures, l'interpolation sur une grille sphérique, les effets de la rotation et les écoulements moyens associés. De plus, ils ne permettent pas un traitement fin des mécanismes des réactions nucléaires du

coeur. Une autre approche est celle de la simulation 3D sphérique dans l'approximation anélastique utilisée notamment dans le code ASH. Des travaux récents avec ce code ont permis d'explorer le diagramme HR, en passant par les étoiles de faible masse complètement convectives (Browning 2008), les étoiles de type solaire à rotation rapide (Ballot et al. 2007; Brown et al. 2007, 2008), les étoiles massives de  $2M_{\odot}$  (Browning et al. 2004; Featherstone et al. 2007) ou les étoiles RGB à enveloppe convective étendue (Palacios et Brun 2007).

Entrons un peu plus dans les détails de l'histoire des simulations numériques du Soleil. La modélisation multi-dimensionnelle globale de l'intérieur solaire a débuté dans les années 70 par la résolution numérique des équations 3D du mouvement dans une coquille sphérique en rotation chauffée par le bas et refroidie par le haut (en Boussinesq, Gilman (1977) puis en anélastique, Glatzmaier (1984)). La structure de la convection est apparue dominée par des colonnes convectives alignées suivant la direction Nord-Sud avec une structure longitudinale périodique, proche de ce qui avait été prédit par la théorie linéaire (Busse 1970). Ces objets ont été nommés cellules bananes du fait de leur structure allongée, cisailée par la rotation différentielle qu'elles impliquaient. Ces études ont permis une meilleure compréhension des interactions non-linéaires entre la convection, la rotation et les champs magnétiques mais la faible résolution spatiale limitait l'étude à des écoulements relativement laminaires. Dans les deux décennies qui ont suivi, de nombreuses simulations numériques de sphères convectives en rotation ont vu le jour, la plupart étant plus concentrées sur les conditions caractéristiques de la Terre ou des intérieurs planétaires (Christensen et al. 1999; Zhang et Schubert 2000; Busse 2002). Parallèlement à ces travaux, des simulations locales haute résolution ont permis d'apporter des précisions sur les couches de surface comme la granulation et son interaction avec le champ magnétique (Stein et Nordlund 1998, 2000; Vögler et al. 2005) ou ont permis de s'intéresser à la dynamique des fluides plus fondamentales via des codes complètement compressibles (Cattaneo et al. 1991; Brummell et al. 1998; Brandenburg et al. 1996; Tobias et al. 2001) ou utilisant l'approximation Boussinesq (Weiss et al. 2002; Cattaneo et al. 2003). Ces modèles ont permis entre autres de mettre en évidence la structure particulière de la convection turbulente compressible organisée en larges écoulement ascendants entourés de fortes colonnes de flots descendants. Cette asymétrie entre flots montants et descendants est supposée être responsable du pompage de champ magnétique de la zone convective vers l'intérieur radiatif stable, phénomène qui a été également largement étudié en simulations locales. En plus de ces simulations locales, d'autres modèles permettant de contourner la difficulté d'utiliser des simulations globales 3D lourdes existent : par exemple les simulations 2D de dynamo champ moyen (Krause et Raedler 1980). Ils ne résolvent que l'équation d'induction et sont donc concentrés sur l'étude de l'évolution du champ magnétique dans une région où le champ de vitesse est imposé. Ils ont permis de progresser sur la compréhension de l'établissement des cycles solaires Dikpati et Charbonneau (1999) et sont aujourd'hui utilisés pour la prédiction de l'activité magnétique future de notre étoile (Dikpati et al. 2004) (voir chapitres 3, 5). D'autres modèles 2D plus sophistiqués ont également été développés notamment des modèles dynamiques, nous reviendrons sur les modèles de dynamo solaire 2D dans le chapitre 3. Aujourd'hui, grâce à l'avènement des ordinateurs massivement parallèles, des résolutions de plus en plus grandes sont en mesure d'être atteintes et les simulations globales de l'intérieur solaire commencent à atteindre des niveaux de turbulence permettant de mettre en évidence des échelles de plus en plus proches de la super granulation (Miesch et al. 2008). Ainsi, de grands progrès ont été accomplis depuis les premiers modèles globaux de la fin des années 70 et les calculateurs de plus en plus performants promettent un bel avenir à la simulation MHD stellaire multi-D dont cette thèse s'inspire.

## Chapitre 2

# Magnétohydrodynamique et processus dynamo

### Sommaire

<b>2.1</b>	<b>Equations de la dynamique des fluides et des plasmas</b>	<b>21</b>
2.1.1	Cas hydrodynamique	21
2.1.2	Cas magnétohydrodynamique	24
<b>2.2</b>	<b>L'effet dynamo</b>	<b>26</b>
2.2.1	Généralités	26
2.2.2	Différentes dynamos et différentes échelles	27
2.2.3	Les mécanismes clés de la dynamo grande échelle	29
<b>2.3</b>	<b>Les dynamos expérimentales et naturelles</b>	<b>32</b>
2.3.1	Les dynamos expérimentales	32
2.3.2	Les processus dynamo dans les objets astrophysiques	34

## 2.1 Equations de la dynamique des fluides et des plasmas

Après ces généralités sur le magnétisme et la turbulence présents partout dans l'Univers, nous allons entrer un peu plus dans les détails du comportement des gaz composant notamment les étoiles. Ces gaz sont soumis aux lois de la mécanique (classique ou relativiste pour les étoiles dégénérées du type étoiles à neutrons par exemple) mais, comme nous allons le voir, d'autres processus physiques peuvent également intervenir comme les processus thermodynamiques ou électromagnétiques.

### 2.1.1 Cas hydrodynamique

Le traitement que nous allons faire des différentes variables régissant le comportement du gaz stellaire (vitesse, température, densité, pression,...) consiste à considérer que toutes ces variables varient continûment d'un point à un autre au sein du fluide (du gaz). Comment dès lors définir ces quantités en un point ? Pour ce faire, nous devons utiliser l'hypothèse de la mécanique des milieux continus c'est à dire considérer que l'on peut associer à un volume de fluide (aussi petit soit-il) les propriétés macroscopiques que l'on associe au fluide dans son ensemble. Nous parlons alors à chaque point de "particule fluide" et un grand volume de fluide consiste alors en un ensemble continu de ces particules, chacune ayant ses propres vitesse, température, densité,... Dans le cas d'un fluide neutre, cette approximation n'est donc valide que s'il y a suffisamment de collisions entre particules (ou de manière équivalente si

l'on se place à une échelle  $L$  grande par rapport au libre parcours moyen  $\lambda$  des particules, ce qui se traduit par un nombre de Knudsen  $\lambda/L \ll 1$ ). De plus, le processus de moyenne permettant d'obtenir les propriétés macroscopiques du gaz n'a de sens que si les molécules contenues dans une particule fluide sont suffisamment nombreuses.

Nous pouvons donc à présent énumérer les différentes équations aux dérivées partielles régissant l'évolution d'un fluide compressible en rotation  $\Omega_0$  plongé dans un champ de pesanteur  $\mathbf{g}$  (Tritton 1988). Elles sont au nombre de trois et possèdent toutes des caractéristiques particulières.

La première de ces équations traduit la conservation de la masse, elle est communément appelée équation de continuité et relie la densité  $\rho$  et la vitesse  $\mathbf{u}$  du fluide :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{u}) = 0 \quad (2.1)$$

Il est à noter que dans le cas d'un fluide incompressible, cette équation se réduit à la forme très simple :

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0$$

En effet, cette équation est caractéristique d'un fluide incompressible puisque la divergence du vecteur vitesse est égale à la trace du tenseur des déformations. Elle est donc bien directement liée aux variations de volume du fluide et donc à sa compressibilité.

La deuxième équation traduit le principe fondamental de la dynamique selon lequel la dérivée temporelle de l'impulsion est égale à la somme des forces agissant sur le fluide. Il ne serait toutefois pas correct d'égaliser ces 2 quantités en un point fixe puisque différentes particules pourraient s'y trouver à différents instants. C'est pourquoi, l'évolution des quantités doit être calculée en suivant le fluide et donc en tenant compte de l'advection par la vitesse globale  $\mathbf{u}$ . La dérivée temporelle de l'impulsion est alors la dérivée particulaire :

$$\rho \frac{D\mathbf{u}}{Dt} = \rho \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \rho(\mathbf{u} \cdot \nabla)\mathbf{u}$$

Ainsi, nous obtenons l'équation célèbre de Navier-Stokes, dont l'histoire remonte à des travaux aussi anciens que ceux d'Archimède. Aujourd'hui, cette équation est reconnue comme fournissant une très bonne description de la plupart des écoulements dans presque tout type de fluides.

$$\rho \frac{D\mathbf{u}}{Dt} = -\nabla P + \rho \mathbf{g} - 2\rho \Omega_0 \times \mathbf{u} - \nabla \cdot \mathcal{D} \quad (2.2)$$

si l'on se place dans un repère en rotation au taux  $\Omega_0$ , avec  $P$  la pression du gaz dans laquelle a été absorbée la force centrifuge et  $\mathcal{D}$  le tenseur des contraintes visqueuses ayant pour composante :

$$\mathcal{D}_{ij} = -2\rho\nu[e_{ij} - 1/3(\nabla \cdot \mathbf{u})\delta_{ij}]$$

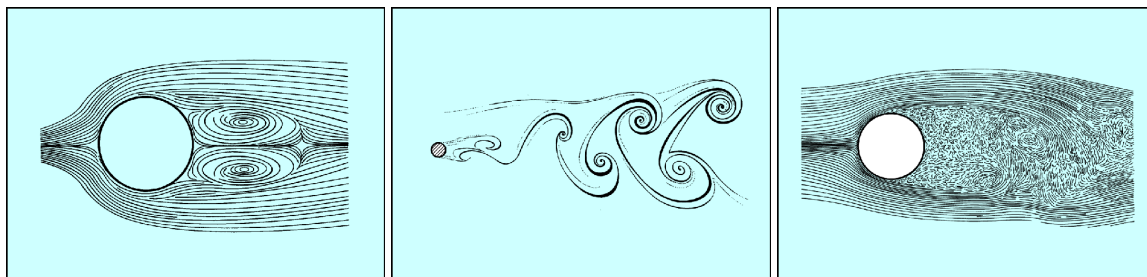
avec  $e_{ij}$  la composante  $(i, j)$  du tenseur des déformations,  $\nu$  la viscosité cinématique et  $\delta_{ij}$  le symbole de Kronecker.

Si l'on se place dans le cas incompressible ( $\nabla \cdot \mathbf{u} = 0$ ), à viscosité constante et que l'on adimensionne l'équation avec comme échelle temporelle le temps diffusif  $L^2/\nu$  où  $L$  est l'échelle spatiale, on obtient une équation du type :

$$\frac{D\mathbf{u}}{Dt} + \frac{\nabla P}{\rho} - \frac{1}{Re} \Delta \mathbf{u} = \mathbf{f}$$

avec  $\mathbf{f}$  les forces extérieures volumiques (gravité et Coriolis principalement) et  $Re = UL/\nu$  le nombre de Reynolds, paramètre clé du comportement des fluides en mouvement. Le nombre de Reynolds est

donc le rapport de  $UL$  (une vitesse caractéristique multipliée par une longueur caractéristique) sur la viscosité cinématique et contrôle la transition entre un écoulement laminaire ( $Re$  petit donc la diffusion visqueuse est plus importante) et turbulent ( $Re$  grand et donc les termes d'inertie dominant). En général en astrophysique ou en laboratoire, la viscosité cinématique des fluides étudiés (eau, air, gaz) est très faible sauf près des régions où les gradients de vitesse sont importants. Par exemple, si un fluide ordinaire s'écoule sur une paroi solide, la vitesse du fluide s'annule au contact de la paroi, ce changement de vitesse crée une couche limite dite d'Ekman où la viscosité n'est en général pas négligeable. C'est par exemple le cas pour une expérience où l'on plonge un obstacle circulaire dans un fluide en mouvement rectiligne.



F . 2.1 – Illustration de l'effet de l'augmentation du nombre de Reynolds dans un écoulement autour d'une paroi solide circulaire. La première image correspond au régime de recirculation tourbillonnaire ( $5 < Re < 50$ ), la deuxième au régime de l'allée de Von Karman ( $50 < Re < 1000$ ) et la troisième à un sillage turbulent pour ( $Re > 1000$ ). Tiré de <http://ielnx1.epfl.ch/elin/Ryhming/documents/chapters/documents-published/doc5/node116.html>.

Dans ce cas et comme le montre la figure 2.1, cette couche où l'écoulement est laminaire normalement à bas nombre de Reynolds peut se détacher sous certaines conditions, on a alors la formation d'une recirculation tourbillonnaire. Puis pour des  $Re$  plus grands, une allée tourbillonnaire (ou de Von Karman) peut se créer puis un sillage turbulent.

L'équation de Navier-Stokes est encore aujourd'hui extensivement analysée par la communauté des mathématiciens appliqués. En effet, la principale difficulté avec cette équation, qui est censée décrire de manière précise la turbulence dans un fluide, est le fait que l'unicité de sa solution n'a pas encore été démontrée. En effet, l'origine de cette difficulté réside dans la possibilité que des "bursts" de vorticité (le rotationnel du vecteur vitesse) existent, transportant l'énergie à des échelles arbitrairement petites (donc éventuellement beaucoup plus petites que l'échelle de dissipation visqueuse). Ceci violerait ainsi l'approximation de la mécanique des milieux continus qui impose de se placer à des échelles suffisamment grandes pour pouvoir traiter les particules comme un fluide. De plus, ces "bursts" intermittents de vorticité impliqueraient que l'évolution temporelle de la solution de l'équation n'est pas unique, ce qui n'est pas acceptable dans ce cadre. Ainsi, des hypothèses de régularité doivent être faites pour pouvoir obtenir un problème bien posé et une séparation d'échelles (type LES pour Large-Eddy-Simulation, voir Guermond et al. (2004)) ainsi qu'un traitement particulier des petites échelles sont nécessaires (modèle sous-maille ou SGS pour Sub-Grid-Scale) dans le cas d'une résolution numérique (voir annexe B).

Passons maintenant à la dernière équation, qui est une équation scalaire traduisant la conservation de l'énergie. En écrivant le premier principe de la thermodynamique dans le repère tournant à la vitesse  $\Omega_0$  et en tenant compte des pertes par dissipation visqueuse, on obtient cette équation pour la variation d'énergie (ici exprimée comme la variation d'entropie du système) :

$$\rho T \frac{DS}{Dt} = \nabla \cdot (\kappa \rho c_p \nabla T) + 2\rho \nu [e_{ij}e_{ij} - 1/3(\nabla \cdot \mathbf{u})^2] \quad (2.3)$$



où  $S$  est l'entropie et  $T$  la température,  $e_{ij}e_{ij}$  représente la trace du carré du tenseur des déformations,  $c_p$  la chaleur spécifique à pression constante et  $\kappa$  la diffusivité thermique. On retrouve donc ici un terme de production d'énergie et un terme de dissipation due à la viscosité. Le second principe de la thermodynamique selon lequel la production d'entropie due aux transformations irréversibles est toujours positive est donc respecté dès que les coefficients  $\kappa$  et  $\nu$  sont positifs, ce qui sera bien toujours notre cas.

Enfin, nous devons compléter cet ensemble d'équations par une contrainte supplémentaire reliant les variables thermodynamiques que sont la pression, la densité, la température et l'entropie. Nous utiliserons dans nos simulations l'équation du gaz parfait bien connue et une équation reliant l'entropie aux autres variables :

$$P = \rho \mathcal{R} T$$

$$S = c_p \ln T - \mathcal{R} \ln P$$

avec  $\mathcal{R} = c_p - c_v$  la constante des gaz parfaits, différence entre la chaleur spécifique à pression constante et à volume constant.

### 2.1.2 Cas magnétohydrodynamique

Si l'on considère à présent ce qu'il se passe dans les étoiles par exemple, le fluide considéré n'est plus neutre mais partiellement ou complètement ionisé. Il peut donc transporter des courants électriques qui vont produire à terme, du champ magnétique. La force de Lorentz exercée par le champ magnétique sur le gaz ionisé (ou plasma) ne peut alors plus être négligée dans l'équation de Navier-Stokes, ni l'effet Joule dans l'équation pour l'énergie. La magnétohydrodynamique (ou MHD) est alors l'étude de l'interaction entre le champ magnétique et le plasma traité comme un fluide. Les équations de Maxwell s'ajoutent donc à l'ensemble d'équations hydrodynamiques rappelées ci-dessus. Toutefois, nous devons nous assurer que nous pouvons toujours rester dans l'approximation fluide. Ceci est possible si les particules du plasma totalement ionisé sont en interactions, à longue portée limitées à la sphère de Debye dont le rayon est la distance au-delà de laquelle il y a écrantage des charges par les charges opposées. D'autre part, pour pouvoir assurer un comportement global, il faut que la séparation de charges ne soit pas trop grande, ce qui implique que les phénomènes étudiés doivent avoir des échelles temporelles et spatiales respectivement plus longues que l'inverse de la fréquence plasma  $\omega_p = (4\pi n e^2 / m)^{1/2}$  (où  $e$  est la charge élémentaire,  $n$  la densité électronique et  $m$  la masse d'un électron) et plus grande que la longueur de Debye  $\lambda_D = (k_B T / 4\pi n e^2)^{1/2}$  (où  $k_B$  est la constante de Boltzman et  $T$  la température).

S'ajoute alors aux 3 équations précédentes de l'hydrodynamique une équation régissant l'évolution du champ magnétique. Cette équation est appelée équation d'induction et elle provient directement des équations de Maxwell comme nous allons le voir. Dans un plasma magnétisé, rappelons que le champ électrique du repère en mouvement et la loi d'Ohm s'écrivent respectivement :

$$\mathbf{E}' = \left( \mathbf{E} + \frac{\mathbf{u}}{c} \times \mathbf{B} \right)$$

$$\mathbf{j}' = \sigma \mathbf{E}'$$

avec  $c$  la vitesse de la lumière,  $\sigma$  la conductivité électrique.

La loi d'Ohm pour un plasma magnétisé non-relativiste en mouvement à la vitesse  $\mathbf{u}$  est la relation entre le courant et le champ électromagnétique est donc la suivante

$$\mathbf{j} = \sigma \left( \mathbf{E} + \frac{\mathbf{u}}{c} \times \mathbf{B} \right)$$

En utilisant maintenant l'équation de Maxwell-Ampère en régime non-relativiste (le courant de déplacement est négligé) :

$$\nabla \times \mathbf{B} = \frac{4\pi}{c} \mathbf{j}$$

et l'équation de Maxwell-Faraday :

$$\frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = -\nabla \times \mathbf{E}$$

et la loi d'Ohm que nous avons rappelé ci-dessus, on obtient l'équation d'induction du champ magnétique qui s'exprime de la manière suivante :

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = \nabla \times (\mathbf{u} \times \mathbf{B}) - \nabla \times (\eta_m \nabla \times \mathbf{B}) \quad (2.4)$$

où  $\eta_m$  est la diffusivité magnétique et est reliée à la conductivité  $\sigma$  par la relation  $\sigma = c^2/(4\pi\eta_m)$ .

De la même manière que pour l'équation de Navier-Stokes, si l'on dédimensionne cette équation et que l'on considère une diffusivité constante, on trouve une équation du type :

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = \nabla \times (\mathbf{u} \times \mathbf{B}) + \frac{1}{R_m} \Delta \mathbf{B}$$

Un nouveau nombre sans dimension apparaît donc, le nombre de Reynolds magnétique  $R_m = UL/\eta_m$ , qui représente le rapport entre les forces d'induction et la dissipation ohmique. Nous reviendrons sur ce paramètre plus en détails dans la suite de ce chapitre car il est d'une importance majeure dans l'étude de l'effet dynamo. Notons tout de même que dans le cas de l'absence de vitesse du fluide, l'équation ci-dessus se ramène à une équation de diffusion donc comme nous le verrons en détails par la suite, ce sont les mouvements du fluide qui fournissent une source de champ magnétique. A l'inverse, si l'on considère la limite  $R_m \gg 1$  (diffusivité très petite ou nulle comme en MHD idéale par exemple), il ne reste que le premier terme du membre de droite dans l'équation ci-dessus et le théorème d'Alfvén s'applique : "Dans un plasma infiniment conducteur, l'ensemble des particules de fluide, situées sur une même ligne de champ magnétique à l'instant  $t$  sont encore sur une même ligne de champ à tout instant ultérieur." Le flux magnétique se trouve donc gelé dans la matière dans ce cas là et des phénomènes tels que la reconnexion magnétique par exemple ne sont pas possibles.

L'ajout de champ magnétique dans le système a bien sûr des effets sur l'évolution de la vitesse du fluide et sur l'énergie du système. La force de Lorentz va maintenant intervenir dans l'équation d'évolution du champ de vitesse, c'est un terme non-linéaire qui va permettre entre autres la saturation de l'énergie magnétique en cas de dynamo (voir sections suivantes). Le chauffage par effet Joule doit être également pris en compte dans l'équation d'évolution de l'énergie puisque c'est une nouvelle source de chaleur. Ainsi, les équations complètes de la MHD sont les suivantes :

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{u}) &= 0 \\ \rho \frac{D\mathbf{u}}{Dt} &= -\nabla P + \rho \mathbf{g} - 2\rho \boldsymbol{\Omega}_0 \times \mathbf{u} + \frac{1}{4\pi} (\nabla \times \mathbf{B}) \times \mathbf{B} - \nabla \cdot \mathcal{D} \\ \rho T \frac{DS}{Dt} &= \nabla \cdot (\kappa \rho c_p \nabla T) + 2\rho v[e_{ij}e_{ij} - 1/3(\nabla \cdot \mathbf{u})^2] + \frac{4\pi\eta_m}{c^2} \mathbf{j}^2 \\ \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} &= \nabla \times (\mathbf{u} \times \mathbf{B}) - \nabla \times (\eta_m \nabla \times \mathbf{B}) \\ \nabla \cdot \mathbf{B} &= 0 \end{aligned}$$

L'ajout de la contrainte supplémentaire sur la divergence du champ magnétique est nécessaire pour compléter les équations, nous verrons qu'il est alors pratique de définir le champ magnétique comme le

rotationnel d'un potentiel vecteur, ceci étant toujours possible lorsque l'on se place dans des domaines aussi réguliers que ceux que l'on considère. Pour que le système d'équations soit complet, il est bien sûr nécessaire d'ajouter des conditions aux limites et des conditions initiales. L'imposition des conditions aux limites est parfois délicate, nous reviendrons sur cet aspect dans le chapitre 8. Dans nos simulations, la résolution de ces équations est faite numériquement en se plaçant dans une certaine approximation dite "anélastique", le lecteur est invité à se reporter à l'annexe B pour avoir plus d'informations sur la méthode numérique utilisée.

## 2.2 L'effet dynamo

### 2.2.1 Généralités

Nous avons vu précédemment que le champ magnétique au sein des objets astrophysiques pouvant être décrits par les équations de la MHD sont intimement liés aux mouvements du plasma les composant. La dynamo, utilisée dans le contexte astrophysique, est une instabilité qui se traduit par la croissance spontanée du champ magnétique due aux mouvements d'un fluide conducteur. Ces mouvements du fluide sont en mesure, dans certains cas comme celui de l'intérieur solaire, de lutter contre la décroissance ohmique et donc de maintenir et régénérer en permanence le champ magnétique. Son utilisation pour justifier la présence de champ magnétique dans les objets astrophysiques a été introduite pour la première fois par Larmor (1919). La dynamo semble être un phénomène assez répandu dans le cosmos puisqu'elle a depuis été invoquée pour expliquer la présence de champ magnétique dans des objets aussi variés que les planètes (la Terre, Jupiter ou Saturne par exemple), les nuages interstellaires, les étoiles ou les galaxies.

Nous avons vu dans le paragraphe précédent que l'équation d'induction régissait l'évolution du champ magnétique plongé dans un certain champ de vitesse. Deux termes principaux apparaissent dans cette équation qui sont l'induction proprement dite  $\nabla \times (\mathbf{U} \times \mathbf{B})$  et la diffusion  $\nabla(\eta_m \nabla \times \mathbf{B})$ , où  $\eta_m$  est la diffusivité magnétique. Si l'on définit une vitesse caractéristique  $\mathcal{U}$  et une longueur caractéristique  $\mathcal{L}$ , alors nous pouvons définir deux types de temps caractéristiques : le temps advectif  $\tau_a = \mathcal{L}/\mathcal{U}$  et le temps diffusif  $\tau_d = \mathcal{L}^2/\eta_m$ . Le rapport de ces 2 temps caractéristiques est appelé nombre de Reynolds magnétique  $R_m = \tau_d/\tau_a = \mathcal{U}\mathcal{L}/\eta_m$ . Ce nombre sans dimension a un rôle prépondérant dans l'étude de la dynamo car il représente le rapport entre les termes d'induction qui maintiennent le champ magnétique et les termes de diffusion qui tendent à le faire décroître, nous verrons donc que la plupart du temps, la recherche d'un effet dynamo passe par la recherche d'un seuil pour le nombre de Reynolds magnétique à partir duquel l'instabilité dynamo est déclenchée (i.e. l'énergie magnétique croît et domine la diffusion ohmique).

Toutefois, il serait utopique de penser qu'il suffit d'avoir un écoulement suffisamment rapide et une résistivité faible (et donc un Reynolds magnétique élevé) pour obtenir un effet dynamo. En effet, il existe d'importantes contraintes sur la forme que doit posséder le flot pour être capable de créer un effet dynamo. Un célèbre théorème dû à Cowling (1933) affirme par exemple qu'il n'existe pas de dynamo axisymétrique (c'est à dire un champ magnétique axisymétrique (indépendant de l'azimut) maintenu par un champ de vitesse axisymétrique). En considérant le champ magnétique des taches solaires, un état stationnaire et une configuration axisymétrique, il montre que l'induction est dans l'impossibilité de lutter contre la diffusion près de la ligne de courant neutre. Son argumentaire a par la suite été prouvé dans le cas d'un fluide incompressible avec  $\eta_m$  constant (Braginski 1964; Moffatt 1978). Pour mieux comprendre son théorème, écrivons la décomposition poloidale/toroidale des champs vectoriels axisymétriques comme suit :

$$\mathbf{B} = \nabla \times (A \mathbf{e}_\phi) + B_\phi \mathbf{e}_\phi$$

$$\mathbf{U} = \mathbf{U}_p + r \sin \theta \Omega \mathbf{e}_\phi$$

où  $\nabla \times (A \mathbf{e}_\phi)$  peut aussi s'écrire  $\mathbf{B}_p$  et où l'indice  $p$  est l'initial de "poloidal", c'est à dire la composante dans le plan engendré par  $(\mathbf{e}_r, \mathbf{e}_\theta)$ . En réinjectant cette décomposition dans l'équation d'induction où on suppose  $\eta_m$  constant, on obtient :

$$\frac{\partial A}{\partial t} + \frac{1}{r \sin \theta} \mathbf{U}_p \cdot \nabla (r \sin \theta A) = \eta_m \left( \nabla^2 - \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \right) A \quad (2.5)$$

$$\frac{\partial B}{\partial t} + r \sin \theta \mathbf{U}_p \cdot \nabla \left( \frac{B}{r \sin \theta} \right) = r \sin \theta \mathbf{B}_p \cdot \nabla \Omega + \eta_m \left( \nabla^2 - \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \right) B \quad (2.6)$$

Nous voyons que l'équation pour  $A$  ne possède aucun terme source, seul un terme de diffusion existe donc la composante poloidale du champ ne pourra pas lutter contre la diffusion ohmique et va décroître exponentiellement. Si  $A$  s'annule, le terme source dans l'équation pour  $B$  qui dépendait du champ poloidal disparaît et le champ toroidal va lui aussi mourir. Ainsi, on n'obtient aucun effet dynamo dans ce cas-là, un terme source de champ poloidal doit intervenir et un champ de vitesse purement axisymétrique n'en fournit aucun.

Bullard et Gellman (1954) ont par la suite prouvé un théorème qui avait été conjecturé par Elsasser (1946) selon lequel la dynamo était impossible dans le cas de mouvements purement toroidaux d'un fluide incompressible avec  $\eta_m$  constant dans une sphère. Zel'Dovich (1957) et Moffatt (1978) ont montré l'impossibilité pour des mouvements plans de réaliser une dynamo. Ivers et James (1986) ont prouvé qu'un écoulement radial à symétrie de révolution en était également incapable. Ainsi, de nombreuses restrictions sur la forme de l'écoulement sont apparues et les principales conclusions de ces travaux ont été que l'écoulement devait être 3D, complexe, asymétrique, autant de conditions parfaitement réalisées dans des objets aussi turbulents que les étoiles de type solaire.

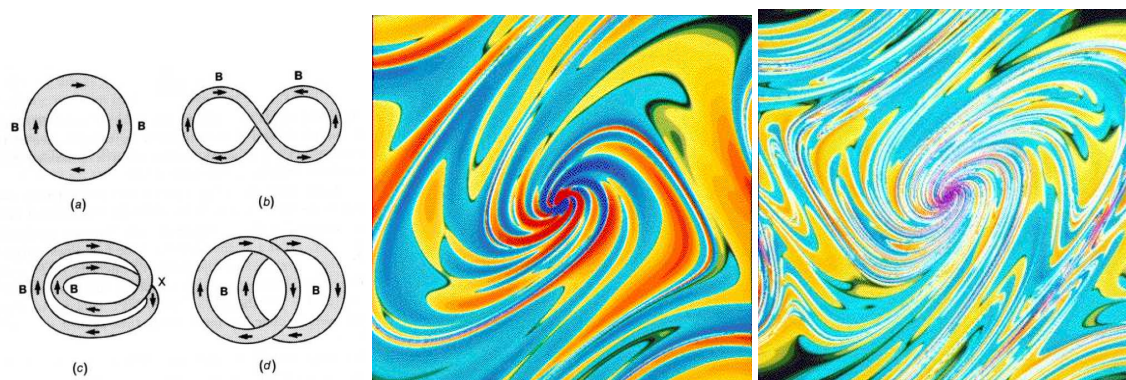
### 2.2.2 Différentes dynamos et différentes échelles

#### Dynamos rapides et lentes

Le nombre de Reynolds magnétique, l'un des paramètres fondamentaux dans l'étude de l'effet dynamo, est très grand dans le Soleil. Il peut atteindre en effet des valeurs de  $10^{10}$ . Ceci signifie que les temps advectif et diffusif sont très différents : de l'ordre de 1 an pour le temps advectif et environ  $10^{10}$  ans pour le temps diffusif ! Il apparaît alors légitime de s'interroger sur le rôle que jouent ces 2 temps caractéristiques sur la croissance des champs magnétiques par effet dynamo. Ainsi, lorsque l'on fait tendre la diffusivité vers 0 dans une dynamo cinématique (où de manière équivalente lorsque l'on fait tendre  $R_m$  vers l'infini), 2 types de comportement peuvent exister :

- soit le taux de croissance du champ magnétique tend vers 0, c'est une dynamo dite "lente", qui agit sur des temps caractéristiques diffusifs. La dynamo expérimentale de Karlsruhe (voir section suivante) en est un exemple.
- soit le taux de croissance tend vers une limite finie positive, c'est alors une dynamo dite "rapide", qui agit sur des temps advectifs. C'est probablement le cas dans les étoiles et en particulier dans notre Soleil où la dynamo semble agir sur des temps plus proches des temps convectifs.

Intéressons nous alors particulièrement à la dynamo rapide puisque c'est elle qui semble être importante dans notre objet d'étude, les étoiles. Dans la limite où  $R_m$  est très grand, le théorème d'Alfven montre que les lignes de champ sont gelées dans l'écoulement, elles suivent donc les mouvements du fluide. Si l'écoulement est suffisamment complexe, les lignes de champ vont alors être étirées, tordues et repliées. C'est le principe du mécanisme de *Stretch-Twist-Fold*, prototype d'une dynamo rapide et évoqué pour la première fois par Vainshtein et Zel'Dovich (1972). La revue de Childress et Gilbert (1995) expose en détails ses différentes caractéristiques.



F . 2.2 – La dynamo rapide et le mécanisme de *Stretch-Twist-Fold*, les images montrent le champ magnétique évoluant dans une dynamo rapide dans un écoulement de Kolmogorov  $\mathbf{u} = (\sin z, \sin x \sin y)$  étudié pour la première fois par Galloway et Proctor (1992). Les 2 images correspondent à 2 instants différents de la simulation, la 2ème étant plus avancée.

La figure 2.2 est l'illustration de ce mécanisme. Si l'on considère un élément circulaire de champ magnétique, que l'on étire, que l'on tord et que l'on replie sur lui-même, on conserve le flux magnétique mais le rayon de chaque anneau de champ magnétique est divisé par 2. Par conséquent l'intensité du champ est multipliée par 2 et donc l'énergie multipliée par 4. Si ce procédé est réitéré une infinité de fois, on obtient une croissance exponentielle de l'énergie magnétique. Il est à noter que ce type de dynamo fait partie de la classe des dynamos cinématiques, il sera important comme nous le verrons par la suite de considérer les effets dynamiques de la rétroaction de la force de Lorentz sur l'écoulement.

### Dynamos petite et grande échelle

Comme nous l'avons vu dans le premier chapitre, les observations du champ magnétique montrent qu'il existe probablement (au moins) 2 types de dynamos dans le Soleil : une dynamo petite échelle et une dynamo grande échelle. Cette dernière est responsable de la création de structures magnétiques d'une taille caractéristique très supérieure à celle de l'écoulement. C'est cette dynamo grande échelle qui est responsable du cycle magnétique, des taches actives, de leur répartition très symétrique durant le cycle,... Nous détaillerons les processus physiques responsables de son établissement dans le paragraphe suivant.

La dynamo petite échelle, quant à elle, est responsable des petites structures (situées dans les régions de "Soleil calme") émergeant à tout instant à la surface du Soleil, indépendamment du cycle magnétique et donc de la dynamo grande échelle. Le champ magnétique petites échelles s'est révélé être très dominant dans le Soleil, grâce notamment aux récentes observations du satellite Hinode (Otsuji et al. 2007) et c'est pourquoi de nombreux scientifiques se sont penchés sur les simulations de ce type de dynamo. Sa localisation ainsi que les mécanismes à son origine sont en effet probablement très différents de ceux de la dynamo grande échelle (voir revue de Cattaneo et Hughes (2001)). Contrairement à la dynamo grande échelle comme nous le verrons par la suite, la dynamo petite échelle n'a pas besoin de la rotation pour agir, les mouvements chaotiques de l'écoulement sont suffisants. De nombreuses simulations de convection sans rotation dans l'approximation de Boussinesq (où la compressibilité du fluide est négligée excepté dans les forces de flottaison) ont été menées pour modéliser une certaine portion de la zone convective solaire proche de la surface.

La figure 2.3 représente le résultat de tels calculs. Ce type de simulations permet d'obtenir des champs magnétiques très intermittents, exhibant des polarités mixtes et un temps caractéristique com-

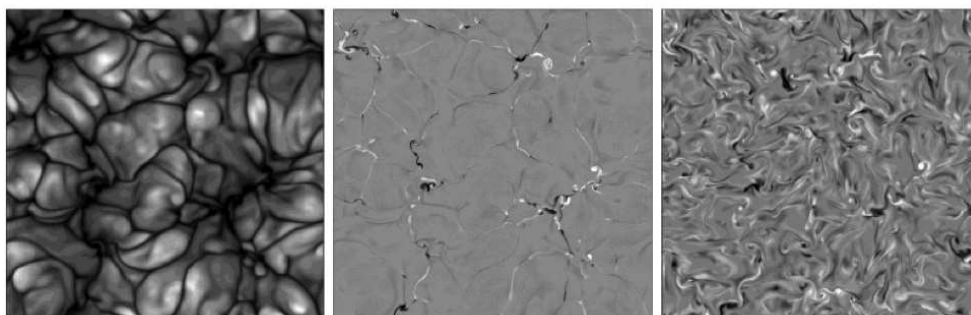


FIG. 2.3 – Simulations Boussinesq de dynamo petite échelle dans une zone convectivement instable sans rotation. À gauche la température est représentée avec les zones claires correspondant aux zones chaudes, au milieu et à droite le champ magnétique vertical est représenté. Les 2 premières figures sont des coupes horizontales près du haut de la boîte alors que la dernière image est une coupe au milieu du domaine (Cattaneo 1999). On remarque la concentration du champ magnétique dans les lignes de flots descendants près de la surface, liée à la divergence du flot proche des régions intergranulaires, dessinant ainsi les contours des cellules convectives.

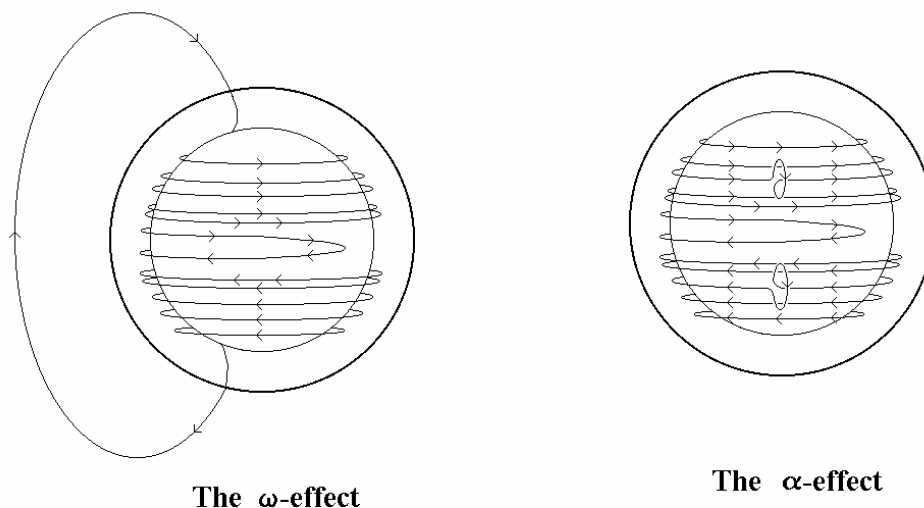
parable au temps de retournement convectif (Meneguzzi et Pouquet 1989; Cattaneo 1999). Une grande gamme d'intensité de champ apparaît, avec les champs les plus forts se concentrant dans les lignes de flots descendants aux bords des cellules convectives. Dans ces simulations, le nombre de Prandtl magnétique  $P_m = \nu/\eta_m$  devient un paramètre important (voir Schekochihin et al. (2007)). À nombre de Prandtl magnétique suffisamment élevé, la dynamo est facilement atteinte alors qu'à faible  $P_m$  (comme c'est le cas dans le Soleil), l'établissement d'une croissance de l'énergie magnétique est plus difficile à obtenir.

Ces résultats sont assez semblables aux calculs dynamos globaux en zone convective solaire de Brun et al. (2004) par exemple. Dans ces simulations 3D sphériques de convection magnétisée, la rotation est également présente mais l'organisation du champ magnétique est assez identique à celle de la figure 2.3. Dans ces simulations en effet, le champ magnétique se concentre principalement dans les lignes de flots descendants, il est fortement intermittent et présente des structures à petites échelles (même si ce ne sont pas les mêmes "petites échelles" que dans les simulations locales car ici toute la zone convective solaire est modélisée). Une dynamo cyclique grande échelle possédant une période semblable à celle du Soleil n'est dans ce cas là pas réalisée mais il semble très probable que l'absence de champ grande échelle cyclique est liée à l'absence de tachocline dans ces modèles (voir Browning et al. (2006)). Cette remarque nous amène à l'étude de la dynamo grande échelle et des mécanismes susceptibles d'être à son origine dans le Soleil et les étoiles.

### 2.2.3 Les mécanismes clés de la dynamo grande échelle

Dans mes travaux de thèse, c'est la dynamo grande échelle qui m'a particulièrement intéressée. En effet, c'est elle qui est responsable du cycle des taches solaires d'une période de 11 ans, des symétries et asymétries persistantes observées durant l'émergence de régions actives ou encore de la relation de phase entre le champ poloidal et le champ toroidal. Le projet H&K du Mont Wilson (Baliunas et Soon 1995) concentré sur les étoiles du type spectral K à F a de plus montré qu'il existait une forte corrélation entre la période du cycle et le taux de rotation de l'étoile. Ce résultat nous donne ainsi l'indication que la rotation va probablement jouer un rôle dans l'établissement et le maintien du champ magnétique à grandes échelles (contrairement à la dynamo petite échelle qui ne nécessite pas de rotation comme le montrent les simulations). Dans le Soleil en particulier, nous avons vu que la dynamo semblait agir sur

des temps advectifs (la période du cycle est de l'ordre de la dizaine d'années, le temps de retournement convectif de l'ordre du mois et le temps diffusif de l'ordre de la dizaine de milliards d'années). La dynamo dans le Soleil est donc plutôt du type "rapide". Mais quels sont les mécanismes physiques responsables de cette dynamo ? Est-ce le mécanisme *Stretch-Twist-Fold* ? Comment alors la rotation influencerait-elle la dynamo ? Quelle forme prend l'écoulement favorable à la dynamo dans le Soleil ? Autant de questions que je vais m'attacher à aborder dans cette partie de manière schématique, une étude plus détaillée et technique étant exposée dans le chapitre suivant.



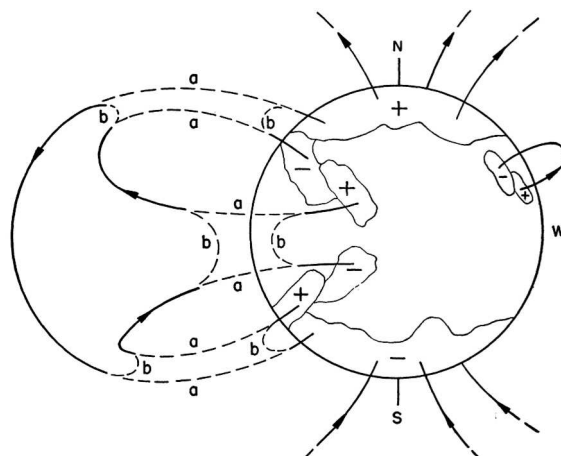
F . 2.4 – Représentation schématique de l'effet  $\Omega$  responsable de l'étirement du champ poloidal pour donner un champ toroidal et de l'effet  $\alpha$  responsable de l'étirement et de la torsion du champ toroidal pour donner un champ poloidal. Tiré de <http://solarscience.msfc.nasa.gov/dynamo.shtml>.

La zone convective du Soleil (située environ entre  $0.7R_{\odot}$  et la photosphère) est le lieu d'écoulement turbulent complexe et de flots moyens tels que la rotation différentielle et la circulation méridienne. Tous ces écoulements agissent pour étirer, tordre, replier et déformer le champ magnétique dont la norme et la direction vont s'en trouver modifiées. A grande échelle, le maintien et la régénération du champ magnétique peuvent être vu comme le maintien et la régénération d'à la fois la composante poloidale (le long des méridiens) et de la composante toroidale (le long des parallèles) du champ moyen (voir chapitre suivant). Comme nous l'avons vu lors de l'évocation du théorème anti-dynamo de Cowling, le terme source de champ toroidal est lié principalement à l'action de la rotation différentielle de l'étoile sur le champ poloidal (terme en  $\mathbf{B}_p \cdot \nabla \Omega$ ). Ce mécanisme est appelé l'effet  $\Omega$  à la fois parce qu'il est lié à la rotation et parce qu'il crée des boucles en forme de cette lettre grecque comme nous le montre le schéma de gauche de la figure 2.4. Sur ce schéma, nous voyons bien comment les boucles initialement poloidales sont étirées par la rotation différentielle pour créer une composante du champ magnétique dans le plan toroidal.

Nous avons régénéré le champ toroidal à partir du champ poloidal, il nous faut maintenant un mécanisme inverse pour que la boucle dynamo se ferme et que la diffusion ohmique soit vaincue. La rotation différentielle et donc l'effet  $\Omega$  ne peut pas être invoquée dans ce cas. Le théorème de Cowling en effet nous a montré que la régénération du champ poloidal nécessitait un effet intrinsèquement 3D agissant sur le champ toroidal. Cet effet est appelé effet  $\alpha$  et est encore aujourd'hui le sujet de nombreuses interrogations. Physiquement, il pourrait être dû aux mouvements turbulents hélicitaires de la zone convective ayant pour effet d'étirer le champ toroidal et de lui appliquer une torsion qui lui prodiguerait une com-

posante poloidale (Parker 1955a). L'effet  $\alpha$  par contre est également tout à fait capable de régénérer un champ toroidal à partir du poloidal. Dans la théorie du champ moyen, l'importance relative de l'effet  $\alpha$  et  $\Omega$  dans la création de champ toroidal permet de distinguer différents types de dynamo appelées  $\alpha^2$ ,  $\alpha\Omega$  ou encore  $\alpha^2\Omega$ .

Dans les étoiles, l'activité magnétique est fonction du type spectral considéré. Cette activité provient certainement de plusieurs types de dynamos (par exemple  $\alpha\Omega$  ou  $\alpha^2$  ou turbulente), voire est peut être seulement due à la présence d'un champ fossile. Les conditions permettant d'avoir tel ou tel type d'activité sont ainsi fonction de la répartition en profondeur des zones radiatives et convectives et donc de la masse et de la métallicité de l'étoile considérée.

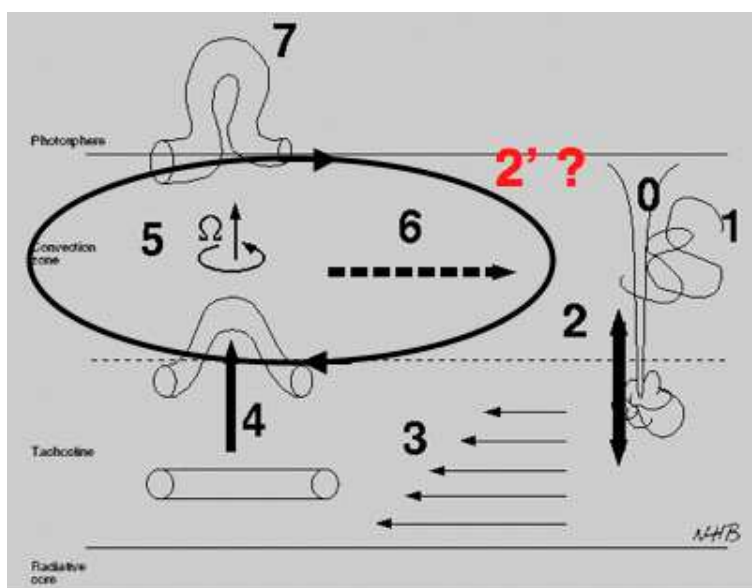


F . 2.5 – Schéma représentant l'idée de Babcock (1961). Les lignes de champ provenant de la région active bipolaire en train d'être dissipée s'approchent des lignes de champ du dipôle solaire, de signe opposé. Par reconnexion et annihilation, le nouveau champ  $a$  remplace progressivement le champ  $b$  du précédent cycle.

Récemment, les modèles de dynamo champ moyen ont utilisé un effet alternatif à l'effet  $\alpha$  pour créer du champ poloidal : le mécanisme de Babcock-Leighton (BL) (Babcock 1961; Leighton 1964, 1969). Dans ce type de modèle, c'est la dissipation des régions actives bipolaires émergeant à la surface du Soleil durant le cycle qui serait un moyen de renverser le champ polaire. Les structures toroidales émergentes, tiltées par la force de Coriolis (c'est la loi de Joy) sont donc à l'origine du nouveau champ poloidal qui, par transport vers les pôles, va remplacer le champ poloidal du cycle précédent. Ce mécanisme, illustré sur la figure 2.5 a été invoqué la première fois par Babcock mais ce n'est qu'à partir des années 90 qu'il a réellement commencé à être utilisé dans les simulations. Dans ce type de modèle, la circulation méridienne joue le rôle important de lien entre les 2 régions source de champ magnétique que sont la surface (où l'effet de Babcock-Leighton agit) et la base de la zone convective (où l'effet  $\Omega$  agit principalement).

Le schéma 2.6 récapitule ces différents effets qui contribuent à la dynamo solaire mais surtout leur localisation dans l'intérieur de l'étoile. Au sein de la zone convective solaire, l'induction crée une "graine" de champ magnétique via les mouvements turbulents du fluide conducteur (étapes 0 et 1). Ce champ magnétique peu structuré possède une composante dans les 3 directions de l'espace et possède donc une composante poloidale. Ce champ est transporté, par effets de pompage magnétique, vers la zone stable de transition entre la zone radiative et la zone convective : la tachocline (étape 2). Dans cette zone où la rotation passe de rigide à différentielle, le cisaillement à la fois en latitude et en rayon est très fort et l'effet  $\Omega$  a lieu (étape 3). Ainsi, le champ poloidal est transformé en champ toroidal qui croît dans cette zone et reste stocké jusqu'à ce que son intensité devienne trop importante. A ce moment là, la forte





F . 2.6 – Schéma récapitulant les différents processus responsables de l'effet dynamo, i.e. la génération et le maintien du champ magnétique dans le plasma stellaire. Adapté d'un schéma de N.H. Brummell.

pression magnétique au sein de la structure toroidale s'accompagne d'une forte différence de densité entre la structure magnétique et son environnement, elle devient donc flottante et commence son ascension dans la zone convective. Cette étape 4, que nous étudierons en détails dans la partie 3, est liée à la flottaison magnétique évoquée pour la première fois par Parker (1955b). Lorsque la structure toroidale se retrouve dans la zone convective (étape 5), la turbulence hélicitaire donnant lieu à l'effet  $\alpha$  est en mesure d'agir pour régénérer la nouvelle composante poloidale (étape 6), la boucle dynamo se referme. Toutefois, lorsque les structures sont suffisamment fortes, elles ne sont pas entièrement recyclées par effet  $\alpha$  et elles peuvent alors émerger à la photosphère pour créer des régions actives tiltées par la force de Coriolis (étape 7). La dissipation de ces régions actives peut alors être une autre source de champ poloidal (c'est l'effet de Babcock-Leighton) et la boucle dynamo se referme différemment. Dans ce cas, le transport par la circulation méridienne peut agir pour advecter le nouveau champ poloidal créé à la surface jusqu'à la base de la zone convective (étape 2').

## 2.3 Les dynamos expérimentales et naturelles

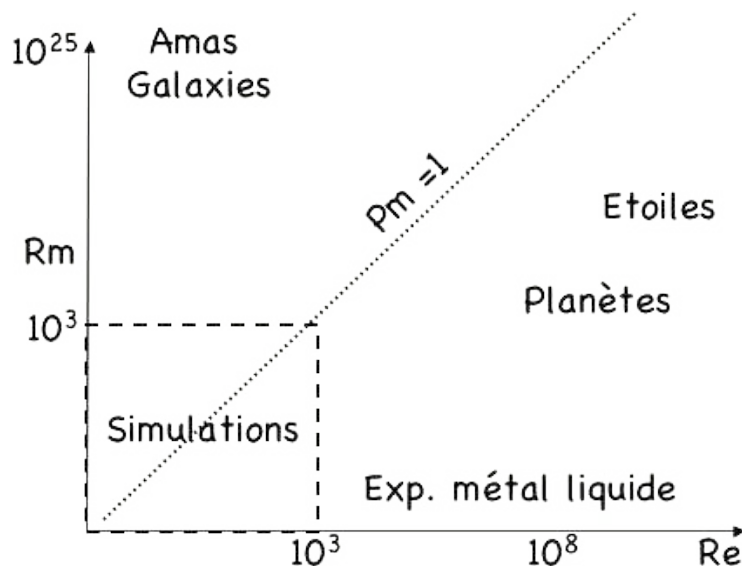
### 2.3.1 Les dynamos expérimentales

Comme l'a dit Enrico Fermi au début du 20ème siècle :

*"...in magnetohydrodynamics one should not believe the product of a long and complicated piece of mathematics if it is unsupported by observation."*

Ainsi, il serait intéressant que le développement théorique expliquant le rôle des différents mécanismes de l'effet dynamo soit confirmé par l'expérience sur Terre. En effet, lorsqu'on s'intéresse aux objets astrophysiques, l'expérience *in situ* ainsi que l'observation précise des processus physiques agissant en leur sein sont relativement inaccessibles. De ce fait, diverses expériences ont été imaginées pour tenter de reproduire un effet dynamo autrement que par simulations numériques. La principale limitation des simulations de nos jours est la résolution insuffisante pour traiter des objets aussi turbulents que les étoiles. Dans l'expérience par contre, les écoulements pouvant être bien contrôlés, le niveau de

turbulence atteint peut être presque du même ordre de grandeur que ce qu'il se passe dans les objets astrophysiques. La figure 2.7 montre quels espaces de paramètres sont couverts par les simulations et par les expériences et quelles sont leurs valeurs réelles dans différents objets astrophysiques. Ainsi, nous avons probablement beaucoup à apprendre du comportement du champ magnétique dans une expérience où des nombres de Reynolds cinétiques très élevés sont accessibles, et où une dynamo turbulente peut alors agir.



F . 2.7 – Régime de paramètres atteints par les simulations numériques et les expériences de métal liquide (principalement gallium et sodium) comparé aux paramètres réels dans divers objets astrophysiques. Adapté de Rincon F. et Scheckochihin A.

Depuis plusieurs années, des projets de dynamo expérimentale dans le sodium liquide sont menés tant en France qu'à l'étranger (Cadarache Von Karman Sodium (VKS1 et VKS2), Atlanta et Madison (USA), Riga (Lettonie) et Karlsruhe (Allemagne). Les groupes de Riga (écoulement de type Ponomarenko) et Karlsruhe (écoulement de Roberts) ont obtenu en 2000 un effet dynamo dans des écoulements hélicitaires fortement contraints et laminaires. Les expérimentateurs ont ici cherché à reproduire des modèles analytiques bien maîtrisés et les études théoriques ont été confirmées par le comportement des champs dynamo dans ces 2 expériences.

D'autres projets comme VKS1 et VKS2 ont plutôt pour but d'atteindre une dynamo turbulente (avec des écoulements libres et turbulents). En effet, si le but est d'être plus proche des paramètres réels des objets astrophysiques, l'effet de la turbulence se devait d'être étudié, un des effets connus par exemple étant l'augmentation du nombre de Reynolds magnétique critique à partir duquel on a un effet dynamo (au moins pour le champ moyen). Dans cette expérience, 2 turbines contrarotatives mettent en mouvement du sodium liquide contenu dans un cylindre. L'écoulement est alors peu contraint, c'est à dire que la géométrie du dispositif expérimental n'oblige pas le fluide à suivre une trajectoire très particulière contrairement aux expériences de Riga ou Karlsruhe. Ainsi, les fluctuations turbulentes sont du même ordre de grandeur que le champ moyen alors que dans les expériences de Riga ou Karlsruhe, les fluctuations turbulentes étaient très faibles par rapport à la composante moyenne et une étude perturbative de l'évolution du champ magnétique était alors possible. En Septembre 2006, l'expérience VKS2 a été couronnée de succès avec pour la première fois l'apparition d'un effet dynamo dans un écoulement "non contraint" (Monchaux et al. 2007). Notons toutefois qu'un anneau central a été ajouté dans l'expérience VKS2 pour "calmer" la turbulence très vigoureuse agissant au coeur du cylindre. L'ajout de ce cylindre

fait donc de VKS2 une expérience en fluide un peu plus contrainte que VKS1 mais avec des fluctuations turbulentes toujours très fortes, permettant ainsi l'étude du rôle de la turbulence sur l'effet dynamo. Une très grande variété de dynamos a depuis été déclenchée selon le taux de rotation absolu et relatif des deux turbines (Berhanu et al. 2007), comme des dynamos stationnaires, oscillantes, oscillantes avec des renversements aléatoires, intermittentes,... Le champ magnétique observé étant principalement axisymétrique, d'après le théorème de Cowling, un effet non-axisymétrique de l'écoulement (de type effet  $\alpha$ ) se doit donc d'être invoqué. Cet effet  $\alpha$  pourrait avoir lieu près des pales des turbines du fait de la recirculation particulière du fluide à cet endroit. La zone proche des turbines semble alors être un lieu privilégié pour les mouvements helicoidaux qui seraient à l'origine du champ poloidal observé. La présence de cet "effet  $\alpha$ " dans cette couche limite rappelle le mécanisme de Babcock-Leighton où la régénération du champ poloidal est localisée sur une petite épaisseur près de la surface de l'étoile, l'analogie avec ce type de dynamo peut alors être envisagée. Il est à noter que l'une des principales différences entre VKS1 (où l'effet dynamo n'a jamais eu lieu) et VKS2 (où il y a eu effet dynamo) est le changement de matériau dont les turbines contrarotatives sont constituées. VKS1 utilisait des turbines en acier alors que dans VKS2, elles sont en fer. L'utilisation de ce matériau aux propriétés magnétiques différentes est donc susceptible d'agir sur le comportement du champ magnétique obtenu et sur le seuil de déclenchement de la dynamo. Ainsi, une étude plus approfondie du rôle qu'ont véritablement joué ces nouvelles conditions aux limites mérite d'être envisagée et c'est d'ailleurs l'objet de récentes simulations numériques 2D axisymétriques appliquées particulièrement à l'expérience VKS2 (Laguerre et al. 2008).

Ces expériences de dynamo montrent donc que des dynamos turbulentes sont aujourd'hui réalisables en laboratoire avec des valeurs des paramètres hydrodynamiques actuellement hors de portée des simulations numériques. De nombreux résultats très encourageants ont émergé, comme par exemple l'obtention de dynamos avec des renversements aléatoires, rappelant fortement le comportement du champ magnétique terrestre. Les régimes de paramètres atteints dans ces expériences sont toutefois assez éloignés de leurs valeurs au sein des planètes et des étoiles mais elles peuvent ouvrir une nouvelle voie d'investigations pour comprendre les processus globaux de maintien du champ magnétique dans des objets turbulents. D'autres expériences comme celle de Madison, à la géométrie plus proche des objets astrophysiques, sont aujourd'hui en cours de développement.

### 2.3.2 Les processus dynamo dans les objets astrophysiques

#### L'exemple du Soleil

Nous avons récapitulé précédemment les processus physiques qui étaient susceptibles d'être responsables de la dynamo solaire et donc du maintien du champ magnétique dans notre étoile. De nombreux modèles sont donc envisagés, même si le favori aujourd'hui est le modèle de type transport de flux qui inclut la présence de la circulation méridienne comme processus d'advection du flux magnétique entre les différentes zones sources de champ. Ce type de modèle est toutefois sujet à controverses comme nous le verrons et le modèle de dynamo d'interface n'est donc pas pour l'instant complètement abandonné, d'autant plus que l'effet  $\alpha$  susceptible d'agir dans la zone convective reste encore très mal connu. Ainsi, il est important de s'intéresser aux processus physiques qui agissent dans d'autres objets astrophysiques pour mieux appréhender ce qu'il peut se passer dans notre étoile.

#### Et les autres étoiles ?

Comme nous l'avons vu, le projet H&K du Mt Wilson (Baliunas et Soon 1995) a permis d'étudier l'activité magnétique de plus de 110 étoiles du type spectral K à F. Cette étude a révélé qu'environ 40% de ces étoiles possédaient une activité magnétique cyclique dont la moitié avec une période du cycle bien définie. Il est donc naturel d'envisager la possibilité d'une dynamo dans ce type d'objets exhibant

une activité magnétique aussi régulière. La bonne corrélation entre rotation et activité obtenue par Noyes et al. (1984); Durney (1985); Baliunas et al. (1996); Saar et Brandenburg (1999) renforce alors plutôt l'idée d'une dynamo d'interface dans ces étoiles. D'autre part, la diminution de la période du cycle magnétique avec l'augmentation de la vitesse de rotation ne semble pas être satisfaite par des modèles de transport de flux si l'on considère les récents résultats des modèles 3D (Brown et al. 2007) selon lesquels la vitesse de la circulation méridienne décroît avec le taux de rotation. Ainsi, il semblerait plutôt que les processus dynamo en suivant la séquence principale des étoiles de types solaires (F et G) aux étoiles peu massives (M) soient de type  $\alpha\Omega$  avec ou sans circulation méridienne puis de type  $\alpha^2$  dans les étoiles moins massives complètement convectives puis de type turbulente (aux petites échelles, avec une activité irrégulière).

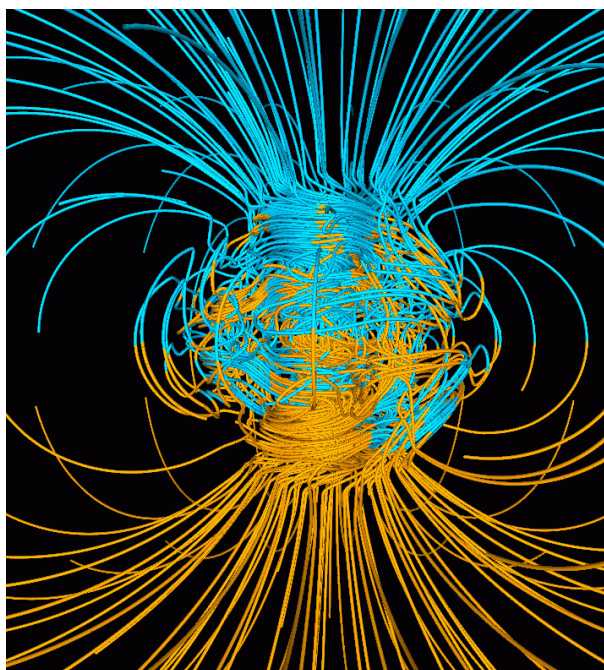
Les étoiles massives (de type O, B et A) possèdent elles un coeur convectif et une enveloppe radiative. Cette différence fondamentale de structure comparée aux étoiles de types solaires implique également des processus de maintien du champ magnétique différents. Comme nous l'avons vu, très peu d'étoiles de ce type apparaissent actives magnétiquement. Il est pourtant envisageable qu'un effet dynamo existe dans le coeur convectif de ces étoiles. La raison pour laquelle ce champ n'est pas observé serait alors la difficulté qu'il aurait à traverser la zone stable qui le sépare de la surface (MacGregor et Cassinelli 2003; Brun et al. 2005). Ainsi, actuellement, l'explication la plus probable du magnétisme observé dans certaines de ces étoiles est plutôt l'existence d'un champ fossile dans l'enveloppe radiative, même si certains évoquent la possibilité d'un effet dynamo dans cette enveloppe (Spruit 2002). Les résultats de cet article et particulièrement la boucle dynamo invoquée ont toutefois récemment été remis en question par Zahn et al. (2007).

Enfin, nous avons vu que les étoiles dégénérées de type étoiles à neutrons possédaient des champs magnétiques très intenses, atteignant quelques  $10^{13}$  G en moyenne. En général, il est plutôt admis que ce champ magnétique résulterait de la seule compression du champ dans l'étoile ayant formé l'étoile à neutrons. Toutefois, durant la phase proto-étoile à neutrons (phase de naissance de l'étoile à neutrons), la luminosité des neutrinos a pu être tellement intense et l'opacité tellement élevée que l'étoile a pu devenir convective. Même si cette phase ne dure qu'environ 20 s, cela représente tout de même  $10^4$  temps de retournement convectif du fait de l'intensité gigantesque de la gravité. Cette période d'instabilité convective serait donc suffisante pour détruire le champ primordial et le régénérer par effet dynamo (Thompson et Duncan 1993; Bonanno et al. 2003). C'est peut-être donc bien un champ dynamo que nous observons dans ce type d'étoile, qui aurait été créé en quelques secondes...

### Dans les planètes et en particulier sur Terre

Certaines planètes du système solaire et en particulier la Terre possèdent également un champ magnétique plus ou moins intense dont l'origine est très souvent attribuée à un processus dynamo. En effet, les enregistrements paleomagnétiques indiquent que le champ magnétique terrestre existe depuis plus de 3 milliards d'années et qu'il s'est renversé plusieurs fois avec une fréquence d'en moyenne 1 fois tous les 200 000 ans, indiquant ainsi l'existence d'une dynamo au sein de son coeur liquide de fer. Ce coeur liquide est convectif du fait des forts gradients de température et de composition chimique, ce qui est comme on l'a vu un des ingrédients fondamentaux de l'étirement et de la torsion des lignes de champ donnant lieu à un effet dynamo.

La nécessité est alors apparue de construire un modèle dynamique complet permettant de démontrer qu'une dynamo était capable de produire un champ magnétique d'une intensité comparable aux observations, possédant une structure dipolaire dominante avec un axe pratiquement aligné avec l'axe de rotation de la Terre, possédant une structure de champ non-dipolaire variant sur des temps caractéristiques de l'ordre de 100 à 1000 ans et se renversant occasionnellement. De manière à répondre à toutes ces questions, Glatzmaier et Roberts (1996) ont développé un modèle simulant l'interaction entre la convection



F . 2.8 – Structure du champ magnétique terrestre en 3D simulé grâce au modèle de geodynamo de Glatzmaier et Roberts. Les lignes de champ dirigées vers l'intérieur sont représentées en bleu et vers l'extérieur en jaune. L'axe de rotation terrestre est vertical et passe par le centre. Les lignes de champ sont tracées jusqu'à 2 rayons terrestres. Tiré de <http://es.ucsc.edu/~glatz/geodynamo.html>.

et le champ magnétique dans un coeur liquide de fer entourant un coeur solide (comme au sein de la Terre) en essayant dans la mesure du possible de conserver les dimensions, le taux de rotation, le flux de chaleur et les propriétés des matériaux du coeur terrestre. Ces calculs avec un code MHD spectral ont permis d'obtenir le type de résultats représentés sur la figure 2.8. Il est à noter dans cette simulation qu'il existe une transition à l'interface coeur-manteau entre un champ intense et complexe dans le coeur fluide convectif où l'effet dynamo a lieu et un champ beaucoup plus régulier et à la structure potentielle au-delà du coeur.

Cette simulation a permis d'obtenir pour la première fois des renversements du dipôle magnétique et des propriétés intéressantes des intensités respectives des différents multipôles durant les phases de renversement. Aujourd'hui encore, la dynamo est l'effet privilégié pour expliquer le champ magnétique terrestre mais de grands progrès restent à être accomplis pour comprendre théoriquement son véritable fonctionnement.

### Les disques d'accrétion

Les disques d'accrétion, formés de matière orbitant autour d'un objet central sur lequel elle chute du fait de la dissipation d'énergie par viscosité, sont également un lieu privilégié pour l'existence d'un effet dynamo. En effet, dans ces objets, l'effet dynamo serait le moyen de maintenir le champ magnétique nécessaire au déclenchement de l'instabilité magneto-rotationnelle ou MRI (Balbus et Hawley 1991, 1998), probablement la principale responsable de la turbulence dans ces disques. L'existence d'instabilités purement hydrodynamiques expliquant cette turbulence a également été envisagée (Richard et Zahn 1999; Dubrulle et al. 2005). La MRI semblerait toutefois être la plus efficace et la plus compatible avec le transport de moment cinétique observé dans les disques d'accrétion.

Si la MRI peut être considérée comme responsable d'un effet dynamo dans les disques (Brandenburg et al. 1995), elle représente un mécanisme très différent de ceux dont il a été question précédemment. En effet, l'action de la force de Lorentz est essentielle dans ce cas pour maintenir à la fois la turbulence et le champ magnétique et donc un modèle de dynamo cinématique (où la rétroaction de la force de Lorentz est négligée) ne peut s'appliquer à ce système particulier qu'est le disque d'accrétion. La MRI est le processus le plus naturel pour maintenir la turbulence dans les disques. Son couplage avec l'effet dynamo fait de ce système un système auto-excité capable de maintenir un champ magnétique à grande et à petite échelle et où la turbulence apparaît naturellement.

### Les dynamos galactiques

Enfin, les galaxies sont également des objets magnétiques qui exhibent en moyenne, pour les galaxies spirales, des champs grande échelle de l'ordre de quelques  $10^{-6}$  G. Certaines observations montreraient éventuellement que ce champ magnétique serait également dû à un effet dynamo en leur sein (voir Shukurov (2000, 2004)).

Tout d'abord, l'observation de la configuration du champ magnétique montre qu'il existe à la fois une composante poloidale et une composante toroidale du champ avec un rapport des 2 (ou pitch angle) non négligeable. Cette observation indique qu'il existe des mécanismes de régénération des 2 composantes du champ. Nous savons que la rotation différentielle agit pour régénérer du champ toroidal à partir de champ poloidal et cette rotation différentielle existe dans les galaxies spirales mais pour obtenir une composante poloidale de l'ordre de ce qui est observé, un mécanisme de type effet  $\alpha$  est vraisemblablement nécessaire.

D'autre part, la symétrie du champ observé est facilement reproduite par un modèle de dynamo galactique. L'analyse de la rotation Faraday des sources galactiques montre que les composantes horizontales du champ ont une parité paire. Les simulations de dynamo galactique montrent effectivement que le champ radial et toroidal sont de manière prédominante symétrique par rapport à l'équateur galactique. Sans invoquer l'effet dynamo, il est beaucoup plus compliqué de concevoir l'obtention de telles configurations de champ, encore une fois le processus dynamo paraît donc extrêmement satisfaisant.

Le champ magnétique dans les disques galactiques atteint pratiquement l'énergie d'équipartition avec la turbulence interstellaire. Cette caractéristique indique que le champ est d'une certaine manière couplée aux mouvements turbulents. Toutefois, des modèles ne faisant pas appel à un effet dynamo (i.e. avec un champ primordial) seraient également en mesure de reproduire des intensités de champ identique. Cet argument est donc peut-être moins décisif que les précédents mais mérite tout de même d'être évoqué.

Toutefois, même si l'effet dynamo semble capable d'expliquer la formation de champ magnétique grande échelle dans les galaxies, de nombreuses interrogations demeurent concernant par exemple l'effet de la conservation de l'hélicité magnétique, la difficulté de générer des champs organisés à l'échelle de la galaxie ou l'interaction avec les champs magnétiques à petite échelle. Le sujet de la dynamo galactique demeure donc encore un sujet de recherche très actif et est loin d'avoir dévoilé tous ses mystères.



## **Deuxième partie**

# **Modélisation 2D de la dynamo solaire globale**

---





## Chapitre 3

# La dynamo champ moyen

### Sommaire

<b>3.1</b>	<b>L'équation d'induction moyennée</b>	<b>41</b>
3.1.1	La séparation d'échelles et le processus de moyenne	41
3.1.2	La First Order Smoothing Approximation	42
3.1.3	Modèles cinématiques et modèles dynamiques : traitement des non-linéarités	45
<b>3.2</b>	<b>Un benchmark international</b>	<b>47</b>
3.2.1	Importance de la validation du code et objectifs du benchmark	47
3.2.2	Les cas standards de dynamo étudiés	48
3.2.3	L'accord des résultats obtenus	49
3.2.4	Conclusions	53

La dynamique des intérieurs stellaires met en jeu des écoulements fortement turbulents, des structures complexes du champ de vitesse et du champ magnétique, des interactions hautement non-linéaires entre les différents processus physiques et des comportements chaotiques difficiles, si ce n'est impossible, à anticiper. Pour toutes ces raisons, la résolution analytique des équations de la MHD régissant cette dynamique complexe est complètement hors de portée. Toutefois, si le but est de comprendre comment le Soleil maintient son champ magnétique grande échelle responsable du cycle de 11 ans et des manifestations les plus flagrantes du magnétisme de surface et non le comportement aux petites échelles, des traitements analytiques et numériques existent, moyennant certaines hypothèses. Nous allons voir dans ce chapitre comment, en moyennant l'équation d'induction de manière à ne s'intéresser qu'au champ moyen grande échelle, les caractéristiques principales du cycle magnétique peuvent être reproduites.

## 3.1 L'équation d'induction moyennée

### 3.1.1 La séparation d'échelles et le processus de moyenne

La théorie de la dynamo champ moyen (ou *mean field dynamo theory*) a été développée dans les années 60 par Steenbeck et al. (1966) puis explorée en détails par Krause et Raedler (1980) et Moffatt (1978). Elle permet de s'intéresser au maintien du champ magnétique à grande échelle en ne retenant que les propriétés statistiques du champ de vitesse. Pour obtenir l'équation d'induction moyenne, l'idée est de supposer qu'il existe une séparation d'échelles entre les champs vectoriels grande et petite échelle et décomposer les champs magnétique et de vitesse en une partie moyenne et une partie fluctuante de moyenne nulle :

$$\mathbf{B} = \langle \mathbf{B} \rangle + \mathbf{b} \text{ avec } \langle \mathbf{b} \rangle = 0$$

$$\mathbf{U} = \langle \mathbf{U} \rangle + \mathbf{u} \text{ avec } \langle \mathbf{u} \rangle = 0$$

En moyennant ensuite l'équation d'induction sur une échelle intermédiaire, on obtient une équation d'évolution pour le champ magnétique moyen :

$$\frac{\partial \langle \mathbf{B} \rangle}{\partial t} = \nabla \times (\langle \mathbf{U} \rangle \times \langle \mathbf{B} \rangle) + \nabla \times \mathcal{E} - \nabla \times (\eta \nabla \times \langle \mathbf{B} \rangle) \quad (3.1)$$

où  $\mathcal{E} = \langle \mathbf{u} \times \mathbf{b} \rangle$  est appelée la force électromotrice moyenne prenant en compte les corrélations entre les champs petites échelles. Nous voyons que cette équation pour le champ moyen fait intervenir les fluctuations pour lesquelles il nous faut donc une équation d'évolution. Cette équation est obtenue en soustrayant l'équation pour le champ moyen à l'équation d'induction complète. Nous obtenons alors :

$$\frac{\partial \mathbf{b}}{\partial t} = \nabla \times (\langle \mathbf{U} \rangle \times \mathbf{b} + \mathbf{u} \times \langle \mathbf{B} \rangle) + \nabla \times (\mathbf{u} \times \mathbf{b} - \mathcal{E}) - \nabla \times (\eta \nabla \times \mathbf{b}) \quad (3.2)$$

où nous voyons apparaître le courant électromoteur  $G = \mathbf{u} \times \mathbf{b} - \mathcal{E}$ . Nous avons donc maintenant à notre disposition les équations régissant l'évolution des 2 parties du champ magnétique en fonction des parties moyenne et fluctuante du champ de vitesse. Nous cherchons ici à résoudre uniquement l'équation d'évolution du champ moyen sans avoir à traiter l'évolution des perturbations. Ceci nécessite donc une relation de fermeture entre la partie moyenne et la partie fluctuante du champ magnétique. Cette relation a alors pour but de représenter la manière dont les petites échelles vont agir sur le champ magnétique grande échelle (via la force électromotrice  $\mathcal{E}$ ). Notons que les relations de fermeture sont essentielles dans l'étude de la turbulence par exemple, où les équations d'évolution de chaque corrélation entre les fluctuations de vitesse font intervenir des corrélations d'ordre supérieur. Pour résoudre ce type d'équation, une relation de fermeture reliant les corrélations d'un certain ordre avec les corrélations d'ordre inférieur est nécessaire pour pouvoir stopper la succession des équations et ainsi fournir la contrainte supplémentaire nécessaire à la résolution.

### 3.1.2 La First Order Smoothing Approximation

Une des techniques de fermeture des équations ci-dessus qui a été le plus utilisée est appelée la *First Order Smoothing Approximation*. Elle consiste à considérer que le courant électromoteur  $G = \mathbf{u} \times \mathbf{b} - \mathcal{E}$  est nul ou autrement dit que le champ fluctuant ne peut être maintenu sans champ grande échelle. Elle consiste donc à dire qu'il n'existe pas de dynamo fluctuante ou petite échelle. Cette contrainte supplémentaire nous donne une relation entre le champ fluctuant et le champ moyen et nous permet de considérer le champ fluctuant  $\mathbf{b}$  comme une fonctionnelle linéaire du champ moyen  $\langle \mathbf{B} \rangle$ . Dans ce cas là, la force électromotrice  $\mathcal{E}$  peut s'écrire comme la combinaison linéaire des dérivées successives du champ moyen. A l'ordre 1, on a donc le développement suivant pour chaque composante du vecteur  $\mathcal{E}$  :

$$\mathcal{E}_i = \alpha_{ij} \langle \mathbf{B} \rangle_j + \beta_{ijk} \frac{\partial \langle \mathbf{B}_j \rangle}{\partial x_k}$$

Ce développement grâce au pseudo-tenseur  $\alpha_{ij}$  et au tenseur  $\beta_{ijk}$  est valable dans le cas général d'une turbulence anisotrope inhomogène. Dans le cas anisotrope, on peut décomposer le pseudo-tenseur en sa partie symétrique  $\alpha^S$  parallèle au champ moyen et sa partie antisymétrique  $\alpha^A$  perpendiculaire au champ moyen. La partie antisymétrique est plus communément noté  $\gamma$  et représente l'effet de pompage magnétique, très important dans l'intérieur solaire où les flots descendants très forts et étroits (contrairement aux large flots ascendants) agissent pour advecter le champ magnétique en profondeur vers la zone de tachocline. C'est l'étape 2 du schéma 2.6, qui a été récemment étudiée numériquement notamment par Tobias et al. (1998, 2001); Brummell et al. (2002b) et dont nous reparlerons dans la partie 3 de cette thèse.

Dans le cas isotrope, cette expression peut se simplifier puisque dans ce cas, nous avons :

$$\alpha_{ij} = \alpha \delta_{ij}$$

$$\beta_{ijk} = \beta \epsilon_{ijk}$$

avec  $\alpha$  et  $\beta$  des fonctions scalaires du temps et de l'espace,  $\delta_{ij}$  le symbole de Kronecker tel que  $\delta_{ij} = 1$  lorsque  $i = j$  et 0 sinon et  $\epsilon_{ijk}$  le symbole de Levi-Civita c'est à dire tel que  $\epsilon_{ijk} = 1$  si  $(i, j, k)$  est une permutation paire de  $(1, 2, 3)$ ,  $\epsilon_{ijk} = -1$  si  $(i, j, k)$  est une permutation impaire de  $(1, 2, 3)$  et  $\epsilon_{ijk} = 0$  si un des indices est répété.

Dans ce cas, la nouvelle forme simplifiée de la force électromotrice est :

$$\mathcal{E}_i = \alpha \langle \mathbf{B} \rangle_i - \beta (\nabla \times \langle \mathbf{B} \rangle)_i$$

Le second terme du membre de droite représentant une diffusion additionnelle,  $\beta$  est alors appelé *diffusivité turbulente* et le premier terme représente une force électromotrice parallèle au champ moyen. Ce dernier représente alors l'effet  $\alpha$  évoqué dans le chapitre précédent, un des acteurs clés de l'effet dynamo. Nous allons voir plus en détails la manière dont ce terme intervient dans les équations pour bien comprendre la manière dont à la fois le champ poloidal et le champ toroidal se maintiennent mutuellement dans la zone convective solaire.

Nous allons alors réintroduire cette nouvelle expression de la force électromotrice dans l'équation 3.1 régissant l'évolution temporelle et spatiale du champ magnétique moyen. Nous obtenons alors l'équation suivante :

$$\frac{\partial \langle \mathbf{B} \rangle}{\partial t} = \nabla \times (\langle \mathbf{U} \rangle \times \langle \mathbf{B} \rangle) + \nabla \times (\alpha \langle \mathbf{B} \rangle) - \nabla \times [(\eta_m + \beta) \nabla \times \langle \mathbf{B} \rangle] \quad (3.3)$$

Pour mieux comprendre le rôle respectif des coefficients de la dynamo champ moyen que sont  $\alpha, \beta, \eta_m$  et  $\Omega$ , considérons une nouvelle fois la décomposition en une composante poloidale et une composante toroidale des champs vectoriels axisymétriques :

$$\mathbf{B} = \nabla \times (A_\phi \mathbf{e}_\phi) + B_\phi \mathbf{e}_\phi$$

$$\mathbf{U} = \mathbf{U}_p + r \sin \theta \Omega \mathbf{e}_\phi$$

où  $\nabla \times (A_\phi \mathbf{e}_\phi)$  peut aussi s'écrire  $\mathbf{B}_p$  et où l'indice p est l'initiale de "poloidal", c'est à dire la composante dans le plan engendré par  $(\mathbf{e}_r, \mathbf{e}_\theta)$ .

La réintroduction de cette décomposition dans l'équation moyennée et approximée grâce à la FOSA donne les deux équations aux dérivées partielles couplées suivantes pour  $A_\phi$  et  $B_\phi$ , où  $\mathbf{U}_p$  est considéré à divergence nulle :

$$\frac{\partial A_\phi}{\partial t} = (\eta_m + \beta) \left( \nabla^2 - \frac{1}{\varpi^2} \right) A_\phi - \frac{\mathbf{U}_p}{\varpi} \cdot \nabla (\varpi A_\phi) + \alpha B_\phi \quad (3.4)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial B_\phi}{\partial t} = & (\eta_m + \beta) \left( \nabla^2 - \frac{1}{\varpi^2} \right) B_\phi + \frac{1}{\varpi} \frac{\partial (\varpi B_\phi)}{\partial r} \frac{\partial (\eta_m + \beta)}{\partial r} - \varpi \mathbf{U}_p \cdot \nabla \left( \frac{B_\phi}{\varpi} \right) \\ & + \varpi (\nabla \times (\varpi A_\phi \hat{\mathbf{e}}_\phi)) \cdot \nabla \Omega - \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( \alpha \frac{\partial (r A_\phi)}{\partial r} \right) - \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \frac{\alpha}{\sin \theta} \frac{\partial (\sin \theta A_\phi)}{\partial \theta} \right) \end{aligned} \quad (3.5)$$

où  $\varpi = r \sin \theta$ .

L'analyse de ces équations nous indique déjà plusieurs choses, que nous avons évoquées dans le chapitre précédent.

- Tout d'abord, le terme en  $\alpha$  devient un terme source de champ poloidal, le théorème anti-dynamo de Cowling est ainsi contourné et des modèles de dynamo axisymétrique peuvent alors être construits via ce développement.
- Le terme en  $\alpha$  apparaît dans l'équation poloidale mais aussi dans l'équation pour le champ toroidal, alors que le terme en  $\Omega$  n'est un terme source que de champ toroidal. Nous retrouvons donc la possibilité de distinguer les dynamos  $\alpha^2$ ,  $\alpha\Omega$  et  $\alpha^2\Omega$  selon l'importance que prend chaque terme source dans la création des 2 composantes du champ magnétique.
- Les 2 composantes du champ se "nourrissent" l'une de l'autre : les termes sources de chaque composante font intervenir l'autre composante, ainsi nous voyons encore une fois clairement que l'effet dynamo consiste en le maintien de toutes les composantes du champ magnétique.
- Le coefficient de diffusion est maintenant modifié, nous verrons que nous considérerons la contribution turbulente  $\beta$  largement dominante devant la diffusivité microscopique  $\eta_m$ . La nouvelle diffusivité  $\eta_m + \beta$  sera appelée *diffusivité effective* et notée  $\eta$ .
- La circulation méridienne joue un rôle de transport de champ magnétique à la fois poloidal et toroidal.

La FOSA présente des caractéristiques très attractives car son utilisation est simple et assez intuitive. En particulier, elle permet de relier directement le coefficient  $\alpha$  et l'hélicité de l'écoulement  $\mathbf{U} \cdot (\nabla \times \mathbf{U})$  (Moffatt 1978), ce qui semble assez logique si l'on se remémore la manière dont la turbulence hélicitaire dans la zone convective donne lieu à l'effet  $\alpha$  qui étend et tord les lignes de champ toroidal pour créer une composante poloidale.

Toutefois, il est à noter que de nombreuses incertitudes persistent concernant le calcul des coefficients de la dynamo champ moyen  $\alpha$  et  $\beta$ . L'utilisation de la FOSA pour décrire l'évolution du champ magnétique à grande échelle est ainsi encore sujette à controverses (voir Courvoisier et al. (2006)). En particulier, nous avons vu que la FOSA s'appliquait lorsqu'on supposait qu'il n'y avait pas de dynamo petites échelles. Or, lorsque  $R_m$  est grand, la diffusivité magnétique est très faible et il n'y a pas de raisons de considérer que la dynamo à petites échelles ne peut pas exister. L'expérience montre même que dans le cas d'un Reynolds magnétique élevé (comme dans le Soleil), le champ magnétique à petites échelles domine le champ magnétique grande échelle (en terme d'énergie). Dans ce cas, la description du comportement de la dynamo doit être issue de la théorie de la turbulence MHD, avec des champs magnétiques petites échelles auto-entretenus. La FOSA n'est donc *a priori* pas vraiment valide dans le Soleil où la diffusivité magnétique est très faible et donc où  $R_m$  est grand. Toutefois, son utilisation produit des résultats qualitativement très proches des résultats des simulations numériques d'écoulement turbulents. Des modèles utilisant des fermetures plus sophistiquées telles que les approximations  $\tau$ -minimal (ou MTA pour minimal  $\tau$ -approximation) ou EDQNM (ou approximation  $\tau$ ) ont donc été développés (voir revue de Brandenburg et Subramanian (2005)). Dans l'approximation  $\tau$ -minimal (Blackman et Field 2002), les corrélations triples des champs fluctuants ne sont plus négligées (comme dans la FOSA où on suppose que le champ fluctuant est une fonctionnelle linéaire du champ moyen) mais elles sont exprimées en fonction des corrélations doubles sous forme d'un terme d'amortissement de temps caractéristique  $\tau$ . L'approximation EDQNM (ou  $\tau$ ) est fondée sur le même principe mais cette fois ce sont les corrélations quadruples qui sont exprimées sous forme d'un terme d'amortissement fonction des corrélations triples et doubles. Ces approximations sont plus générales puisqu'elles ne nécessitent pas de considérer que le champ fluctuant est faible comparé au champ moyen, ce qui en fait de bons candidats pour l'étude des objets astrophysiques. Dans ces dernières approximations, la relation entre le terme  $\alpha$  et l'hélicité de l'écoulement n'est alors plus aussi directe puisqu'un terme correctif issu de la force de Lorentz apparaît dans l'expression de  $\alpha$  (Pouquet et al. 1976).

De nombreuses questions demeurent donc concernant la détermination des coefficients de la dynamo champ moyen et particulièrement de l'effet  $\alpha$  qui est un ingrédient déterminant du processus dynamo.

Nous nous sommes toutefois ici concentrés sur des simulations numériques utilisant la FOSA comme relation de fermeture et nous allons voir que même si la validité de cette approximation reste à être prouvée, les résultats des simulations apportent des éléments non négligeables de compréhension du magnétisme stellaire.

### 3.1.3 Modèles cinématiques et modèles dynamiques : traitement des non-linéarités

Dans tous les modèles que nous allons présenter dans la partie 2 de ce manuscrit, le champ de vitesse est prescrit et n'est pas influencé par la modification du champ magnétique lors de la simulation. Ce type de modèle est appelé modèle cinématique. Il est bien entendu possible dans ces modèles cinématiques de faire évoluer la vitesse dans le temps mais cette évolution n'est pas régie par une équation et donc l'effet de l'action de la force de Lorentz sur le champ de vitesse ne sera pas réellement pris en compte. D'autre part, les étoiles magnétiquement actives sont des systèmes fortement non-linéaires. L'une des manifestations les plus flagrantes de ces non-linéarités est la saturation de la dynamo. L'énergie magnétique croît exponentiellement pendant la phase linéaire de l'instabilité mais elle est ensuite saturée et se stabilise à une valeur approximativement constante finie. Ainsi, il est clair qu'il y a une interaction dynamique entre le champ magnétique et le champ de vitesse dans de tels systèmes. Cette particularité du système étudié peut être incorporé dans les modèles cinématiques en considérant la rétroaction du champ magnétique sur les coefficients de la dynamo champ moyen  $\alpha$ ,  $S$  le terme source de Babcock-Leighton ou  $\eta$  la diffusivité turbulente. Ce *quenching* permet alors d'imposer une réduction des coefficients de la dynamo champ moyen lorsque le champ magnétique à grande échelle atteint une certaine valeur, le plus souvent proche de l'équipartition. Le terme de quenching du coefficient  $\alpha$  s'exprime alors de la manière suivante :

$$\alpha(\langle \mathbf{B} \rangle) = \frac{1}{1 + \langle \mathbf{B} \rangle^2 / B_{eq}^2}$$

Néanmoins, lorsque  $R_m$  est grand, les champs à petites échelles dominent les champs à grandes échelles et dans ce cas, il est probable que l'écoulement à petites échelles soit perturbé par le champ magnétique fluctuant lorsque celui-ci atteint l'énergie d'équipartition. Les coefficients  $\alpha$  et  $\eta$  sont alors susceptibles d'être réduits par le champ magnétique petite échelle bien avant d'être influencé par le champ grande échelle, c'est ce que l'on appelle le *catastrophic quenching* (Vainshtein et Cattaneo 1992; Cattaneo et Hughes 1996), le terme en  $\alpha$  peut alors s'écrire sous la forme :

$$\alpha(\langle \mathbf{B} \rangle) = \frac{1}{1 + R_m^\gamma \langle \mathbf{B} \rangle^2 / B_{eq}^2}$$

où  $\gamma > 0$  et souvent proche de 1. Le même type de relation existe avec le terme  $\eta$  de diffusion turbulente, sauf que dans le cas où  $\eta$  est réduit, l'efficacité de la dynamo est augmentée.

La non suppression de l'effet  $\alpha$  pourrait toutefois être due à une éjection permanente de flux d'hélicité (par les CMEs par exemple) à la surface du Soleil qui ne constitue alors plus une condition aux limites fermée (Brandenburg 2001). Dans ce cas, les conditions du *catastrophic quenching* ne s'appliquent plus et la libération d'hélicité permettrait de conserver l'efficacité de la dynamo. La relation entre  $\alpha$  et l'hélicité n'étant pas clairement établie, l'étude du *quenching* et de sa forme reste à être approfondie.

Au-delà de la saturation de la dynamo, d'autres aspects du cycle solaire sont représentatifs d'un système non-linéaire : les grands minima comme celui de Maunder ou de Spörer, les oscillations torsionnelles (oscillations de la rotation différentielle) ou les asymétries Nord-Sud qui sont plus délicates à être reproduites par des modèles de dynamo cinématique.

La modulation du cycle solaire dont nous avons vu les manifestations dans le chapitre 1 peut également être expliquée par l'introduction de processus stochastiques dans les modèles de dynamo. En effet, l'observation et la simulation de la convection solaire et des écoulements à grande échelle font apparaître des structures chaotiques complexes, intermittentes et d'autres fluctuations importantes. Pour incorporer ce *bruit* du à la turbulence de l'écoulement dans les modèles de dynamo cinématiques, il est possible d'introduire des fluctuations du coefficient  $\alpha$  par exemple avec différentes amplitudes et temps de corrélation. Dans le cas de temps de corrélation faibles comparés à la période du cycle, des fluctuations d'une amplitude suffisamment élevées permettent de retrouver une modulation du cycle similaire à ce qui est observé (Choudhuri 1992). Un certain nombre de calculs ont été conduits pour les modèles de dynamo  $\alpha\Omega$  comme Hoyng (1993); Ossendrijver et Hoyng (1996); Mininni et Gómez (2002, 2004). Ils ont notamment montré que dans une certaine gamme de paramètres, l'anti-corrélation entre l'amplitude et la durée d'un cycle (loi de Waldemaier qui dit qu'un cycle fort monte plus rapidement vers son maximum qu'un cycle faible) pouvait être retrouvée et que les grands minima tels que celui de Maunder pouvaient être dus à l'effet cumulé de fluctuations de l'effet  $\alpha$ . Si les fluctuations sont spatialement décorréliées, des variations de parité (symétrie par rapport à l'équateur) peuvent également être observées (e.g. Moss et al. (1992)). Charbonneau et Dikpati (2000) ont introduit le même type de fluctuations dans des modèles de Babcock-Leighton (voir chapitre suivant). Ils ont pu reproduire l'anti-corrélation entre amplitude et durée du cycle pour une gamme de paramètres plus étendue que pour les modèles  $\alpha\Omega$  pour un temps de corrélation d'environ 1 mois et une amplitude des fluctuations de 200%. Dans le cadre de son stage de Master 2 au SAp avec Sacha Brun, Nicolas Aunai a introduit cette stochasticité dans des modèles de Babcock-Leighton avec circulation méridienne à plusieurs cellules et a montré que les effets pouvaient être très intenses sur la variabilité solaire.

D'autre part, des modèles 2D champs moyens non cinématiques (ou dynamiques) ont été développés, permettant de prendre en compte la rétroaction de la force de Lorentz sur la vitesse et d'étudier ainsi de manière plus physique les non-linéarités du système. Dans les modèles de Malkus-Proctor par exemple (Malkus et Proctor 1975; Proctor 1977), le couple de Lorentz exercé par le champ magnétique à grandes échelles est introduit dans l'équation pour la rotation différentielle. Le champ de vitesse moyen est tout d'abord décomposé en une partie stationnaire ayant par exemple un profil de type solaire et une partie dépendante du temps qui sera influencée par la force de Lorentz moyenne. Ainsi, nous avons l'expression suivante pour le champ de vitesse moyen :

$$U = U_s(r, \theta) + U_f(r, \theta, t, \langle B \rangle)$$

où  $U_s$  est le champ de vitesse stationnaire et  $U_f$  le champ de vitesse fluctuant dépendant du champ magnétique moyen et du temps. Si l'on considère uniquement une vitesse toroidale (on omet la circulation méridienne ici), l'équation d'évolution adimensionnée pour  $U_f$  est alors :

$$\frac{\partial U_f}{\partial t} = \frac{\Lambda}{4\pi} (\nabla \times \langle B \rangle) \times \langle B \rangle + P_m \Delta U_f$$

où  $\Lambda$  est une mesure de l'intensité de la force de Lorentz et  $P_m$  est le nombre de Prandtl magnétique mesurant le rapport entre la dissipation visqueuse et la diffusivité magnétique.

L'introduction de cette équation supplémentaire traduisant l'influence de la force de Lorentz sur l'écoulement permet de reproduire de nombreuses manifestations des non-linéarités présentes dans le Soleil. Ainsi, ce terme est susceptible de causer une saturation de la dynamo (Brandenburg et al. 1991), des oscillations torsionnelles (Rempel 2005, 2006), des modulations à long terme comme des grands minima (Weiss et al. 1984; Kleeorin et Ruzmaikin 1991) ou encore des comportements intermittents (Moss et Brooke 2000).

Nous nous intéressons particulièrement dans ce qui va suivre au cycle magnétique et son établissement par l'écoulement moyen et non à la rétroaction du champ magnétique sur le champ de vitesse. Ainsi, nos modèles sont cinématiques : la vitesse sera à chaque fois prescrite dès le début de la simulation. Toutefois, une non-linéarité sera la plupart du temps incorporée sous forme de quenching d'un coefficient dynamo, le plus souvent le terme en  $\alpha$  ou le terme de Babcock-Leighton, qui jouent tous deux le rôle de régénération du champ poloidal.

## 3.2 Un benchmark international

### 3.2.1 Importance de la validation du code et objectifs du benchmark

Le code numérique STELEM (décrit dans l'annexe C) a bénéficié d'une procédure de validation via un travail de comparaison (benchmark) des résultats de 8 codes différents issus de 5 instituts de recherche à travers le monde. La validation d'un code numérique est une étape indispensable à son développement et une comparaison avec des codes existants sur des problèmes standards est un moyen très efficace de procéder à une telle validation. Ce benchmark a pu avoir lieu grâce à l'existence de codes 2D axisymétriques traitant de problèmes de dynamo cinématique depuis de nombreuses années ayant déjà permis de grands progrès dans la compréhension du magnétisme stellaire. Ainsi, M. Dikpati et P. Gilman ont participé au benchmark avec un code 2D axisymétrique qui leur a permis de réaliser un modèle calibré du Soleil, avec un cycle magnétique possédant la plupart des caractéristiques que l'ont connaît actuellement grâce aux plus récentes observations. Avec ce code, ils ont même réalisé une procédure d'assimilation de données (voir chapitre 5) qui leur a permis de faire des prévisions sur l'amplitude et la durée du cycle solaire à venir Dikpati et Gilman (2006). Le code de M. Rempel a été utilisé dans une version dynamique dans le cadre d'une étude du feedback de la force de Lorentz sur l'écoulement, lui permettant ainsi d'étudier le rôle du champ magnétique sur la rotation différentielle par exemple Rempel (2006). En guise de dernier exemple, nous pouvons citer l'utilisation du code spectral de R. Hollerbach, utilisé par R. Arlt dans ce benchmark et dans (Arlt et al. 2003) pour étudier l'instabilité magneto-rotationnelle dans le cadre stellaire. Ainsi, tous ces codes ont prouvé qu'ils étaient en mesure d'offrir des informations très intéressantes sur le magnétisme stellaire et d'améliorer notre compréhension de sa génération et son maintien dans ce type d'objets astrophysiques.

Un atout très intéressant du code STELEM est qu'il utilise, comme nous l'avons vu, la méthode des éléments finis, qui est une méthode originale et peu utilisée dans la communauté des modélisateurs de la dynamo solaire 2D. De fait, le benchmark que nous présentons ci-dessous a permis une comparaison entre des codes utilisant des méthodes numériques très différentes et représentatives de ce qui est utilisé aujourd'hui dans le cadre du traitement numérique de la dynamo 2D champ moyen. Ce benchmark a ainsi permis de valider le code STELEM en comparant ses résultats avec des résultats issus de codes utilisant des méthodes numériques plus standards, notamment de type différences finies. En effet, 6 des 8 codes utilisés contiennent une méthode de type différences finies, 1 seul est complètement spectral et 1 seul utilise des éléments finis.

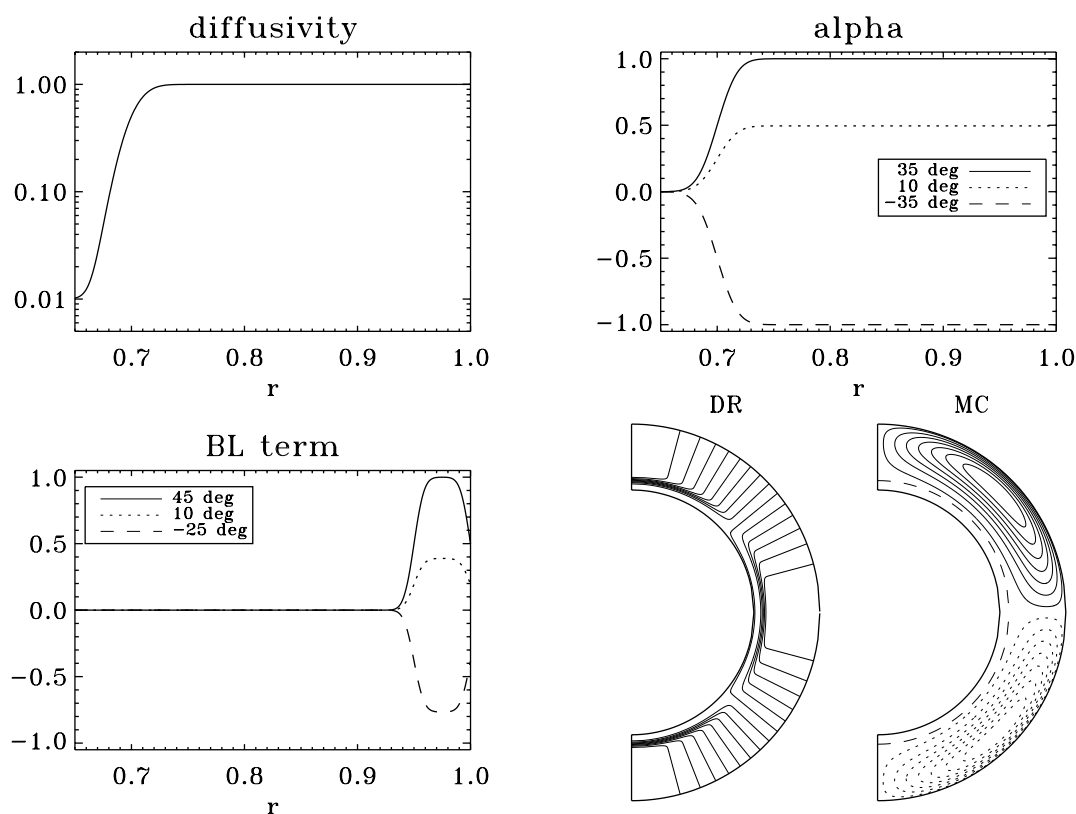
Mais le but principal de ce benchmark a été de fournir aux futurs modélisateurs 2D champ moyen, une possibilité de valider leurs codes et de calibrer leurs modèles. Pour ce faire, nous avons décidé de nous intéresser particulièrement aux résultats fournis par les 8 codes différents testés sur des modèles simples et bien définis de dynamo  $\alpha\Omega$  ou de Babcock-Leighton. Ainsi, les principaux éléments physiques susceptibles de créer des difficultés pour un code numérique dans un problème de dynamo cinématique ont été pris en compte : gradient de diffusivité, profil héliosismique de la rotation différentielle (donc présence d'une tachocline), circulation méridienne, terme source de Babcock-Leighton non local,... Les résultats ont été comparés tant qualitativement que quantitativement de manière à pouvoir fournir des éléments très précis d'appréciation de la solution "optimale" pour chaque cas, c'est à dire de la moyenne



de tous les résultats. Nous allons détailler à présent les différents cas et les résultats obtenus.

### 3.2.2 Les cas standards de dynamo étudiés

La figure 3.1 représente le profil des différents processus physiques qui ont été inclus dans les cas standards de dynamo 2D champ moyen étudiés dans ce benchmark. Pour plus de détails, le lecteur est invité à se référer à l'article inclus à la fin du chapitre.



F . 3.1 – Profils des différents processus physiques incorporés dans les cas standards de dynamo champ moyen testés dans le benchmark : diffusivité magnétique, effet  $\alpha$ , terme source de Babcock-Leighton en fonction du rayon et à différentes latitudes. Circulation méridienne (MC pour Meridional Circulation) et rotation différentielle (DR pour Differential Rotation) représentés dans le plan méridien.

- La diffusivité magnétique est constante en latitude mais peut varier en rayon d'une valeur faible à la base de la zone convective (stable et donc peut être turbulente) à une valeur 100 fois plus forte dans la zone convective, où la turbulence est complètement développée. On a donc ici la présence d'un gradient latitudinal de diffusivité très fort et concentré sur la zone de tachocline.
- L'effet  $\alpha$  est choisi distribué dans toute la zone convective où la turbulence hélicitaire est supposée jouer son rôle d'étirement et de torsion des lignes de champ magnétique comme on l'a vu dans le chapitre 2. Il est antisymétrique par rapport à l'équateur, pour être en accord avec la loi hémisphérique de changement de signe de l'hélicité (voir chapitre 6).
- Le terme source de Babcock-Leighton est choisi concentré près de la surface pour représenter la dissipation des régions actives à la photosphère. Il est maximal à  $45^\circ$  mais dépend du champ toroidal à la base de la zone convective pour représenter le processus d'émergence de champ

toroidal sous forme de régions active. Il est donc non-local en espace, ce qui peut-être un élément de difficulté pour un code numérique.

- La rotation différentielle est conforme au profil inversé grâce aux techniques d’héliosismologie. On a donc la présence d’une tachocline où le gradient radial et latitudinal de vitesse est très fort.
- Dans le modèle de Babcock-Leighton, une circulation méridienne standard (une seule cellule par hémisphère et dirigée vers les pôles à la surface) est incorporée pour transporter le champ magnétique de la surface vers la tachocline. Un nouveau processus d’advection est donc pris en compte dans ces modèles.

Le cas A du benchmark est un modèle de dynamo  $\alpha\Omega$  avec diffusivité constante.

Le cas B du benchmark est un modèle de dynamo  $\alpha\Omega$  avec une diffusivité variant selon le profil représenté sur la figure 3.1.

Le cas C du benchmark est un modèle de Babcock-Leighton transport de flux où la présence d’une circulation méridienne est prise en compte.

Comme nous savons que l’implémentation des conditions aux limites peut être une étape délicate du développement d’un code numérique, deux types de conditions aux limites de surface sont testés : conditions de champ purement radial ou de champ potentiel.

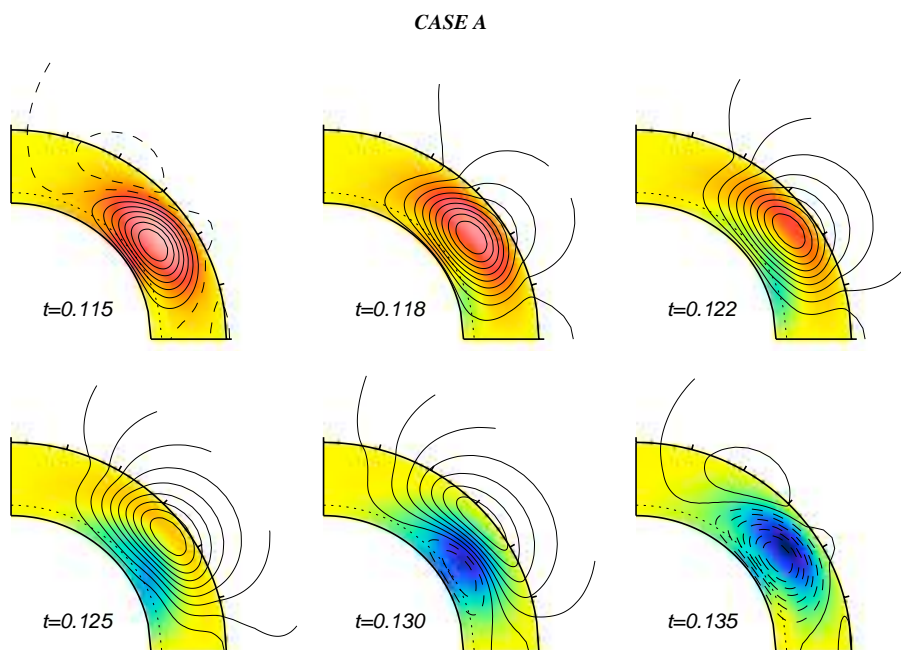
Ce travail de benchmark est donc avant tout un ensemble de tests numériques pouvant servir de référence à des scientifiques désirant développer et valider leur propre code. Ainsi, nous avons introduit dans ce travail un test de résolution pour s’assurer d’une part que les résultats quantitatifs fournis dans les tables pour chaque cas test sont bien des résultats de calculs convergés (c’est à dire que l’augmentation de la résolution ne les modifie plus) et d’autre part pour avoir une idée de la vitesse de convergence des codes pour les différents cas tests. Ces cas standards ne sont pas censés représenter les modèles actuellement les plus sophistiqués de dynamo solaire 2D champ moyen mais fournissent tout de même des cycles magnétiques réguliers et donc des diagrammes papillons aux caractéristiques qualitatives raisonnables. Ainsi, il est également intéressant de représenter dans ce benchmark l’évolution du champ magnétique pour chaque cas sans toutefois chercher à en tirer des conclusions sur le fonctionnement réel du processus dynamo dans le Soleil.

### 3.2.3 L’accord des résultats obtenus

Dans cette partie, seuls quelques résultats concernant chaque cas test sont discutés. Une étude exhaustive est disponible dans l’article inclus en fin de chapitre, ainsi qu’une discussion sur l’accord des différents codes sur ces problèmes dynamo standards.

La figure 3.2 représente l’évolution du champ magnétique sur un demi-cycle dans le cas A, c’est à dire une dynamo  $\alpha\Omega$  avec diffusivité magnétique constante dans tout le domaine de calcul (pas de gradient dans la tachocline).

Dans ce cas de dynamo  $\alpha\Omega$ , nous trouvons donc bien un comportement cyclique du champ magnétique, avec une période bien déterminée persistante dans le temps. Le champ est généré au coeur de la zone convective, là où l’effet  $\alpha$  est maximal et est advecté radialement du fait du gradient latitudinal de  $\Omega$  et de la diffusion ohmique. Dans ce cas standard de dynamo  $\alpha\Omega$ , l’accord des différents codes sur le seuil de déclenchement de la dynamo et sur la période du cycle est très bon. En effet, l’écart-type relatif (c’est à dire l’écart-type divisé par la moyenne) est de moins de 1%, que ce soit dans le cas de conditions aux limites de surface radiales ou potentielles. Ce cas très simple ne demande donc pas une résolution très élevée pour converger, les codes utilisant une méthode des différences finies par exemple obtiennent des valeurs stables pour une résolution d’environ  $N_r \times N_\theta = 70^2$ .

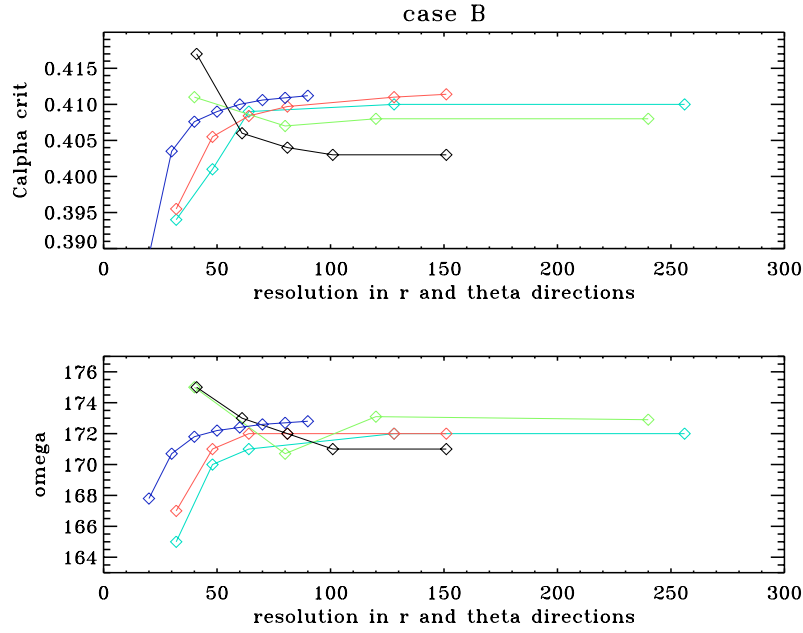


F . 3.2 – Evolution du champ magnétique toroidal (contours en couleurs) et poloidal (contours noirs) avec extrapolation potentielle sur un demi-cycle. Les couleurs bleues (rouges) indiquent un champ toroidal négatif (positif) c'est à dire orienté vers le (dans la direction opposée au) lecteur. Les traits noirs pleins (pointillés) indiquent un champ poloidal orienté dans le sens (inverse) des aiguilles d'une montre.

Le cas B est identique au cas A sauf qu'un gradient de diffusivité magnétique est introduit. Dans la plupart des modèles dynamo, la diffusivité est variable en rayon puisque la turbulence de la zone convective est supposée faire fortement augmenter la diffusion. Ainsi, un gradient est introduit entre la zone "plus stable" de tachocline et la zone "turbulente" convective. Le comportement du champ magnétique dans le plan méridien est très proche de celui du cas A et l'accord des résultats obtenus par les différents codes est toujours excellent. Toutefois, l'ajout d'un fort gradient dans ce cas-là produit une difficulté supplémentaire pour les codes et une meilleure résolution est alors nécessaire. La figure 3.3 représente le test de convergence pour le cas B, dans le cas le plus délicat de conditions aux limites potentielles.

Cette figure montre que les codes convergent bien vers une même valeur, les courbes dans la partie convergée du diagramme sont en effet espacées de moins de 1% de la valeur moyenne. L'accord est donc très satisfaisant dans ce cas simple de dynamo  $\alpha\Omega$  possédant tout de même un fort gradient de diffusivité dans la zone de tachocline. La résolution nécessaire pour les codes de type différences finies est un peu supérieure au cas A mais on peut constater que le code pseudo-spectral par contre converge très vite puisqu'il atteint déjà la valeur moyenne pour une résolution de  $N_r \times N_\theta = 40^2$ . Dès lors, de petites différences sont visibles entre les codes mais elles restent minimes dans ce cas. Le cas de dynamo de type transport de flux avec terme source de Babcock-Leighton par contre est, comme on va le voir, plus délicat à traiter et des différences entre codes plus significatives peuvent apparaître.

Nous rappelons que le cas C est une dynamo de Babcock-Leighton avec circulation méridienne. La circulation méridienne comme nous l'avons vu en introduction, est un écoulement dans le plan des pôles très faible et donc très difficile à mesurer. Ainsi, il reste un ingrédient encore mal connu des modèles de

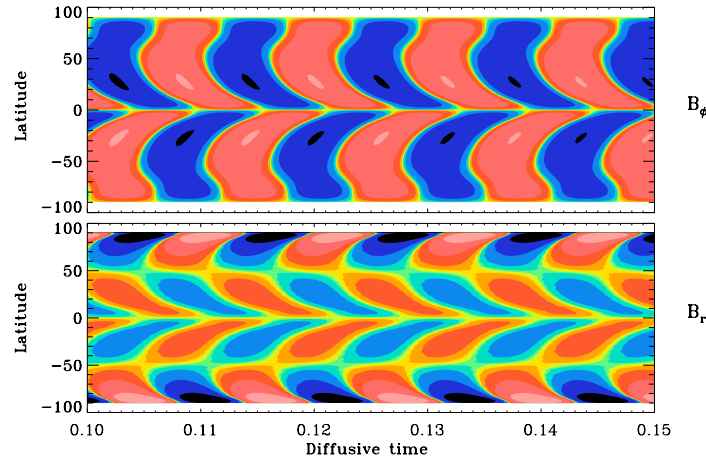


F . 3.3 – Evolution de la valeur du seuil dynamo  $C_{\alpha}^{crit}$  et de la fréquence du cycle  $\omega$  en fonction de la résolution  $N_r = N_{\theta}$ . Les différentes couleurs indiquent les résultats des différents codes, STELEM est en vert, le code pseudo-spectral de A. Bonanno est en bleu, les autres sont des codes différences finies.

dynamo de type transport de flux.

Toutefois, ce type de modèles donnent des résultats très en accord avec les observations du cycle solaire. On retrouve en effet la branche équatoriale du champ toroidal représentant l'apparition des taches solaires à des latitudes de plus en plus basses, la branche polaire du champ poloidal et le décalage de phase entre les champs toroidal et poloidal. La figure 3.4 représente le diagramme papillon obtenu avec le cas C où nous retrouvons effectivement bien ces différentes caractéristiques, la forme particulière du champ magnétique (la branche équatoriale de  $B_{\phi}$  à la base de la ZC et la branche polaire de  $B_r$  à la surface) étant bien sur due à l'advection par la circulation méridienne.

Ce modèle est plus sophistiqué car il inclut un processus supplémentaire de transport (la circulation méridienne) et un terme source de Babcock-Leighton de surface non-local (il dépend à chaque pas de temps du champ toroidal à la base de la zone convective). Ainsi, les 8 codes testés donnent des résultats un peu plus dispersés autour de la valeur moyenne, l'écart-type relatif est par exemple de 3% pour le seuil de la dynamo dans le cas avec conditions potentielles. De plus, pour tous les codes, ce cas test nécessite une résolution beaucoup plus importante, notamment le cas C' avec conditions aux limites radiales. Dans le modèle de Babcock-Leighton, un terme source de champ poloidal donc source de  $B_r$  et  $B_{\theta}$  est imposé près de la surface. Lorsque l'on impose des conditions radiales, on force  $B_{\theta}$  à être nul à la surface. Ainsi, on force le champ  $B_{\theta}$  à passer très rapidement d'une valeur forte à 0 et ceci peut alors constituer une difficulté de taille pour les codes numériques. On voit alors que pour les codes différences finies en particulier (NDYND, MBRK, MEFISTO), une très bonne résolution spatiale est nécessaire et puisqu'il y a toujours dans ces codes une partie traitée de manière explicite, la condition CFL (de Courant-Friedrichs-Levy) impose un pas de temps très faible. Dans ce cas, les calculs finissent tout de même par converger tous vers une valeur très proche et l'écart-type relatif n'est alors plus que de 0.4% pour le seuil dynamo. Ceci est moins le cas pour le test avec conditions potentielles où comme nous le voyons dans la table, l'écart-type reste de l'ordre du pourcent, même à haute résolution.



F . 3.4 – Diagramme papillon du cas C. En haut : champ toroidal à la base de la zone convective. En bas : Champ radial à la surface. Les couleurs rouges (bleues) indiquent un champ positif (négatif).

Case	Code	Resolution	$\Delta t$	$C_{\alpha}^{\text{crit}}$	$\omega$
C	STELEM	$129 \times 129$	$10^{-6}$	2.520	542
C	NDYND	$81 \times 81$	$10^{-6}$	2.513	525
C	HAO2	$101 \times 101$	$10^{-5}$	2.515	546
C	MBRK	$151 \times 151$	$10^{-6}$	2.540	532
C	HOLLER	$100 \times 100 *$	$5 \cdot 10^{-8}$	2.355	538
<b>Mean val</b>				<b>2.489</b>	<b>536.6</b>
<b>Std Dev.</b>				<b>0.075</b>	<b>8.295</b>
<b>R. S. D.</b>				<b>0.03</b>	<b>0.015</b>
C'	STELEM	$129 \times 129$	$10^{-6}$	2.460	544
C'	NDYND	$321 \times 321$	$5 \cdot 10^{-7}$	2.469	534
C'	MBRK	$256 \times 256$	$5 \cdot 10^{-7}$	2.473	537
C'	MEFISTO	$201 \times 201$	$10^{-6}$	2.463	539
C'	HAO1	$128 \times 128$	$3 \cdot 10^{-6}$	2.450	537
<b>Mean val</b>				<b>2.463</b>	<b>538.2</b>
<b>Std Dev.</b>				<b>0.009</b>	<b>3.701</b>
<b>R. S. D.</b>				<b>0.004</b>	<b>0.007</b>

T . 3.1 – Seuil de la dynamo  $C_{\alpha}^{\text{crit}}$  et fréquence du cycle  $\omega$  obtenus par les différents codes pour le cas C (avec conditions aux limites potentielles) et le cas C' (conditions aux limites radiales). La moyenne, l'écart-type et l'écart type relatif sont indiqués pour les 2 cas. On indique également la résolution et le pas de temps nécessaire à la convergence du calcul. L'astérisque correspond au cas particulier du code spectral HOLLERBACH : la résolution est donnée en termes de nombre de modes spectraux utilisés.

### 3.2.4 Conclusions

Ce travail constitue aujourd'hui la seule comparaison existante de codes 2D axisymétrique de dynamo champ moyen. Les cas tests abordés ici sont relativement simples tout en étant représentatifs des processus qui ont été intégrés dans ces modèles depuis leurs premières utilisations dans les années 80. Aujourd'hui encore, de nombreux modèles cinématiques de ce type sont utilisés pour expliquer les grandes caractéristiques du champ magnétique solaire à grande échelle. Les futurs modélisateurs peuvent ainsi comparer les résultats de leurs codes avec ceux des codes les plus performants aujourd'hui dans le domaine sur des cas simples concrets et bien définis. Ce travail peut donc constituer une première étape à un benchmark de codes de ce type mais testés sur des cas de dynamo 2D axisymétrique un peu plus complexes.

Ainsi, un futur travail pourrait être de tester des codes de ce type sur des dynamos dynamiques de type Malkus-Proctor et non plus cinématiques. Pour ce faire, la résolution d'une ou plusieurs équations pour le champ de vitesse est nécessaire et la rétroaction de la force de Lorentz sur le champ de vitesse introduite sous la forme d'une nouvelle paramétrisation. C'est l'objet de nombreux articles tels que celui de Rempel (2006) qui permet d'apprécier l'action du champ magnétique sur la rotation différentielle par exemple, comme les oscillations torsionnelles. Ce travail nécessiterait alors de modifier le code STELEM en implémentant la résolution de l'équation de Navier-Stokes portant sur les 3 composantes de la vitesse si l'on veut par exemple connaître l'influence du champ magnétique sur la circulation méridienne et non plus seulement sur la rotation différentielle. Ce raffinement constituerait alors une très intéressante perspective pour le code STELEM car il permettrait d'introduire des non-linéarités moins artificielles qu'un simple terme de quenching sur le terme d'effet  $\alpha$  ou sur le terme source de Babcock-Leighton. Or, dans des objets aussi turbulents et actifs que les étoiles magnétiques, il est aujourd'hui nécessaire de comprendre le rôle de ces non-linéarités et de mieux connaître les processus d'interaction entre le champ magnétique et le champ de vitesse. Des travaux d'implémentation du mécanisme de Malkus-Proctor dans STELEM ont été amorcés durant le stage de N. Aunai au SAp en 2007.

Une autre perspective pour le code 2D éléments finis STELEM est la modélisation de l'activité magnétique d'autres étoiles. Il est en effet possible de modifier le profil et le taux de rotation de manière à modéliser des étoiles de type solaire plus jeunes (donc tournant plus vite). La taille de la zone convective est aussi modifiable, de manière à étudier les étoiles de faible masse dont l'enveloppe convective est largement dominante. On peut même imaginer l'étude d'étoiles complètement convectives pour lesquelles la tachocline n'existe plus et donc pour lesquelles les processus responsables de l'effet dynamo seront certainement différents (Chabrier et Küker 2006). La largeur de la tachocline est également un paramètre d'entrée du code, donc susceptible d'être modifié.

Les modèles 2D constituent donc des outils efficaces pour étudier des propriétés globales du cycle solaire et pourraient être utilisés dans d'autres contextes astrophysiques. Ils sont aujourd'hui utilisés pour effectuer des prédictions du cycle solaire (Dikpati et Gilman 2006) mais il convient toutefois de garder à l'esprit les limitations de ce type de modélisation (absence d'effets non-axisymétriques, paramétrisation de l'influence de la turbulence via un effet  $\alpha$  ad hoc, absence de rétroaction de la force de Lorentz sur l'écoulement,...) et de considérer la résolution de toutes les équations de la MHD via des codes 3D tels que ASH (voir annexe B et partie 3).

---

# **A solar mean-field dynamo benchmark**

L. Jouve, A.S. Brun, R. Arlt, A. Brandenburg, M. Dikpati, A. Bonanno, P.J. Käpylä, D. Moss, M. Rempel, P. Gilman, M.J. Korpi and A.G. Kosovichev

Astronomy and Astrophysics, 2008, Vol. 483, pp. 949-960

---

# A solar mean field dynamo benchmark

L. Jouve<sup>1</sup>, A. S. Brun<sup>1</sup>, R. Arlt<sup>2</sup>, A. Brandenburg<sup>3</sup>, M. Dikpati<sup>4</sup>, A. Bonanno<sup>5</sup>, P. J. Käpylä<sup>3,7</sup>,  
D. Moss<sup>6</sup>, M. Rempel<sup>4</sup>, P. Gilman<sup>4</sup>, M. J. Korpi<sup>7</sup>, and A. G. Kosovichev<sup>8</sup>

<sup>1</sup> Laboratoire AIM, CEA/DSM-CNRS-Université Paris Diderot, DAPNIA/SAP, 91191 Gif sur Yvette, France  
e-mail: [ljouve@cea.fr](mailto:ljouve@cea.fr)

<sup>2</sup> Astrophysikalisches Institut Potsdam, An der Sternwarte 16, 14482 Potsdam, Germany

<sup>3</sup> Nordita, AlbaNova University Center, Roslagstullsbacken 23, 10691 Stockholm, Sweden

<sup>4</sup> High Altitude Observatory, National Center for Atmospheric Research, 3080 Center Green, Boulder, CO 80301, USA

<sup>5</sup> INAF Osservatorio Astrofisico di Catania, via S. Sofia 78, 95123 Catania, Italy

<sup>6</sup> School of Mathematics, University of Manchester, Manchester M13 9PL, UK

<sup>7</sup> Observatory, PO Box 14, 00014 University of Helsinki, Finland

<sup>8</sup> W.W. Hansen Experimental Physics Laboratory, Stanford University, USA

Received 25 July 2007 / Accepted 29 February 2008

## ABSTRACT

**Context.** The solar magnetic activity and cycle are linked to an internal dynamo. Numerical simulations are an efficient and accurate tool to investigate such intricate dynamical processes.

**Aims.** We present the results of an international numerical benchmark study based on two-dimensional axisymmetric mean field solar dynamo models in spherical geometry. The purpose of this work is to provide reference cases that can be analyzed in detail and that can help in further development and validation of numerical codes that solve such kinematic problems.

**Methods.** The results of eight numerical codes solving the induction equation in the framework of mean field theory are compared for three increasingly computationally intensive models of the solar dynamo: an  $\alpha\Omega$  dynamo with constant magnetic diffusivity, an  $\alpha\Omega$  dynamo with magnetic diffusivity sharply varying with depth and an example of a flux-transport Babcock-Leighton dynamo which includes a non-local source term and one large single cell of meridional circulation per hemisphere. All cases include a realistic profile of differential rotation and thus a sharp tachocline.

**Results.** The most important finding of this study is that all codes agree quantitatively to within less than a percent for the  $\alpha\Omega$  dynamo cases and within a few percent for the flux-transport case. Both the critical dynamo numbers for the onset of dynamo action and the corresponding cycle periods are reasonably well recovered by all codes. Detailed comparisons of butterfly diagrams and specific cuts of both toroidal and poloidal fields at given latitude and radius confirm the good quantitative agreement.

**Conclusions.** We believe that such a benchmark study will be a very useful tool since it provides detailed standard cases for comparison and reference.

**Key words.** Sun: magnetic fields – Sun: activity – Sun: interior – methods: numerical

## 1. Introduction

The Sun is an active star whose magnetism has a direct impact on the Earth and our technological society. Being able to understand and anticipate this magnetic activity is crucial and has thus been the subject of intense research. It is currently believed that the Sun operates an internal dynamo to generate, sustain and organize magnetic fields on both small and large scales. Given the complexity of the problem, i.e. the self-generation of magnetic fields by a turbulent rotating plasma and the non-linear interactions which yield this wide range of dynamical phenomena, numerical models of the magnetohydrodynamics of the Sun have been developed (Gilman 1983; Glatzmaier 1987; Cattaneo 1999; Brun et al. 2004). One class of such models is called mean field solar dynamo models and rely on the mean field theory developed mainly in the 1960 s and 1970 s (Steenbeck et al. 1966; Steenbeck & Krause 1969; Roberts 1972; Stix 1976; Moffatt 1978; Krause & Rädler 1980). In this framework, we seek to model the large scale mean field and use a simplified closure relationship in modeling the electromotive force (such as the  $\alpha$ -effect). Recently 2-D mean field models have made significant progress in modeling the characteristic magnetic features that the

Sun possesses, such as its butterfly diagram, its 11-yr cycle period, the phase relationship between poloidal and toroidal fields and the mainly dipolar polarity observed (Bonanno et al. 2002; Dikpati et al. 2004; Küker et al. 2001). They are even being used to predict the next solar cycle (cycle 24) (e.g. Dikpati & Gilman 2006).

However, as of today, no systematic comparison of the numerical programs used by the various groups involved in understanding the solar dynamo and magnetism has been performed. We here propose to start such a comparison by defining a reference benchmark for the two dimensional solar dynamo problem. This benchmark is intended to be used by any scientist who wishes to calibrate and validate his or her code or to develop a new one. It is based on a set of simple and well-defined test cases, representative of what has been done in the kinematic approach of mean field theory so far. This benchmark is not intended to be exhaustive and to include a test case for all types of mean field dynamo models that have been performed over the last four decades. For instance, non-linear models of Malkus-Proctor type (see e.g. Brandenburg et al. 1991; Moss & Brooke 2000; Bushby 2006) will not be considered since we only want to focus on solving the induction equation and not the



Navier-Stokes equation. We thus compute 2D axisymmetric mean field models of  $\alpha\Omega$  and of flux-transport Babcock-Leighton (BL) type (Babcock 1961; Leighton 1969; Wang et al. 1991; Choudhuri et al. 1995; Durney 1995; Dikpati & Charbonneau 1999), in which we progressively introduce physical ingredients thought to play a key role in the solar dynamo. These ingredients are magnetic diffusivity sharply varying with depth, realistic large scale flows (differential rotation and meridional circulation) and a non-local source term for poloidal field. Moreover, we check the influence of imposing two different types of boundary conditions at the top of the domain. We choose here to study for these models the dynamo threshold and the temporal evolution of the magnetic field in cases called “critical cases” and we will present a more precise quantitative study of some cases in which the dynamo action is well-established, the “supercritical cases”.

The paper is organized in the following manner. In Sect. 2, we present the equations, the initial and boundary conditions, the ingredients of the model and we present the test cases; Sect. 3 lists the numerical techniques used by the various groups to solve the induction equation. In Sect. 4, we discuss the results of our study and compare the solutions provided by the different codes and we conclude in Sect. 5.

## 2. The solar dynamo model

### 2.1. Mean field equations

To investigate the global solar cycle features produced by solar dynamo models, we start from the hydromagnetic induction equation, governing the evolution of the magnetic field  $\mathbf{B}$  in response to advection by a flow field  $\mathbf{U}$  and resistive dissipation due to the microscopic magnetic diffusivity  $\eta_m$ .

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = \nabla \times (\mathbf{U} \times \mathbf{B}) - \nabla \times (\eta_m \nabla \times \mathbf{B}). \quad (1)$$

As we are working in the framework of mean field theory, we express both magnetic and velocity fields as the sum of large scale (that corresponds to the mean field) and small scale (associated with hydrodynamic turbulence) contributions. Averaging over some suitably chosen intermediate scales makes it possible to write two distinct induction equations for the mean and the fluctuating parts of the magnetic field. The mean field equation reads

$$\frac{\partial \langle \mathbf{B} \rangle}{\partial t} = \nabla \times (\langle \mathbf{U} \rangle \times \langle \mathbf{B} \rangle) + \nabla \times \langle \mathbf{u}' \times \mathbf{b}' \rangle - \nabla \times (\eta_m \nabla \times \langle \mathbf{B} \rangle), \quad (2)$$

where  $\langle \mathbf{B} \rangle$  and  $\langle \mathbf{U} \rangle$  refer to the mean parts of the magnetic and velocity fields and  $\mathbf{u}'$  and  $\mathbf{b}'$  to the fluctuating components. A closure relation is then used to express the electromotive force  $\langle \mathbf{u}' \times \mathbf{b}' \rangle$  in terms of the mean magnetic field  $\langle \mathbf{B} \rangle$

$$\begin{aligned} \langle \mathbf{u}' \times \mathbf{b}' \rangle_i &= \alpha_{ij} \langle \mathbf{B} \rangle_j + \beta_{ijk} \frac{\partial \langle \mathbf{B} \rangle_j}{\partial x_k} \\ &= \alpha \langle \mathbf{B} \rangle_i - \beta (\nabla \times \langle \mathbf{B} \rangle)_i \quad \text{if isotropic.} \end{aligned} \quad (3)$$

This leads to the simplified mean field equation<sup>1</sup>

$$\frac{\partial \langle \mathbf{B} \rangle}{\partial t} = \nabla \times (\langle \mathbf{U} \rangle \times \langle \mathbf{B} \rangle) + \nabla \times (\alpha \langle \mathbf{B} \rangle) - \nabla \times (\eta \nabla \times \langle \mathbf{B} \rangle), \quad (4)$$

<sup>1</sup> When they are isotropic, the pseudo-tensor  $\alpha_{ij} = \alpha \delta_{ij}$  where  $\delta_{ij}$  is the Kronecker symbol and the tensor  $\beta_{ijk} = \beta \epsilon_{ijk}$  where  $\epsilon_{ijk}$  is the Levi-Civita symbol.

where  $\eta = \eta_m + \beta$  is now the effective magnetic diffusivity. For Babcock-Leighton models, a surface term  $S \hat{\mathbf{e}}_\phi$  is used instead of the  $\alpha$ -effect term  $\alpha \langle \mathbf{B} \rangle$  which is involved only in our  $\alpha\Omega$  models.

Quantities will be considered henceforth as mean values so that we will omit the  $\langle \cdot \rangle$ . Working in spherical coordinates and under the assumption of axisymmetry, we write the total mean magnetic field  $\mathbf{B}$  and the velocity field  $\mathbf{U}$  as

$$\mathbf{B}(r, \theta, t) = \nabla \times (A_\phi(r, \theta, t) \hat{\mathbf{e}}_\phi) + B_\phi(r, \theta, t) \hat{\mathbf{e}}_\phi, \quad (5)$$

$$\mathbf{U}(r, \theta) = \mathbf{u}_p(r, \theta) + r \sin \theta \Omega(r, \theta) \hat{\mathbf{e}}_\phi. \quad (6)$$

We then introduce this poloidal/toroidal decomposition in Eq. (4). We obtain two coupled partial differential equations, one involving the poloidal potential  $A_\phi$  and the other concerning the toroidal field  $B_\phi$ . In order to write these equations in a dimensionless form, we choose as the length scale the solar radius  $R_\odot$  and as time scale the diffusion time  $R_\odot^2/\eta_t$  based on the turbulent diffusivity in the envelope  $\eta_t = 10^{11} \text{ cm}^2 \text{ s}^{-1}$ ,

$$\frac{\partial A_\phi}{\partial t} = \tilde{\eta} D^2 A_\phi - R_e \frac{\mathbf{u}_p}{\varpi} \cdot \nabla (\varpi A_\phi) + C_\alpha \alpha B_\phi + C_s S, \quad (7)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial B_\phi}{\partial t} &= \tilde{\eta} D^2 B_\phi + \frac{1}{\varpi} \frac{\partial (\varpi B_\phi)}{\partial r} \frac{\partial \tilde{\eta}}{\partial r} - R_e \varpi \mathbf{u}_p \cdot \nabla \left( \frac{B_\phi}{\varpi} \right) \\ &\quad + C_\Omega \varpi (\nabla \times (A_\phi \hat{\mathbf{e}}_\phi)) \cdot \nabla \Omega, \end{aligned} \quad (8)$$

with  $D^2 = (\nabla^2 - \frac{1}{\varpi^2})$ ,  $\varpi = r \sin \theta$  and  $\tilde{\eta}$  the normalized magnetic diffusivity.

Four adimensional numbers characterize the intensity of the various ingredients and enable all the quantities to be dimensionless. The intensity of the rotation  $\Omega$  is characterized by  $C_\Omega = \Omega_{\text{eq}} R_\odot^2 / \eta_t$  where the rotation rate at the equator is  $\Omega_{\text{eq}} / 2\pi = 456 \text{ nHz}$ . The intensity of the meridional circulation  $\mathbf{u}_p$  is characterized by  $R_e = u_0 R_\odot / \eta_t$  where the peak amplitude of the meridional flow is  $u_0 = 10 \text{ ms}^{-1}$ .

The  $\alpha$ -effect is characterized by  $C_\alpha = \alpha_0 R_\odot / \eta_t$  and the BL source term by  $C_s = s_0 R_\odot / \eta_t$ . In the critical cases, the intensity  $\alpha_0$  of the  $\alpha$ -effect or  $s_0$  of the BL source term are determined by looking for the threshold for dynamo action whereas in the supercritical cases,  $\alpha_0$  and  $s_0$  are fixed to a value about ten times higher than the threshold. Moreover, we note that an  $\alpha$ -effect is considered only for the regeneration of the poloidal field and not for the toroidal field so that we choose to study only  $\alpha\Omega$  or Babcock-Leighton flux-transport dynamos.

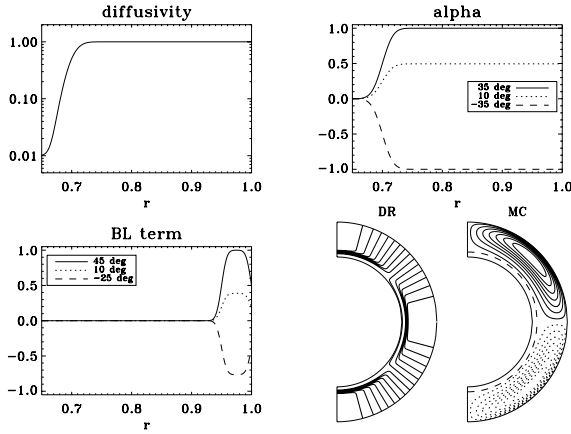
### 2.2. Initial and boundary conditions

Equations (7) and (8) are solved in a segment of the meridional plane with the colatitude  $\theta \in [0, \pi]$  and the normalized radius  $r \in [0.65, 1]$  i.e. from slightly below the tachocline (e.g.  $r = 0.7$ ) up to the solar surface. At  $\theta = 0$  and  $\theta = \pi$  boundaries, we impose regularity conditions, i.e. both  $A_\phi$  and  $B_\phi$  are set to 0. At  $r = 0.65$ , we use a perfect conductor condition

$$A_\phi = 0 \text{ and } \frac{\partial (r B_\phi)}{\partial r} = 0. \quad (9)$$

At the upper boundary, we can implement either of two different types of boundary conditions: we smoothly match our solution to an external potential field, i.e. we have a vacuum region for  $r \geq 1$ ,

$$B_\phi = 0 \text{ at } r = 1 \text{ and } D^2 A_\phi = 0 \text{ for } r \geq 1, \quad (10)$$



**Fig. 1.** The physical ingredients corresponding to Eqs. (13)–(15), (17), and (19). The angles indicated in the legends refer to the latitude. BL stands for Babcock-Leighton, DR for Differential Rotation and MC for Meridional Circulation.

or we set a pure radial field condition meaning

$$B_\phi = B_\theta = 0 \text{ at } r = 1. \quad (11)$$

As initial conditions we use an arbitrary large scale field, that can be for instance a confined dipolar field, i.e.

$$A_\phi = \frac{\sin \theta}{r^2} \text{ if } r \geq 0.7 \text{ and } A_\phi = 0 \text{ otherwise and } B_\phi = 0. \quad (12)$$

### 2.3. The physical ingredients

The model “ingredients” are described below, shown in Fig. 1 and listed for each case in Table 1.

The rotation profile captures some realistic aspects of the Sun’s angular velocity, deduced from helioseismic inversions, assuming a solid rotation below 0.66 and a differential rotation above the interface.

$$\Omega(r, \theta) = \Omega_c + \frac{1}{2} \left[ 1 + \operatorname{erf} \left( \frac{r - r_c}{d} \right) \right] (1 - \Omega_c - c_2 \cos^2 \theta), \quad (13)$$

with  $r_c = 0.7$ ,  $d = 0.02$ ,  $\Omega_c = 0.92$  and  $c_2 = 0.2$ . With this profile, the radial shear is maximal at the tachocline.

We assume that the diffusivity in the envelope  $\eta$  is dominated by its turbulent contribution whereas in the stable interior  $\eta_c \ll \eta_t$ . We smoothly match the two different constant values with an error function which enables us to quickly and continuously transit from  $\eta_c$  to  $\eta_t$  i.e.

$$\tilde{\eta}(r) = \frac{\eta_c}{\eta_t} + \frac{1}{2} \left( 1 - \frac{\eta_c}{\eta_t} \right) \left[ 1 + \operatorname{erf} \left( \frac{r - r_c}{d} \right) \right], \quad (14)$$

with  $\eta_c = 10^9 \text{ cm}^2 \text{ s}^{-1}$ .

The  $\alpha$ -effect is distributed in the whole convection zone (CZ), with a sharp variation with depth at the base of the CZ. It is antisymmetric with respect to the equator.

In this paper, two types of model are being studied. We have models in which we seek to evaluate the dynamo threshold and supercritical models for which we introduce a non-linear quenching in the source term of the poloidal field. The  $\alpha$ -effect profile will thus be different in these two cases.

In the models for which we investigate the thresholds for dynamo action, the profile of  $\alpha$  is given by

$$\alpha(r, \theta) = \frac{3\sqrt{3}}{4} \sin^2 \theta \cos \theta \left[ 1 + \operatorname{erf} \left( \frac{r - r_c}{d} \right) \right], \quad (15)$$

where the factor  $3\sqrt{3}/4$  comes from normalization to unity. For the supercritical cases, since we are in a linear regime, the magnetic energy will grow exponentially with time and this will make it difficult to compare our results.

Thus for the supercritical cases, keeping all the other ingredients identical, we use a quenched form for  $\alpha$ , now time-dependent, given by

$$\alpha(r, \theta, t) = \frac{3\sqrt{3}}{4} \sin^2 \theta \cos \theta \left[ 1 + \operatorname{erf} \left( \frac{r - r_c}{d} \right) \right] \times \left[ 1 + \left( \frac{B_\phi(r, \theta, t)}{B_0} \right)^2 \right]^{-1}, \quad (16)$$

with  $B_0$  being an arbitrary normalization constant.

In Babcock-Leighton flux-transport dynamo models, the poloidal field owes its origin to the twist of magnetic loops emerging at the solar surface. Thus, the source has to be confined to a thin layer just below the surface and since the process is fundamentally non-local, the source term depends on the variation of  $B_\phi$  at the base of the convection zone. For the critical cases, the expression is

$$S(r, \theta, t) = \frac{1}{2} \left[ 1 + \operatorname{erf} \left( \frac{r - r_1}{d_1} \right) \right] \left[ 1 - \operatorname{erf} \left( \frac{r - 1}{d_1} \right) \right] \times \cos \theta \sin \theta B_\phi(r_c, \theta, t). \quad (17)$$

For the supercritical cases, here too a quenching term is introduced to prevent the magnetic energy from growing exponentially without bound.

$$S(r, \theta, t) = \frac{1}{2} \left[ 1 + \operatorname{erf} \left( \frac{r - r_1}{d_1} \right) \right] \left[ 1 - \operatorname{erf} \left( \frac{r - 1}{d_1} \right) \right] \times \left[ 1 + \left( \frac{B_\phi(r_c, \theta, t)}{B_0} \right)^2 \right]^{-1} \cos \theta \sin \theta B_\phi(r_c, \theta, t), \quad (18)$$

with  $r_1 = 0.95$ ,  $d_1 = 0.01$ .

In these BL flux-transport dynamo models, meridional circulation is used to link the two sources of the magnetic field namely the base of the CZ and the solar surface. For its profile, we use a large single cell per hemisphere, directed poleward at the surface, vanishing at the bottom boundary  $r = 0.65$  and thus penetrating a little below the tachocline. We take a stream function

$$\psi(r, \theta) = -\frac{2}{\pi} \frac{(r - r_b)^2}{(1 - r_b)} \sin \left( \pi \frac{r - r_b}{1 - r_b} \right) \cos \theta \sin \theta, \quad (19)$$

which gives, through the relation  $\mathbf{u}_p = \nabla \times (\psi \hat{\mathbf{e}}_\phi)$ , the following components of the meridional flow

$$u_r = -\frac{2(1 - r_b)}{\pi r} \frac{(r - r_b)^2}{(1 - r_b)^2} \sin \left( \pi \frac{r - r_b}{1 - r_b} \right) (3 \cos^2 \theta - 1), \quad (20)$$

$$u_\theta = \left[ \frac{3r - r_b}{1 - r_b} \sin \left( \pi \frac{r - r_b}{1 - r_b} \right) + \frac{r\pi}{1 - r_b} \frac{(r - r_b)}{(1 - r_b)} \cos \left( \pi \frac{r - r_b}{1 - r_b} \right) \right] \times \frac{2(1 - r_b)}{\pi r} \frac{(r - r_b)}{(1 - r_b)} \cos \theta \sin \theta, \quad (21)$$

with  $r_b = 0.65$ .

**Table 1.** Summary of the test cases, the cases followed by a prime have radial field boundary conditions (BC) at the top and the cases preceded by  $S$  are supercritical (computed with a value of  $C_\alpha$  or  $C_s$  well above the dynamo threshold).

Case	$\Omega$ -effect	Poloidal source term	Diffusivity	Meridional flow	$C_\Omega$	$C_\alpha$	$C_s$	$R_e$	Top BC
A	Eq. (13)	$\alpha$ : Eq. (15)	$\tilde{\eta} = 1$ ( $\eta_c = \eta_t$ in Eq. (14))	NO	$1.40 \times 10^5$	$C_\alpha^{\text{crit}}(\text{A})$	0	0	Potential
A'	Eq. (13)	$\alpha$ : Eq. (15)	$\tilde{\eta} = 1$ ( $\eta_c = \eta_t$ in Eq. (14))	NO	$1.40 \times 10^5$	$C_\alpha^{\text{crit}}(\text{A}')$	0	0	Radial
SA'	Eq. (13)	$\alpha$ : Eq. (16)	$\tilde{\eta} = 1$ ( $\eta_c = \eta_t$ in Eq. (14))	NO	$1.40 \times 10^5$	3.5	0	0	Radial
B	Eq. (13)	$\alpha$ : Eq. (15)	Eq. (14)	NO	$1.40 \times 10^5$	$C_\alpha^{\text{crit}}(\text{B})$	0	0	Potential
B'	Eq. (13)	$\alpha$ : Eq. (15)	Eq. (14)	NO	$1.40 \times 10^5$	$C_\alpha^{\text{crit}}(\text{B}')$	0	0	Radial
SB'	Eq. (13)	$\alpha$ : Eq. (16)	Eq. (14)	NO	$1.40 \times 10^5$	3.5	0	0	Radial
C	Eq. (13)	BL: Eq. (17)	Eq. (14)	Eq. (19)	$1.40 \times 10^5$	0	$C_s^{\text{crit}}(\text{C})$	700	Potential
C'	Eq. (13)	BL: Eq. (17)	Eq. (14)	Eq. (19)	$1.40 \times 10^5$	0	$C_s^{\text{crit}}(\text{C}')$	700	Radial
SC'	Eq. (13)	BL: Eq. (18)	Eq. (14)	Eq. (19)	$1.40 \times 10^5$	0	35	700	Radial

## 2.4. Description of the test cases

Cases A and B are 2 different cases of pure  $\alpha\Omega$  dynamos, all using the conical differential rotation profile (13) with a sharp tachocline and an  $\alpha$ -effect distributed in the whole convection zone. Case A involves a constant diffusivity whereas in cases B and C, we introduce a diffusivity gradient between the core and the envelope.

Case C is a Babcock-Leighton flux-transport dynamo, in which the source term for the poloidal field is due to the twisted nature of active regions observed at the solar surface. The meridional circulation (MC) is introduced as one large single cell directed poleward at the surface, in accordance with solar observations. In this model, we keep the magnetic diffusivity gradient and a solar-like differential rotation.

Cases A, B, C (A', B', C') are computed with potential (vertical) field boundary conditions at the surface. Introducing these two types of boundary condition will enable researchers who are new to the field to test their codes with BCs whose implementation can demand careful work.

In addition to these cases seeking to assess the dynamo threshold, we perform a more detailed comparison of the magnetic field behaviour when the dynamo number has a value well above the dynamo threshold. These computations are also performed with radial field boundary conditions at the surface and with a fixed resolution of  $101 \times 101$  grid points. Since these cases are the supercritical cases of A', B' and C', they are denoted as SA', SB' and SC'.

## 3. The codes involved

Eight different codes based on various numerical techniques are used to solve the mean field induction equation presented in the preceding section. The main methods are finite differences, finite elements and spectral decomposition. This enables this benchmark to compare very different techniques representative of what has been done as of today in the community to solve Eqs. (7) and (8). The codes are described briefly in this section and detailed descriptions can be found in the references given.

### 3.1. STELEM code

The STELEM (STellar ELEMemts) code uses a finite element method in space and a third order scheme in time (Burnett 1987; Jouve & Brun 2007). The code solves Eqs. (7) and (8) by seeking the approximate solutions  $\tilde{A}_\phi$  and  $\tilde{B}_\phi$  as linear combinations of trial functions  $\zeta_i(r, \theta)$  (Lagrange interpolating polynomials of degree 1 associated with the grid points (linear functions) for

1st order interpolation). The coefficients of the two linear combinations are dependent on time only.

The main steps of the method are the following:

- Our domain (defined by  $r_b \leq r \leq 1$ ,  $0 \leq \theta \leq \pi$ ) is divided into smaller regions called *elements*. These elements are quadrilaterals with a node at each corner when the trial functions are 1st order Lagrange polynomials.
- In each element, the PDEs are transformed into ordinary differential equations in time involving the coefficients of the linear combinations.
- The terms in the element equations are numerically evaluated for each element in the mesh. The resulting numbers are assembled into a much larger set of equations called the system equations.
- The boundary conditions are taken into account. They are implemented here as Dirichlet type conditions: the top boundary condition is a potential field or purely radial field. We assume a perfectly conducting bottom boundary.

The temporal scheme that we use is adapted from Spalart et al. (1991). The 3 steps of this explicit scheme enable us to get an error as small as  $O(\Delta t^3)$  (see Jouve & Brun 2007; Charbonneau 2005).

### 3.2. NDYND code

NDYND is a nonlinear dynamo code with density evolution (the density does not evolve in our present calculations) (Brandenburg et al. 1992). It is an explicit code that solves the mean field dynamo equations on a uniform mesh in  $r$  and  $\theta$  to second order. Advection-type terms are solved to fourth order. For mesh points on the boundaries, one-sided second order derivative formulae are used whilst on the axis appropriate symmetry conditions are used. Following Proctor (1977), the equations are stepped forward in time using a second order Dufort-Frankel scheme that treats the diffusion operator semi-implicitly. The potential field boundary condition is implemented by calculating the value of  $A_\phi$  on the boundary through matrix multiplication in terms of the values of two mesh points inside the domain (Jepps 1975). The matrices are calculated prior to the simulation for a given mesh. For case C described below, the value of  $B_\phi(r = 0.7)$  is obtained by linear interpolation between two neighbouring mesh points.

### 3.3. MBRK (Moss Brooke Runge-Kutta) code

This code integrates the dynamo equations over  $r_b \leq r \leq 1$ ,  $0 \leq \theta \leq \pi$ , on a uniform 2-D grid. Spatial derivatives are second order, and time-stepping is by a second order Runge-Kutta



method (in tests, a fourth order Runge-Kutta scheme gave indistinguishable results). When vacuum boundary conditions are used at the outer boundary,  $r = 1$ , a non-local matrix multiplication method is used (as in NDYND above). On other boundaries, when needed, derivatives on the boundaries are evaluated by their one-sided second order representations. In case C, the coefficient  $B_\phi(r_c, \theta)$  occurring in the source term is obtained by linear interpolation from the neighbouring values. The code is basically that of Moss & Brooke (2000).

### 3.4. MEFISTO (MEan Field STellar simulatiOn) code

The MEFISTO code solves the induction equation in a spherical shell from  $r_b$  to 1 and  $0 \leq \theta \leq \pi$  in radius and latitude, respectively (Käpylä et al. 2006). The grid is uniformly spaced and spatial derivatives are computed using explicit second order accurate finite differences. As time-stepping methods, either first-order Euler, or second order Adams–Bashforth schemes can be used. The boundary conditions are implemented using one-sided expressions of the first derivatives to yield the boundary value. For case C described above, the value of  $B_\phi(r_c, \theta)$  is obtained from linear interpolation between the adjacent grid points.

### 3.5. HAO Dynamo code1

The dynamo code of M. Rempel uses a fully explicit finite difference scheme, which is second order in time and space (the advection terms are discretized using a MacCormack scheme). In its current version the code only supports a vertical field boundary condition at the surface. The code has been used recently by Rempel (2006) to study non-linear Lorentz-force feedback on differential rotation and meridional flow. For the purpose of this benchmark study, the non-linear terms were switched off and the code was used in a purely kinematic way. The results presented in this paper were computed in only one hemisphere with symmetry imposed through the equatorial boundary condition.

### 3.6. HAO Dynamo code2

The dynamo code of M. Dikpati numerically solves the two coupled partial differential equations of advection-diffusion type by using a semi-implicit scheme, namely the Peaceman-Rachford-Alternating-Direction-Implicit scheme (Ames 1992; Press et al. 1992). Writing the equations in operator notation as

$$\frac{\partial B_\phi}{\partial t} = [L_r + L_\theta] B_\phi + S_1, \quad (22)$$

$$\frac{\partial A}{\partial t} = [L_r + L_\theta] A + S_2, \quad (23)$$

in which  $L_r$  contains all the operators in  $r$  and  $L_\theta$  in  $\theta$  and  $S_1$  and  $S_2$  denote the cross-terms, the first half of the time-step is advanced by treating the  $r$ -direction explicitly and  $\theta$ -direction implicitly, the next half time-step in the reverse manner. The time-step is determined by satisfying the CFL condition. Since the diffusive terms are parabolic, whereas the advective terms are hyperbolic, a space-centered finite differencing scheme for the diffusive terms and a Lax-Wendroff scheme for the advective terms have been applied in order to maintain the second order accuracy in these mixed systems (see Dikpati 1996; and Dikpati & Charbonneau 1999 for more details regarding the calculations of the tridiagonal elements, initialization and boundary conditions).

### 3.7. CTDYN (Catania Dynamo) code

The dynamo code used for the benchmark is a pseudospectral eigenvalue code.

The induction equation is solved with a finite-difference scheme for the radial dependence and a Legendre polynomial expansion for the angular dependence. In particular, the following expansions for the field is used

$$\hat{A}(x, \theta) = e^{\lambda t} \sum_n a_n(x) P_n^{(1)}(\cos \theta), \quad (24)$$

$$\hat{B}(x, \theta) = e^{\lambda t} \sum_m b_m(x) P_m^{(1)}(\cos \theta), \quad (25)$$

where  $\lambda$  is the (complex) eigenvalue,  $n = 1, 3, 5, \dots$  and  $m = 2, 4, 6, \dots$  for antisymmetric modes, and  $n \leftrightarrow m$  for symmetric modes. Vacuum boundary conditions at the surface and perfectly conducting conditions at  $x = x_i = 0.65$  are then translated into simple ordinary differential equations involving the coefficients  $a_n$  and  $b_m$ .

By substituting (24) and (25) in the induction equation, an infinite set of ODEs is obtained, that can be conveniently truncated in  $n$  when the desired accuracy is achieved. The system is in fact solved by means of a second order accurate finite difference scheme and the basic computational task is thus to numerically compute eigenvalues and eigenvectors of a block-band diagonal real matrix of dimension  $M \times n$ ,  $M$  being the number of mesh points and  $n$  the number of harmonics,  $M(\alpha)v = \lambda v$  and  $v$  is in general a complex eigenvector.

This basic algorithm is embedded in a bisection procedure in order to determine the critical dynamo number needed to find a purely oscillatory solution, for which  $\Re(\lambda) = 0$ . Numerically a zero is accepted when the dimensionless quantity  $\Re(\lambda)R_\odot^2/\eta_i$  is no greater than  $10^{-3}$  in the following calculations. Greater accuracy usually requires a more refined spatial grid; see Bonanno (2004) for further details about the code.

### 3.8. HOLLERBACH code

The MHD code developed by Hollerbach (2000) is an incompressible, spherical, spectral scheme which solves the momentum equation, the induction equation, and the temperature equation in the Boussinesq approximation. The dynamo benchmark performed by R. Arlt employs only the induction equation. Full MHD computations of the magnetorotational instability with this code are given in Arlt et al. (2003).

The magnetic field is decomposed into two scalar potentials,  $g$  and  $h$ , defined by

$$\mathbf{B} = \nabla \times (g \hat{\mathbf{e}}_r) + \nabla \times \nabla \times (h \hat{\mathbf{e}}_r), \quad (26)$$

where  $\hat{\mathbf{e}}_r$  is the radial unit vector. The potentials depend on  $r$ ,  $\theta$ , and  $\phi$ . The actual equations being solved are the radial component of the induction equation and the radial component of the curled induction equation. The potentials  $g$  and  $h$  are used in their spectral representation with spherical harmonics for the azimuthal and latitudinal structure, such that

$$g(r, \theta, \phi) = \sum_{m=0}^{\pm M} \sum_{l=m'}^L g_{lm}(r, t) P_l^{|m|}(\cos \theta) e^{im\phi}, \quad (27)$$

where  $m' = \max(m, 1)$  and  $L$  and  $M$  are the truncations of the spectral expansion. In this paper, we set  $M = 0$  for all computations because of axisymmetry. Finally, these expressions

are reintroduced in the induction equation which is integrated numerically.

The radial dependence of  $g$  and  $h$  is further expanded in Chebyshev polynomials which have a high density of zeros near the radial boundaries, hence providing very good resolution in the boundary layers. Two additional modes are used to implement the radial boundary conditions for the magnetic field. The physical condition for a boundary with vacuum is  $\nabla \times \mathbf{B} = 0$  for the exterior and leads to particular conditions for  $g$  and  $h$  and likewise for the conditions for perfectly conducting boundaries.

The diffusive part of the system is solved implicitly. The time-stepping is a Runge-Kutta integration with a second order predictor and corrector steps. While the determination of critical dynamo numbers of  $\alpha$ -type dynamos is a linear problem, we have kept the scheme in order to be able to add nonlinearities such as quenching functions or nonlocality to the source term  $S$ .

The non-linear routine consists of a transformation of the spectral potentials into a real-space  $\mathbf{B}$ , the computation of  $\mathbf{U} \times \mathbf{B} + S$ , and the curling and back-transformation into spectral space. The velocity field  $\mathbf{U}$  and the source term  $S$  are only defined in real space.

#### 4. Results

The goal of this benchmark is to publish a detailed analysis of the results obtained by 8 different codes running on well-defined test cases and to quantitatively assess the agreement between the codes. It aims at providing the community with precise standard solar dynamo cases to which to refer. In order to compare our results both qualitatively and quantitatively, we indicate in tables for each case the critical dynamo number  $C_\alpha^{\text{crit}}$  above which the solution is growing exponentially, and the corresponding frequency  $\omega$ , defined by  $\omega = 2\pi/T$  with the magnetic cycle period  $T$  (i.e. twice the period of the sunspot cycle) in terms of the diffusive time  $R_\odot^2/\eta_i$ . In addition to these quantitative results, we provide the butterfly diagrams and the evolution of the field lines in a meridional plane for each case, in order to follow the behaviour of the magnetic field configuration over time. For the supercritical cases, since the intensity of the magnetic field is saturated through the quenching term, we can perform a detailed comparison of the field intensity at selected points in the computational domain during a part of the cycle. We can then see the deviation of each curve obtained by the different codes from the mean curve, which will be considered to be the “optimal solution”. Finally, to confirm that all codes converge to the same solution, we run convergence tests for 2 particular cases ( $B$  and  $C'$ ), which allow us to follow the evolution of the values of  $C_\alpha$  or  $C_s$  and  $\omega$  as the spatial resolution is increased.

##### 4.1. Case A

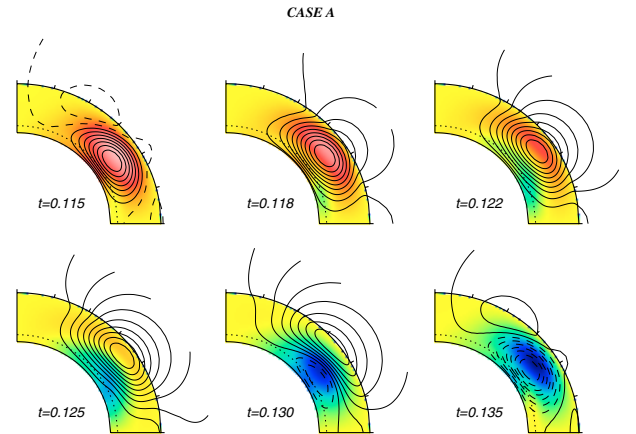
###### 4.1.1. Critical cases

Table 2 shows the results for the critical dynamo numbers and periods for cases A and A'. The results are in good agreement with each other, the relative standard deviation reaching only the value of 0.006 for  $C_\alpha$  in both cases, meaning that the values are all gathering close to the mean. The agreement on the period is also quite satisfactory, the relative standard deviation being again of the order of a few parts in a thousand.

In these cases, we find that only relatively low spatial resolution is needed for convergence and close agreement. Even though the error function representations of  $\alpha$  and  $\Omega$  imply relatively rapid changes in these functions, they are smooth and

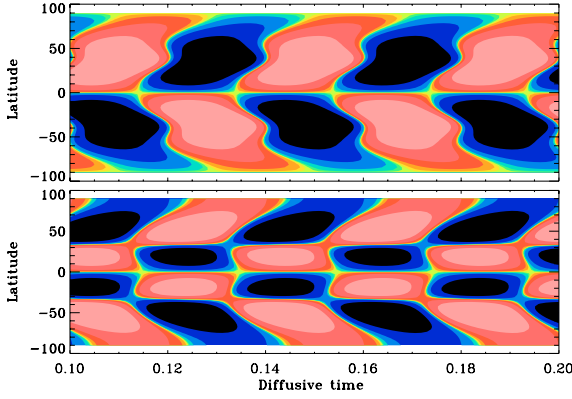
**Table 2.** Critical values of dynamo numbers and frequencies for case A (with potential boundary conditions) and case A' (with radial field conditions) with the spatial and temporal resolution for each code. We indicate the mean value, the standard deviation and the relative standard deviation (R.S.D) (standard deviation divided by the mean value) for each case. Asterisks indicate particular cases: for HOLLERBACH, the resolution is given in terms of the number of spectral modes and for CTDYN in terms of grid points in  $r$  and spectral modes in  $\theta$ . CTDYN does not evolve the system in time, which is why we do not indicate any time-step for this code.

Case	Code	Resolution	$\Delta t$	$C_\alpha^{\text{crit}}$	$\omega$
A	STELEM	$65 \times 65$	$10^{-5}$	0.385	157
A	NDYND	$81 \times 81$	$5 \times 10^{-6}$	0.385	158
A	MBRK	$81 \times 81$	$5 \times 10^{-6}$	0.390	159
A	CTDYN	$70 \times 70$ *	–	0.388	160
A	HAO2	$101 \times 101$	$10^{-5}$	0.388	156
A	HOLLER	$60 \times 60$ *	$5 \times 10^{-5}$	0.385	159
<b>Mean val</b>				<b>0.387</b>	<b>158.1</b>
<b>Std Dev.</b>				<b>0.002</b>	<b>1.472</b>
<b>R. S. D.</b>				<b>0.006</b>	<b>0.009</b>
A'	STELEM	$65 \times 65$	$10^{-5}$	0.366	158
A'	NDYND	$81 \times 81$	$5 \times 10^{-6}$	0.369	156
A'	MBRK	$81 \times 81$	$5 \times 10^{-6}$	0.372	158
A'	MEFISTO	$121 \times 121$	$10^{-6}$	0.368	158
A'	HAO1	$128 \times 128$	$3 \times 10^{-6}$	0.368	157
<b>Mean val</b>				<b>0.369</b>	<b>157.4</b>
<b>Std Dev.</b>				<b>0.002</b>	<b>0.894</b>
<b>R. S. D.</b>				<b>0.006</b>	<b>0.006</b>

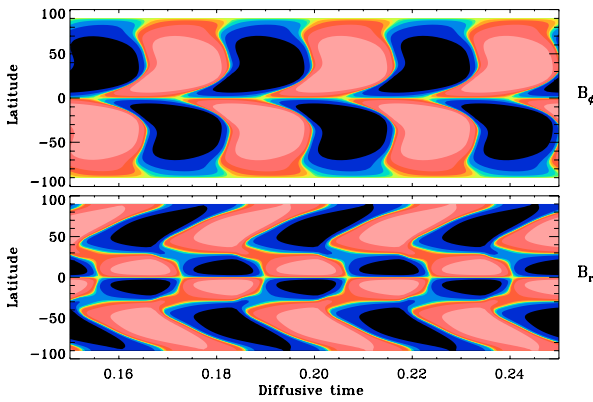


**Fig. 2.** Results for case A: pure  $\alpha\Omega$  dynamo with constant magnetic diffusivity. The results are shown for  $C_\alpha = C_\alpha^{\text{crit}}$ . The figure shows the evolution of the contours of the poloidal potential (left panel) and of the toroidal field (right panel) during half a magnetic cycle. Red (blue) colours indicate positive (negative) toroidal field and plain (dotted) lines indicate clockwise (anticlockwise) poloidal field lines.

the models do not produce strong radial or latitudinal gradients in the induced toroidal or poloidal fields. Instead, the magnetic fields are organized in very large structures that smoothly match the boundary conditions. Since these solutions occur for dynamo numbers only slightly above critical, no strong gradients in toroidal or poloidal fields should arise at later times either. We see that the solutions satisfying radial field boundary conditions at  $r = 1$  are excited at lower dynamo numbers than for the potential field boundary conditions. But the dynamo frequency is nearly the same for both boundary conditions, about 158 (corresponding to a period of 30.9 years in dimensional units, compared to 11 years for the solar cycle). Figures 2 and 3 show the



**Fig. 3.** Case A: butterfly diagram i.e. time-latitude cut of the toroidal field at  $0.7 R_\odot$  (upper panel) and of the radial field at the surface (lower panel). Red (blue) colours indicate positive (negative) values of the field.



**Fig. 4.** Same as case A but for case SA'.

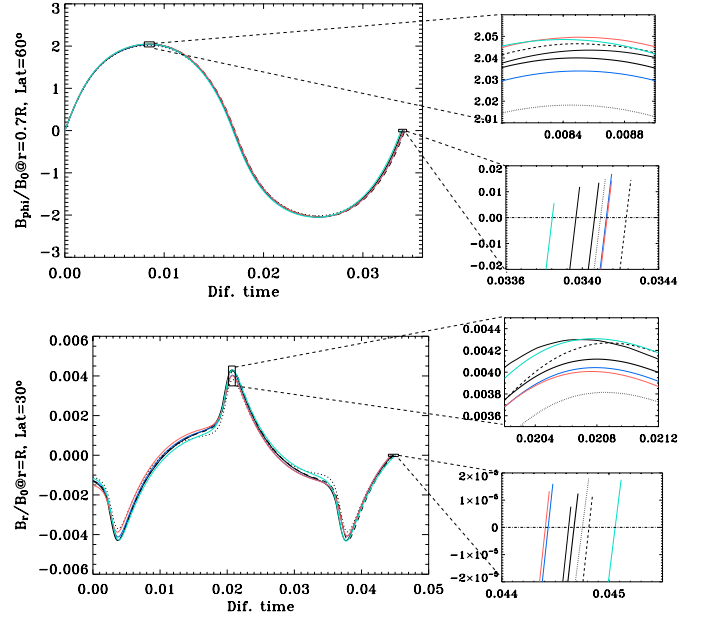
behaviour of the solution over time. Figure 2 shows the evolution of the field lines in the meridional plane in the northern hemisphere during half a magnetic cycle and Fig. 3 shows a time-latitude cut of the toroidal field at the base of the convection zone ( $r = 0.7$ ) and of the radial field at the surface in both hemispheres. In this case the solution produces a butterfly diagram whose “wings” for the toroidal field slope toward the poles with increasing time, opposite to the solar case.

#### 4.1.2. Supercritical case

We have previously discussed models A and A' in the case where  $C_\alpha$  was at its critical value, i.e. in the case of a quasi-stationary magnetic energy. We now compare the various codes for a supercritical case of model A' (with vertical field conditions at the surface). We thus choose for this case a value of  $C_\alpha$  of 3.5, almost 10 times the critical value of  $C_\alpha$  in this case.

Figure 4 represents the butterfly diagram obtained in case SA'. The evolution of the magnetic field is close to what we found for the critical case. We can nevertheless notice that the high latitude polar branch is reduced in this case compared to case A but, in the latitudinal band where the sunspots appear, we again see that the toroidal field is moving poleward, contrary to what is observed in the Sun. We also see that increasing the  $C_\alpha$  decreases the cycle period in this case.

Figure 5 shows the deviation from the mean value of cuts at various radii and latitudes of the toroidal and radial fields in the magnetic energy-saturated regime for the different codes. All curves were adjusted so that  $B_\phi$  at the base of the convection



**Fig. 5.** Case SA': comparison between the values of  $B_\phi(r = 0.7, \text{latitude} = 60^\circ)$  and  $B_r(r = 1, \text{latitude} = 30^\circ)$  normalized by  $B_0$  obtained by the different codes during a cycle. The right panels show a zoom on the first maximum of the field and on the first time the field returns to zero after one cycle period. The thick line represents the mean value of the field and the coloured lines represent the curves obtained by the different codes. The colour coding is the following: HAO1 in blue, MBRK in red, STELEM in green, NDYND in black dashed, HAO2 in black and MEFISTO in black dotted.

zone is exactly 0 at  $t = 0$ . We show for each curve a zoom on the first maximum of  $B_\phi$  at the base of the convection zone and of  $B_r$  at the solar surface and on the crossing of zero after one cycle period. This procedure enables us to compare both the amplitude shift and the phase shift caused by the various codes.

We first see that the deviations between the codes are more significant for  $B_r$  at the surface. This could be due to various effects such as the imposition of the boundary conditions or the sharper profile of  $B_r$  close to its maximum compared to  $B_\phi$ . Nevertheless, the deviation from the mean curve stays under 7% of the maximum value of the field and this deviation drops to about 1.2% for  $B_\phi$ . The agreement on the field maxima is thus very satisfactory.

Looking at the instant where  $B_\phi$  and  $B_r$  return to zero after one period enables us to see the significance of the phase shift between the various solutions. Again the differences are more pronounced for the curves for the radial field. The curves all cross zero in the very small time interval  $[0.0444, 0.0450]$  which is about 1.6% of the cycle period. The length of this time interval is the same for the curves for the toroidal field.

This pure  $\alpha\Omega$  dynamo model includes a constant magnetic diffusivity. This ingredient of the model is one of the most poorly known but we can reasonably assume that the net diffusivity should be much lower in the convection-free radiative core than in the turbulent envelope and thus that the diffusivity should vary with depth in our computational domain. In the following case, we refine our model to test the influence of applying a gradient of magnetic diffusivity in a pure  $\alpha\Omega$  model and how the various codes cope with this more challenging computation.



**Table 3.** Same as for Table 2, for cases B and B'.

Case	Code	Resolution	$\Delta t$	$C_{\alpha}^{\text{crit}}$	$\omega$
B	STELEM	$129 \times 129$	$10^{-6}$	0.410	172
B	NDYND	$81 \times 81$	$10^{-5}$	0.405	172
B	MBRK	$128 \times 128$	$10^{-6}$	0.411	172
B	CTDYN	$70 \times 70$ *	–	0.411	172
B	HAO2	$101 \times 101$	$10^{-5}$	0.403	171
B	HOLLER	$60 \times 60$ *	$5 \times 10^{-5}$	0.408	173
<b>Mean val</b>				<b>0.408</b>	<b>172</b>
<b>Std Dev.</b>				<b>0.003</b>	<b>0.632</b>
<b>R. S. D.</b>				<b>0.008</b>	<b>0.004</b>
B'	STELEM	$65 \times 65$	$10^{-5}$	0.387	169
B'	NDYND	$81 \times 81$	$10^{-5}$	0.385	168
B'	MBRK	$128 \times 128$	$10^{-6}$	0.391	169
B'	MEFISTO	$121 \times 121$	$10^{-6}$	0.387	169
B'	HAO1	$128 \times 128$	$3 \times 10^{-6}$	0.387	169
<b>Mean val</b>				<b>0.387</b>	<b>168.8</b>
<b>Std Dev.</b>				<b>0.002</b>	<b>0.447</b>
<b>R. S. D.</b>				<b>0.006</b>	<b>0.003</b>

#### 4.2. Case B

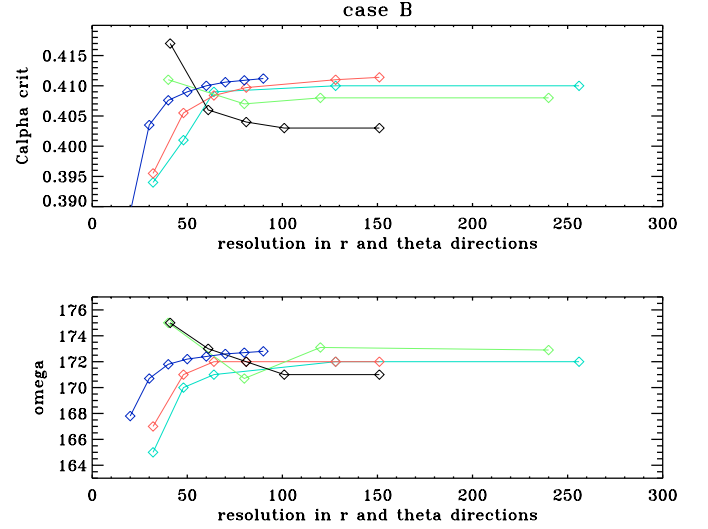
In this case, the magnetic diffusivity is no longer constant, as indicated by Eq. (14). This refinement enables us to test how the various codes cope with a non constant diffusivity profile in the model. Here again, the comparison is made by looking at the critical  $C_{\alpha}$ , at the periods, and at the strength of the magnetic field during one cycle.

##### 4.2.1. Critical cases

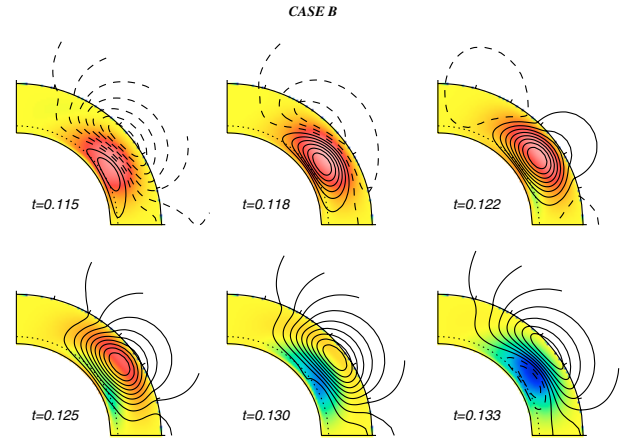
As Table 3 shows, the agreement of all codes on the critical values of  $C_{\alpha}$  is quite good, even at low resolution. We note that the diffusivity gradient makes it more difficult for the dynamo to be excited and produces shorter cycles (see Table 2 for a close comparison with case A), indeed the frequency is now close to 170, which corresponds to a sunspot period of 28.7 years, given our choice of  $\eta_t$ .

We note again that in this case the dynamo is more easily excited when radial BCs are imposed, and that the period of the dynamo waves is slightly increased in case B'. Moreover, the agreement on the value of the critical dynamo number is better in case B', showing that the imposition of potential boundary conditions can induce some divergence between codes. We then conclude that, even in this simple  $\alpha\Omega$  model the choice and implementation of boundary conditions can already be a delicate issue.

Figure 6 indicates the convergence behaviour of each code toward the values quoted in Table 3 for case B with potential BCs. Note that for each quantity ( $C_{\alpha}^{\text{crit}}$  and  $\omega$ ), the spread of the values in the converged part of the diagram is less than 1% of the absolute value. That is, all results that fall in the diagram agree within better than 1%, as we can already see in Table 3. All results seem to converge approximately towards the same point, especially for the frequency, where the agreement is extremely good. We note that in this case, most codes have already converged with a resolution of  $80 \times 80$ , confirming that this calculation does not require a very high resolution in spite of the sharp diffusivity profile and the imposition of potential boundary conditions. We note that the convergence is very fast for the pseudospectral code CTDYN, since the values at a resolution of  $40 \times 40$  are already close to the converged value.



**Fig. 6.** Convergence test for case B: evolution of the values of  $C_{\alpha}^{\text{crit}}$  and  $\omega$  as functions of the spatial resolution. The colour coding is the following: HAO2 in black, CTDYN in blue, STELEM in green, MBRK in red, HOLLER in light green for which the resolution is the number of collocation points, twice the number of Chebyshev polynomials.



**Fig. 7.** Same as Fig. 2 but for case B: pure  $\alpha\Omega$  dynamo with a jump of magnetic diffusivity from  $0.01\eta_t$  below the tachocline to  $\eta_t$  in the convection zone. The results are shown for  $C_{\alpha} = C_{\alpha}^{\text{crit}}$ .

As we can see in Figs. 7 and 8, the magnetic field behaviour is close to what was found in the constant diffusivity case (case A) except that the poloidal field lines seem to be less diffuse in the tachocline due to the presence of the sharp diffusivity gradient in this zone. In the meridional plane, the regions of generation and destruction of the magnetic structures are the same and the directions of rise and migration of the field are identical to case A. However, we notice in the butterfly diagram that the regions of strongest magnetic intensity are confined in a much smaller region around  $30^\circ$  latitude approximately in the region of strongest  $\alpha$ -effect. The polar branch at high latitudes (above  $60^\circ$ ) of the toroidal field is more stretched in time and less intense compared to the regions of strongest intensity than in case A. The addition of variable diffusivity and thus of diffusivity gradients have some impact on the field location and its organization in finer structures.

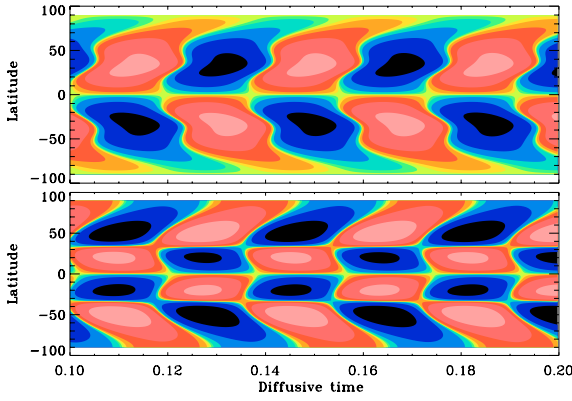


Fig. 8. Same as Fig. 3 but for case B.

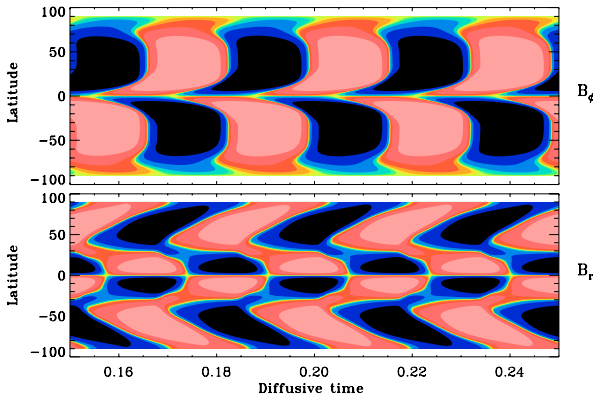


Fig. 9. Same as Fig. 4 but for case SB': supercritical case of pure  $\alpha\Omega$  dynamo with variable diffusivity: butterfly diagram i.e. time-latitude cut of the toroidal field at 0.7 (upper panel) and of the radial field at the surface (lower panel).

#### 4.2.2. Supercritical case

Figure 9 shows the butterfly diagram obtained in case SB'. It is again very similar to case SA' shown in Fig. 4; we indeed recover the poleward migration of the toroidal field, with a poleward branch at high latitudes being a little more pronounced than in case SA'. This was also one of the main differences between case A and case B.

Figure 10 shows the comparison between the values of the toroidal and radial fields at a specific latitude and radius. The agreement is again very reasonable between all codes. Indeed, the difference between the curves is hardly distinguishable if we do not zoom in on particular areas of the graphs. Zooming on the maximum of  $B_\phi$  indicates that the deviations from the mean curve do not exceed 1.5% of the maximum value of the field. The phase shift is also very small, all curves recover the instant of zero-crossing quite well. If we do not take into account the extreme curve, which is a little further from the mean curve, we find the deviation does not exceed 0.6% of the mean value. This extremely small value indicates that the codes can reproduce very precisely the cycle period.

The agreement between all codes for the radial field at latitude =  $30^\circ$  at the surface is reduced compared to the toroidal field at latitude =  $60^\circ$  at the base of the convection zone. Nevertheless, the deviation from the mean curve stays under 3%, despite the very sharp profile of  $B_r$  when it reaches its maximum. The deviations at the instant where  $B_r$  vanishes after one cycle do not exceed 3.5% of the cycle period. Most of the curves are located so close to each other that it is difficult to distinguish them even

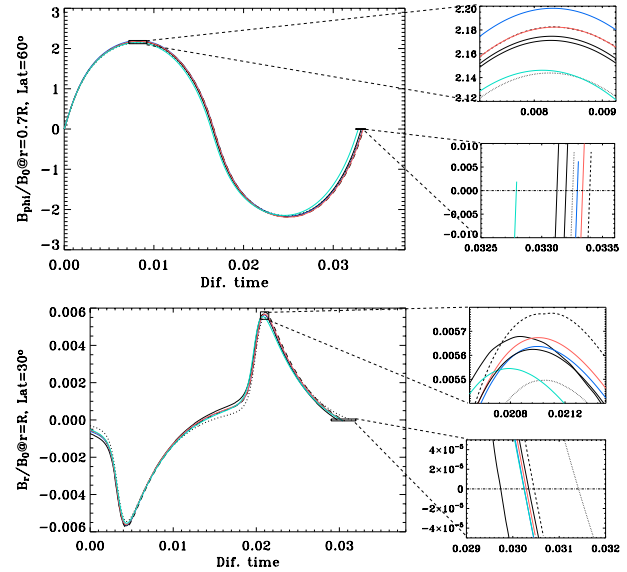


Fig. 10. Same as Fig. 5 but for case SB'.

on the zoomed frame, where the range represents only about 9% of the cycle period.

The agreement in cases A and B of  $\alpha\Omega$  dynamos are thus very satisfactory, despite the strong gradients of  $\alpha$ ,  $\Omega$  and of magnetic diffusivity in case B. We now compare a completely different solar dynamo model which includes the meridional circulation, the large scale flow which is observed in the Sun and which may play a role in the dynamo loop.

#### 4.3. Case C

Case C is a Babcock-Leighton flux-transport dynamo which incorporates a solar-like differential rotation, magnetic diffusivity sharply varying with depth, meridional circulation and a non-local Babcock-Leighton source term for the poloidal field. This model thus takes into account two observed solar features which may play a role in dynamo action: meridional flow and the twist of active regions at the surface. As we wish to be in the advection-dominated regime, we want an efficient connection between the magnetic field source regions (the base of the CZ and the surface) by means other than magnetic diffusion, i.e. the meridional circulation (see Eq. (19)). Moreover, in this model, the poloidal field owes its origin to the twisted nature of active regions at the solar surface due to the Coriolis force, which is again an observed feature of the solar magnetic activity. This mechanism is modeled by the non-local surface source term  $S$  of Eq. (17) which appears in the equation for the evolution of  $A_\phi$ .

##### 4.3.1. Critical cases

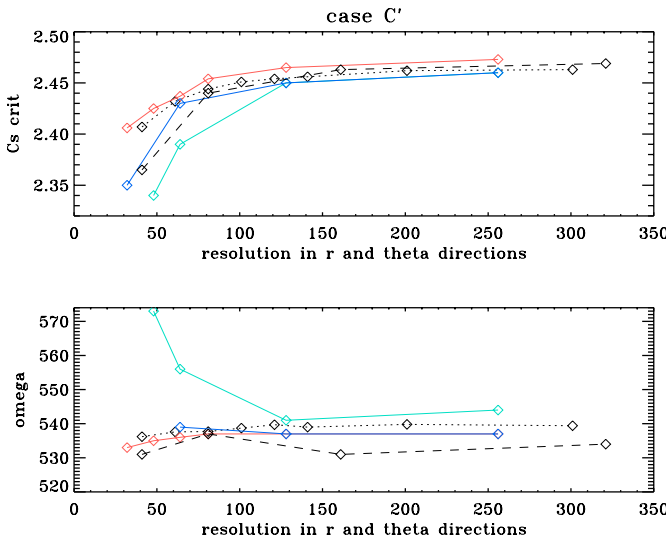
Looking at Table 4, we notice that cases C and C' require more spatial and temporal resolution for convergence than the  $\alpha\Omega$  cases. A high resolution is needed to obtain a reasonably good agreement between all codes.

The imposition of radial field boundary conditions in case C' can partly explain the high resolution needed. At the surface, the poloidal field and consequently  $B_\theta$  is created and the outer boundary conditions force the component  $B_\theta$  to be zero. The latitudinal component of  $\mathbf{B}$  thus has to move smoothly from a non-zero value in a thin layer below the surface to zero at the



**Table 4.** Same as for Table 2, for cases C and C'.

Case	Code	Resolution	$\Delta t$	$C_\alpha^{\text{crit}}$	$\omega$
C	STELEM	$129 \times 129$	$10^{-6}$	2.520	542
C	NDYND	$81 \times 81$	$10^{-6}$	2.513	525
C	HAO2	$101 \times 101$	$10^{-5}$	2.515	546
C	MBRK	$151 \times 151$	$10^{-6}$	2.540	532
C	HOLLER	$100 \times 100^*$	$5 \times 10^{-8}$	2.355	538
<b>Mean val</b>				<b>2.489</b>	<b>536.6</b>
<b>Std Dev.</b>				<b>0.075</b>	<b>8.295</b>
<b>R. S. D.</b>				<b>0.03</b>	<b>0.015</b>
C'	STELEM	$129 \times 129$	$10^{-6}$	2.460	544
C'	NDYND	$321 \times 321$	$5 \times 10^{-7}$	2.469	534
C'	MBRK	$256 \times 256$	$5 \times 10^{-7}$	2.473	537
C'	MEFISTO	$201 \times 201$	$10^{-6}$	2.463	539
C'	HAO1	$128 \times 128$	$3 \times 10^{-6}$	2.450	537
<b>Mean val</b>				<b>2.463</b>	<b>538.2</b>
<b>Std Dev.</b>				<b>0.009</b>	<b>3.701</b>
<b>R. S. D.</b>				<b>0.004</b>	<b>0.007</b>

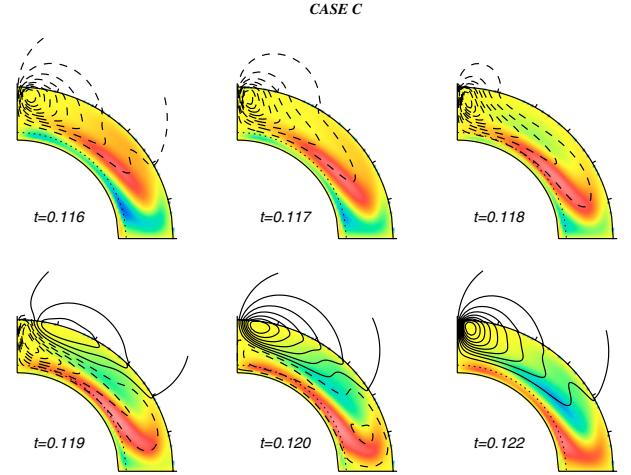
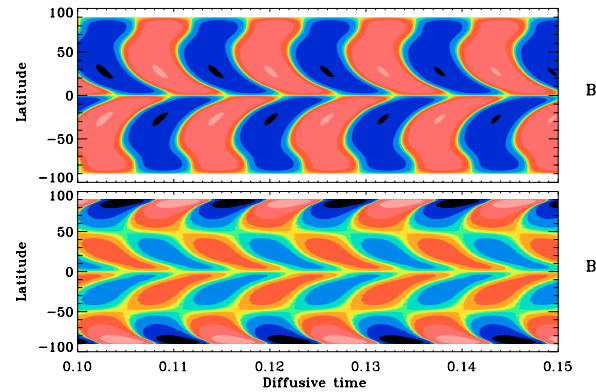
**Fig. 11.** Same as Fig. 6 but for case C'. The colour coding is now the following: STELEM in green, NDYND in black dashed, MBRK in red, HAO1 in blue and MEFISTO in black dotted.

surface, which requires the resolution to be sufficient to handle this strong gradient.

The dispersion of the values for  $C_s^{\text{crit}}$  in case C is higher than in the previous cases but the relative standard deviation is decreased from 3% to 0.5% if we remove the value of 2.355 of the HOLLERBACH code, which is quite far from the other results. The cycle frequency is also sensitive to the numerical method used, although all codes agree to within less than 2%. We note that the agreement is increased in case C', when radial boundary conditions are used.

This more sophisticated flux-transport model (in comparison to the previous  $\alpha\Omega$  models) leads to a higher though still reasonable dispersion of the values. This higher dispersion is to be expected, since this case includes a meridional flow and a non-local source term for the poloidal field and is therefore numerically more challenging.

Figure 11 shows the convergence behaviour of each code toward the values quoted in Table 4 for case C'. Again, the agreement among the various codes is very satisfactory, the spread of the values in the converged part of the diagrams is less than 1%

**Fig. 12.** Same as Fig. 2 but for case C: Babcock-Leighton flux-transport dynamo with a jump of magnetic diffusivity and with a meridional circulation of  $10 \text{ ms}^{-1}$  at the surface. The results are shown for  $C_s = C_s^{\text{crit}}$ .**Fig. 13.** Same as Fig. 3 but for case C.

of the absolute value. However, in this case, contrary to case B, most of the codes need a minimum resolution of  $100 \times 100$  to be considered as converged. As stated before, since this case includes more sophisticated ingredients, it is numerically more challenging and more spatial resolution is required.

Figures 12 and 13 show the behaviour of the magnetic field in this Babcock-Leighton flux-transport model. We first notice that in this case we get an equatorward butterfly diagram, in agreement with the solar observations. Indeed, we find a very strong branch moving from  $55^\circ$  latitude toward the equator, visible on the time-latitude cut of  $B_\phi$  at the base of the CZ. Here the magnetic field follows the advective path created by the meridional flow and consequently this large scale flow plays a key role in these dynamo solutions. Figure 13 shows that the butterfly diagram of this BL case differs significantly from that of the previous  $\alpha\Omega$  cases. Unlike cases A and B, the field is not organized in very large and smooth structures; on the contrary the poloidal field is very concentrated near the poles in a narrow structure that will expand into lower latitudes as poloidal flux is advected poleward by the meridional circulation. The toroidal field, advected by the meridional flow, is also stretched in narrow bands, especially when it reaches the base of the CZ. The creation of these fine structures, organized in narrow latitudinal bands, causes strong field gradients to be created, which require both spatial and temporal resolution to be high.

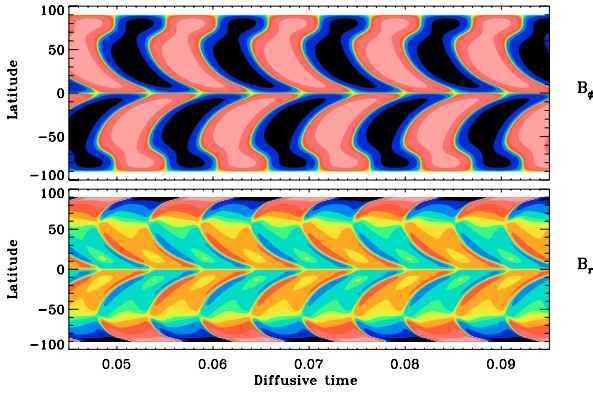


Fig. 14. Same as Fig. 4 but for case SC'.

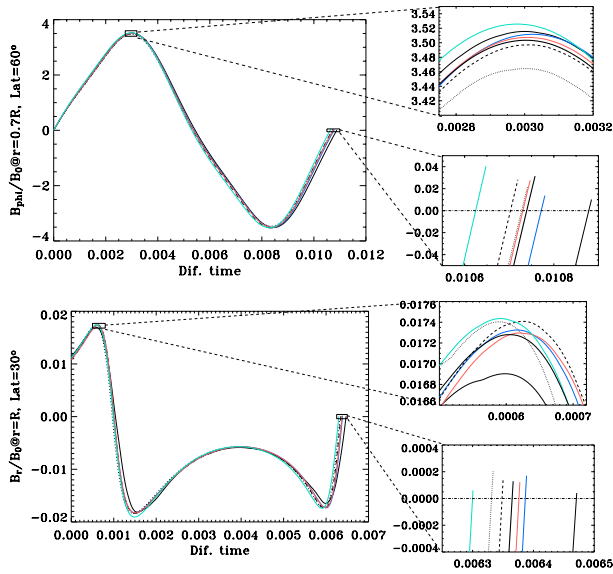


Fig. 15. Same as Fig. 5 but for case SC'.

#### 4.3.2. Supercritical case

Increasing  $C_s$  to 35 (about 14 times supercritical for dynamo action) enables us to see the fields in the regime of a well-established flux-transport dynamo.

Figure 14 shows that the associated butterfly diagram for the toroidal field is similar to case C shown in Fig. 13. Some differences are nevertheless visible in the evolution of the radial field at the surface, like the appearance of finer structures close to the equator.

In this flux-transport model, the physical ingredients are more sophisticated and thus the uncertainty on the critical  $C_s$  and on the cycle period seems to be more significant. Nevertheless, as Fig. 15 shows, the agreement on the values of the toroidal and radial field at specific points is again very good. The deviation from the mean curve is of the order of 1% for both the maxima in the toroidal fields and for the differences in phase.

This time, the agreement on the behaviour of the radial field in one cycle period is as good as the agreement in the toroidal field. Both the maximum of the field and the instant where  $B_r$  vanishes are very well reproduced and are very close to the mean “optimal” solution.

## 5. Conclusions

Understanding the activity and magnetic cycle of the Sun is crucial since its variability has a direct impact on our technological society by disturbing high frequency signals, impairing satellites and damaging power grids. For decades the scientific community has developed observational, theoretical and numerical tools in order to be able to understand the inner workings of the Sun, while at the same time aiming to be able to predict its activity. The current accepted scenario states that this surface magnetism is linked to an internal dynamo. Two dimensional mean field dynamo models have proved to be very useful tools to test and validate ideas and distinguish among scenarios of the solar dynamo such as  $\alpha\Omega$ ,  $\alpha^2$  or flux-transport and to progress in our effort to understand the Sun as a whole.

The inclusion of the meridional circulation in the dynamo theory of the solar cycle turns out to be essential in reproducing the most important features of the 11-yr cycle. On the other hand if the eddy diffusivity  $\eta_t$  is as low as  $10^{11} \text{ cm}^2 \text{ s}^{-1}$ , the magnetic Reynolds number  $R_e = u_0 R_\odot / \eta_t$  reaches values of the order of  $10^3$  for a flow of about  $10 \text{ ms}^{-1}$ .

How robust then are the predictions of dynamo codes for purely kinematic models? In this paper eight different codes, based on finite differences, finite elements and spectral decomposition, have been considered in order to solve the 2D induction equation in spherical geometry in the presence of strong gradients of the turbulent diffusivity, a realistic differential rotation profile and high magnetic Reynolds numbers. Again, the cases discussed in this paper are not intended to exhaustively cover all the solar dynamo models that have been published in the literature so far, such as non-linear Malkus-Proctor models (see e.g. Brandenburg et al. 1991; Moss & Brooke 2000; or Bushby 2006). However, we believe that the cases chosen are representative of typical mean field kinematic dynamo models.

By defining three standard solar dynamo cases, namely cases A, B and C that are made increasingly more sophisticated by introducing well defined physical ingredients, we hope to have been able to provide useful test models easily reproducible by anyone seeking to validate their code. Cases A, B and C have potential boundary conditions on top of the domain. Similar cases are computed using radial field boundary conditions (cases A', B' and C') since the imposition of BCs are known to be a delicate issue and is consequently a phase of code development that also needs to be carefully validated. For each case we list in summary tables the ingredients used, the critical dynamo number for the onset of dynamo action, and the resulting cycle period for each code. Moreover, we display typical realizations of the poloidal and toroidal fields in the meridional plane over half a cycle and butterfly diagrams of the toroidal field at the base of the convection zone as well as the radial field at the surface. In order to show that the solutions of these test cases are confirmed by several independent codes and are converged to high accuracy, we show convergence plots for two particular cases B and C'. Further, for each set of parameters chosen, we compute supercritical cases (SA', SB' and SC') including non-linear quenching of the poloidal source term (the  $\alpha$  effect for cases A and B and the Babcock-Leighton term for case C) at a fixed resolution of  $101 \times 101$  and display the butterfly diagram obtained in that high dynamo number regime. In order to facilitate a more quantitative analysis of the results of the various codes, we plot for six of the eight codes used in this study specific cuts of the toroidal and radial fields at fixed latitude and radius. Given the quite good agreement between the different solutions obtained with the various numerical codes, these later

figures serve two purposes: a) they help in determining the intrinsic deviation among all codes and b) they allow a quantitative comparison of the prediction made by the codes for the strength of the radial and toroidal fields in the numerical domain.

The key point to be extracted from our analysis is that the agreement between the different codes used in this benchmark study is indeed quite good, being of the order of (or even less than) 1% for the reference  $\alpha\Omega$  dynamo cases A and B, in spite of the non-trivial pattern of differential rotation and for case B the presence of a strong gradient of the turbulent diffusivity. It is also important to note that in the search for critical values of the dynamo numbers, the eigenvalue code and the time-evolving codes agree rather well.

When the meridional flow is present as in case C, the agreement is still reasonably good but with a dispersion of the order of a few percent in the values of the critical dynamo number and in the periods. This case includes meridional flow, a solar-like differential rotation, a sharp tachocline, a gradient of magnetic diffusivity and a non-local source term for the poloidal field. It is thus numerically more challenging and requires more resolution to converge, whatever the numerical technique used. Nevertheless the values of the toroidal field at the base of the convection zone and the butterfly diagrams are very well reproduced by all the codes for all the cases considered.

We anticipate that the well-documented benchmark cases presented here will be a useful tool for any researcher who intends to develop/validate his/her code, since they provide standard cases to which to refer and detailed tables and figures for a quantitative comparison.

*Acknowledgements.* We wish to thank the International Space Science Institute (ISSI) for supporting our international team with the program: observations and models of the solar cycle. M.D. acknowledges financial support from NASA grant NNH05AB521 and the NCAR Director's opportunity fund.

## References

- Ames, W. F. 1992, *Numerical Methods for Partial Differential Equations*, 3rd edn. (San Diego: Academic), Chap. 3
- Arlt, R., Hollerbach, R., & Rüdiger, G. 2003, *A&A*, 401, 1087
- Babcock, H. W. 1961, *ApJ*, 133, 572
- Bonanno, A. 2004, *Mem. Soc. Astron. It.*, 4, 17
- Bonanno, A., Elstner, D., Rüdiger, G., & Belvedere, G. 2002, *A&A*, 390, 673
- Brandenburg, A., Moss, D., Rüdiger, G., & Tuominen, I. 1991, *Geophys. Astrophys. Fluid Dyn.*, 61, 179
- Brandenburg, A., Moss, D., & Tuominen, I. 1992, *A&A*, 265, 328
- Browning, M. K., Miesch, M. S., Brun, A. S., & Toomre, J. 2006, *ApJ*, 648, L157
- Brun, A. S., Miesch, M. S., & Toomre, J. 2004, *ApJ*, 614, 1073
- Burnett, D. S., 1987, *Finite Element Analysis* (Addison-Wesley)
- Bushby, P. J. 2006, *MNRAS*, 371, 772
- Cattaneo, F. 1999, *ApJ*, 515, L39
- Charbonneau, P. 2005, *Liv. Rev. Sol. Phys.*, 2, 2
- Choudhuri, A. R., Schüssler, M., & Dikpati, M. 1995, *A&A*, 303, L29
- Dikpati, M. 1996, Ph.D. Thesis, Indian Ins. Sci., Bangalore
- Dikpati, M., & Charbonneau, P. 1999, *ApJ*, 518, 508
- Dikpati, M., & Gilman, P. A. 2006, *ApJ*, 649, 498
- Dikpati, M., de Toma, G., Gilman, P. A., Arge, C. N., & White, O. R. 2004, *ApJ*, 601, 1136
- Durney, B. R. 1995, *Sol. Phys.*, 160, 213
- Gilman, P. A. 1983, *ApJS*, 53, 243
- Glatzmaier, G. A. 1987, *The Internal Solar Angular Velocity*, ed. B. R. Durney, & S. Sofia (Dordrecht: D. Reidel), 263
- Hollerbach, R. 2000, *Int. J. Numer. Meth. Fluids*, 32, 773
- Jepps, S. A. 1975, *J. Fluid Mech.*, 67, 625
- Jouve, L., & Brun, A. S. 2007, *A&A*, 474, 239
- Käpylä, P. J., Korpi, M. J., & Tuominen, I. 2006, *AN*, 327, 884
- Krause, F., & Rädler, K. H. 1980, *Mean Field Magnetohydrodynamics and Dynamo Theory* (Oxford: Pergamon Press)
- Küker, M., Rüdiger, G., & Schultz, M. 2001, *A&A*, 374, 301
- Leighton, R. B. 1969, *ApJ*, 156, 1
- Moffatt, H. K. 1978, *Magnetic field Generation in Electrically Conducting Fluids* (Cambridge University Press)
- Moss, D., & Brooke, J. 2000, *MNRAS*, 315, 521
- Press, W. H., Teukolsky, S. A., Vetterling, W. T., & Flannery, B. P. 1992, *Numerical Recipes*, 2nd edn. (Cambridge: Cambridge Univ.)
- Proctor, M. R. E. 1977, *J. Fluid Mech.*, 80, 769
- Rempel, M. 2006, *ApJ*, 647, 662
- Roberts, P. H. 1972, *Phil. Trans. R. Soc. London*, 272, 663
- Spalart, P. R., Moser, R. D., & Rogers, M. M. 1991, *Comp. Phys.*, 96, 297
- Steenbeck, M., & Krause, F. 1969, *AN*, 291, 49
- Steenbeck, M., Krause, F., & Rädler, K. H. 1966, *Z. Naturforsch. Teil A*, 21, 369
- Stix, M. 1976, *A&A*, 47, 243
- Wang, Y.-M., Sheeley, N. R., Jr., & Nash, A. G. 1991, *ApJ*, 383, 431

## Chapitre 4

# Influence de la circulation méridienne sur le cycle solaire

### Sommaire

<b>4.1</b>	<b>Le modèle standard de Babcock-Leighton . . . . .</b>	<b>67</b>
4.1.1	Petit historique des modèles 2D de dynamo solaire . . . . .	67
4.1.2	Le modèle à une cellule méridienne par hémisphère . . . . .	68
4.1.3	Les limitations du modèle . . . . .	69
<b>4.2</b>	<b>Vers une circulation méridienne complexe . . . . .</b>	<b>70</b>
4.2.1	Indications observationnelles et issues des modèles d'une circulation plus complexe . . . . .	70
4.2.2	Rappel des résultats dans les cas à plusieurs cellules en latitude . . . . .	72
4.2.3	Des circulations plus complexes : quel effet sur les caractéristiques du cycle ? . . . . .	73
4.2.4	Conclusions . . . . .	76

## 4.1 Le modèle standard de Babcock-Leighton

### 4.1.1 Petit historique des modèles 2D de dynamo solaire

Depuis que les simulations numériques leur sont accessibles, les scientifiques ont tenté d'utiliser cet outil puissant pour mieux comprendre les mécanismes clés responsables du champ magnétique solaire. Ainsi, dès les années 70, de nombreux modèles 2D utilisant le formalisme de la théorie de la dynamo champ moyen voient le jour. Ces modèles incluent une rotation différentielle au profil cylindrique (i.e. les lignes d'isorotation sont alignées avec l'axe de rotation de l'étoile) et un effet  $\alpha$  distribué dans toute la coquille sphérique représentant la zone convective. Ce sont des modèles de dynamo  $\alpha\Omega$  pour lesquels la condition  $\alpha\partial\Omega/\partial r < 0$  dans l'hémisphère Nord permet d'obtenir une migration cyclique des taches solaires des moyennes latitudes à l'équateur et donc un diagramme papillon proche des observations (Yoshimura 1975). L'avènement de l'héliosismologie dans les années 80 a par la suite complètement remis en question ce type de modèles. En effet, (Brown et al. 1989) ont montré que le profil de rotation au sein de la zone convective n'était en fait pas cylindrique mais plutôt conique (i.e.  $\partial\Omega/\partial r$  est presque nul) et la loi de Yoshimura a alors été mise en difficulté. De plus, l'héliosismologie a révélé la présence d'une région de transition entre la zone radiative et la zone convective, la tachocline, lieu de très fort cisaillement à la fois en rayon et en latitude et zone privilégiée de formation de champs magnétique intenses. Ainsi, Parker (1993) a introduit le concept de dynamo d'interface donnant un rôle prépondérant

à la tachocline. Charbonneau et MacGregor (1997) ont été les premiers à incorporé dans leurs modèles tous les ingrédients de la dynamo d'interface moderne : une rotation différentielle au profil fidèle aux observations héliosismiques, une fine couche de cisaillement représentant la tachocline et une séparation des sites de création de champ poloidal (dans toute la zone convective) et toroidal (dans la tachocline). Grâce à ce type de modèles, de nombreux aspects du cycle solaire ont pu être reproduits, dont la période de 22 ans, la branche de migration des taches des moyennes latitudes à l'équateur ou encore la relation de phase entre les composantes poloidal et toroidal du champ magnétique.

Comme nous l'avons vu en introduction, la dissipation des régions actives bipolaires émergeant à la surface du Soleil durant le cycle est une alternative à l'effet  $\alpha$  permettant d'obtenir un renversement du champ polaire c'est à dire une régénération de champ poloidal à partir d'un champ toroidal. C'est le mécanisme de Babcock-Leighton, d'abord proposé par Babcock (1961) et approfondi par Leighton (Leighton 1964, 1969). Ce mécanisme a été complètement oublié dans les années 70 du fait de l'avènement des modèles champs moyens  $\alpha\Omega$  mais leur intérêt a été reconsidéré vers le début des années 90 lorsque l'étude magnétique des cycles 21 et 22 a montré clairement l'influence de la dissipation des régions actives dans le renversement du champ aux pôles (Wang et al. 1989; Wang et Sheeley 1991). D'autre part, l'ajout d'une circulation méridienne (c'est à dire dans le plan des pôles) dans ces modèles permet d'obtenir des diagrammes papillons aux propriétés très intéressantes. La détection de la circulation méridienne s'améliore elle aussi depuis la fin des années 90 grâce aux techniques d'héliosismologie locale et ainsi le modèle de Babcock-Leighton avec circulation méridienne est devenu un modèle très attractif pour modéliser le magnétisme solaire.

#### 4.1.2 Le modèle à une cellule méridienne par hémisphère

Comme l'explique P. Charbonneau dans sa revue (Charbonneau 2005), le modèle standard de Babcock-Leighton avec circulation méridienne à une cellule par hémisphère repose sur les principes physiques suivants : le champ poloidal du cycle  $n$  situé aux pôles juste après le renversement polaire est advecté vers l'intérieur du Soleil jusqu'à la tachocline par la circulation méridienne. Dans cette zone de fort cisaillement, l'effet  $\Omega$  agit pour créer le champ toroidal du cycle  $n+1$  qui devient instable par flottaison magnétique (voir partie 3 du manuscrit). Le champ toroidal atteint alors la surface où il crée des régions actives qui vont dissiper pour générer le nouveau champ poloidal du cycle  $n+1$  de signe opposé au précédent. Ce nouveau champ poloidal va alors être advecté par la circulation méridienne vers les pôles où il va supprimer le champ poloidal du cycle  $n$ . Le champ du cycle  $n+1$  suit alors la même évolution que son prédécesseur et la boucle dynamo se referme.

Les premiers modèles invoquant le mécanisme de Babcock-Leighton comme mode de régénération du champ poloidal avec circulation méridienne et rotation différentielle conforme aux résultats de l'héliosismologie ont été conduits par Wang et al. (1991) dans un modèle à 2 couches ( $2\times 1D$ ), une couche de surface avec un terme source pour le champ poloidal et une couche inférieure dans laquelle la rotation différentielle agit. Dikpati et Charbonneau (1999) ont ensuite repris ces modèles en 2D axisymétrique et sont parvenus à montrer que ces modèles étaient capables de reproduire de nombreuses caractéristiques du cycle solaire : la période de 22 ans, la branche dirigée vers l'équateur du champ toroidal et la branche polaire du champ poloidal conformes au diagramme papillon observé, la relation de phase entre le champ poloidal et toroidal (à savoir que le champ poloidal change de signe au maximum du champ toroidal),...

J'ai à mon tour grâce au code STELEM calculé un modèle similaire incluant une cellule méridienne par hémisphère, orientée vers les pôles à la surface conformément aux observations, un terme source non-local de Babcock-leighton (proportionnel au champ toroidal à la base de la zone convective) et une rotation différentielle fidèle aux inversions de l'héliosismologie. Nous ne redonnons pas ici les formules permettant d'exprimer les différents ingrédients du modèle, le lecteur est invité à se référer à l'article en fin de chapitre pour cela. Notons tout de même que le terme source de champ poloidal contient une non-



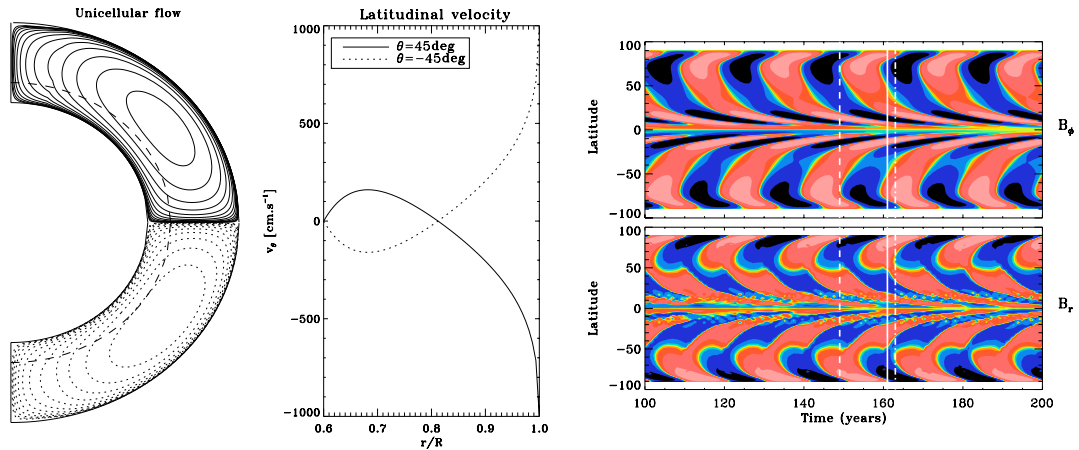


FIG. 4.1 – Fonction de courant de la circulation méridienne et profil de vitesse latitudinale en fonction du rayon à  $45^\circ$  et  $-45^\circ$  de latitude du modèle de Babcock-Leighton standard et diagramme papillon obtenu. Le panneau du haut représente le champ toroidal à la base de la zone convective, le panneau du bas le champ radial à la surface. Le trait plein vertical représente le renversement du champ poloidal aux pôles, le trait tireté le minimum du champ toroidal et le trait pointillé-tireté le maximum du champ toroidal, on voit que ce dernier est pratiquement confondu avec le trait plein indiquant le renversement polaire, conformément aux observations.

linéarité qui va permettre une saturation de l'énergie magnétique. Ainsi, nous introduisons un terme (dit de quenching) qui va empêcher la source de champ poloidal d'être trop efficace si le champ toroidal de la base de la zone convective est trop intense. Cette modélisation est motivée par des calculs d'émergence de flux montrant que les structures toroidales supérieures à quelques centaines de kiloGauss émergent à la surface avec une orientation non favorable à la création d'une composante poloidale. Le profil de circulation utilisé ainsi que le diagramme papillon obtenu sont représentés figure 4.1.

Ainsi, avec des valeurs réalistes d'amplitude de la circulation méridienne ( $3 \text{ m.s}^{-1}$  à la base de la zone convective) et de la diffusivité magnétique ( $5 \times 10^{10} \text{ cm}^2.\text{s}^{-1}$ ) dans la zone convective, nous obtenons bien un diagramme papillon très similaire au diagramme papillon observationnel. Comme la flottaison magnétique, processus permettant l'émergence de structures toroidales de la base de zone convective jusqu'à la surface, n'est pas prise en compte dans ce modèle, nous considérons que le diagramme temps-latitude du champ toroidal à la base de la ZC est représentatif de l'émergence de taches actives au cours du temps. Ainsi, la branche dirigée vers l'équateur du champ toroidal à la base de la zone convective représente bien l'émergence des taches actives à des latitudes de plus en plus faibles au cours du cycle. Les paramètres de ce modèle, tout en restant dans une gamme réaliste pour le Soleil, nous donnent une période du cycle magnétique de 22 ans. D'autre part, le champ poloidal se renverse bien aux pôles approximativement au moment du maximum du nombre de taches solaires, ici représentés par le pic de champ toroidal.

Malheureusement, ce modèle n'est pas entièrement satisfaisant car certaines de ces caractéristiques sont assez différentes de ce qu'il se passe réellement dans le Soleil. Nous allons aborder ces limitations dans le paragraphe qui suit, elles sont très bien résumées dans la revue de Charbonneau (2005).

#### 4.1.3 Les limitations du modèle

Plusieurs objections ont été apportées concernant les modèles de Babcock-Leighton de transport de flux. Tout d'abord, l'étude de la dépendance de la période du cycle par rapport à l'amplitude de la cir-

circulation méridienne montre que la période est fortement influencée par des variations de cette amplitude puisqu'on a la relation :  $T \propto v_0^{-0.63}$ . Ainsi, la période serait donc fortement variable si l'amplitude de la circulation varie. Snodgrass et Dailey (1996) ont montré que c'était effectivement le cas : en moyenne, l'amplitude de la circulation est relativement stable avec une valeur d'environ  $15 \text{ m.s}^{-1}$  à la surface, mais l'écoulement peut parfois atteindre  $50 \text{ m.s}^{-1}$ . Cette propriété imposerait donc éventuellement une période très variable (une multiplication par 3 de  $v_0$  implique une division par 2 de la période !) alors que les observations montrent que les écarts à la durée moyenne de 11 ans restent modérés.

Des problèmes d'intensité du champ magnétique existent également dans ces modèles. En effet, les champs poloidaux polaires de surface produits par de tels modèles sont trop intenses comparés aux observations. Plusieurs possibilités sont envisageables pour contourner ce problème : la diffusivité magnétique peut être augmentée dans les couches supérieures, mais dans ce cas, le champ poloidal advecté vers la tachocline pour recréer du champ toroidal pourrait être trop faible et la dynamo pourrait mourir. L'autre possibilité, utilisée par Dikpati et al. (2004), est d'appliquer un seuil moins élevé pour le quenching du terme source, de manière à rendre le terme source de champ poloidal moins efficace dès que le champ toroidal à la base de la ZC dépasse une valeur d'environ  $10^4 \text{ G}$  par exemple. Dans ce cas, Dikpati et al. (2004) réussissent à obtenir un modèle calibré avec un champ poloidal polaire ne dépassant pas les quelques dizaines de Gauss à la surface.

Enfin, Dikpati et Gilman (2001) ont mis en avant un problème majeur des modèles de Babcock-Leighton : leur difficulté à reproduire l'antisymétrie du champ toroidal par rapport à l'équateur. Nous retrouvons effectivement cette préférence du mode quadrupolaire dans un certain nombre de nos cas mais certaines gammes de paramètres permettent tout de même de conserver la bonne symétrie des champs, le maintien de la symétrie dipolaire observée dans le Soleil semble donc être assez instable aux modifications des différents paramètres intervenant dans le modèle. Toutefois, il est à noter que les changements de symétrie du champ magnétique dans le Soleil qui ont eu lieu quelquefois depuis les débuts de l'observation des taches solaires (notamment juste après le minimum de Maunder) pourraient être liés au caractère chaotique du système dynamique qu'est le Soleil, comme l'ont montré Knobloch et al. (1998). Ils affirment en effet qu'un modèle simplifié non-linéaire parvient à reproduire les bifurcations d'une parité à une autre, comme ce qu'il se passe dans notre étoile. Ainsi, il faut probablement être prudent sur le problème particulier de l'étude de la symétrie des champs dans notre cas de dynamo axisymétrique cinématique où la seule non-linéarité est le terme de quenching qui est peu susceptible d'être responsable d'un changement de parité.

## 4.2 Vers une circulation méridienne complexe

### 4.2.1 Indications observationnelles et issues des modèles d'une circulation plus complexe

Comme le montre Miesch dans sa revue (Miesch 2005) et plus récemment Brun et Rempel (2008), la circulation méridienne moyenne est un écoulement très faible comparé à l'écoulement moyen principal qu'est la rotation différentielle. Son maintien est du à l'équilibre subtil entre les forces de Coriolis, de flottaison, les gradients de pression et les tenseurs de Reynolds et de Maxwell agissant sur l'écoulement zonal moyen. Tous ces éléments en font un flot très difficile à mesurer par des techniques classiques d'héliosismologie. En effet, l'héliosismologie globale est en théorie capable de mesurer la circulation méridienne mais ses effets sur les ondes sonores globales restent minimes et difficiles à distinguer d'effets dus à la rotation ou au magnétisme.

Des techniques de mesures de surface ou d'héliosismologie locale ont donc été utilisées pour mieux détecter cette circulation moyenne. Par exemple, Hathaway (1996) a confirmé grâce à des mesures Doppler, la présence d'un écoulement de surface dirigé vers les pôles d'une intensité moyenne de  $15 - 20 \text{ m.s}^{-1}$ , mais présentant des variations temporelles très importantes en terme d'amplitude et de

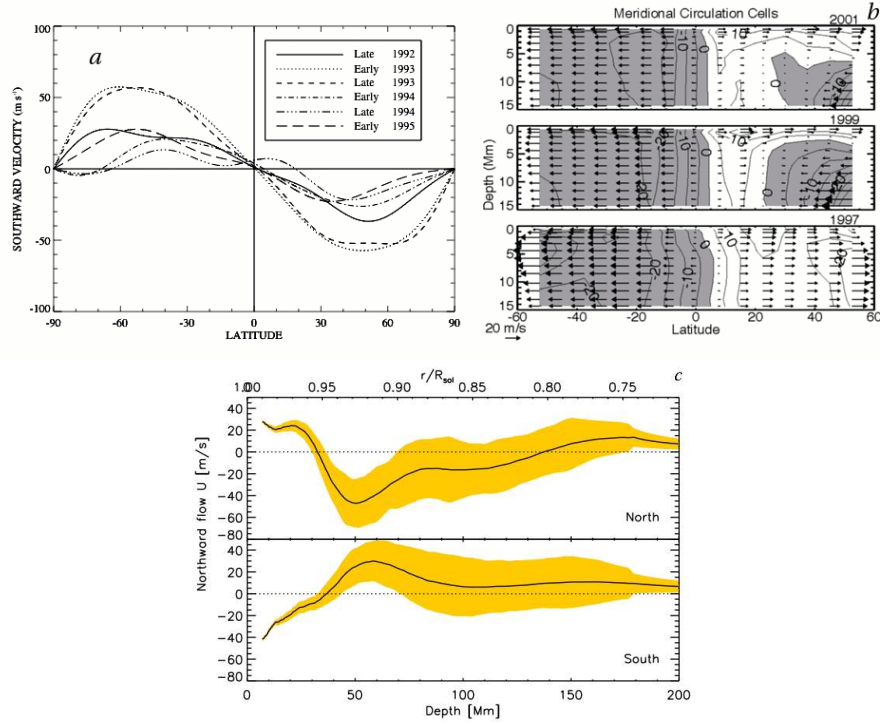


Fig. 4.2 – Figures du haut : variations temporelle et spatiale de la circulation méridienne dans les couches de surface du Soleil. (a)  $v_{\theta}$  obtenue par mesures Doppler dans la photosphère, moyenné en longitude et temps (de Hathaway (1996)). (b) CM en fonction de la latitude et de la profondeur obtenue par "ring-diagram analysis". Les régions grisées et blanches représentent les flots dirigés vers le Sud et le Nord respectivement. Une contre cellule apparaît à partir de 1998 dans l'hémisphère Nord à des profondeurs inférieures à environ 3 Mm (de Haber et al. (2002)). Figure du bas : amplitude de l'écoulement dirigé vers le Nord mesuré dans les deux hémisphères en fonction de la profondeur et obtenue par inversion asymptotique (de Mitra-Kraev et Thompson (2007)).

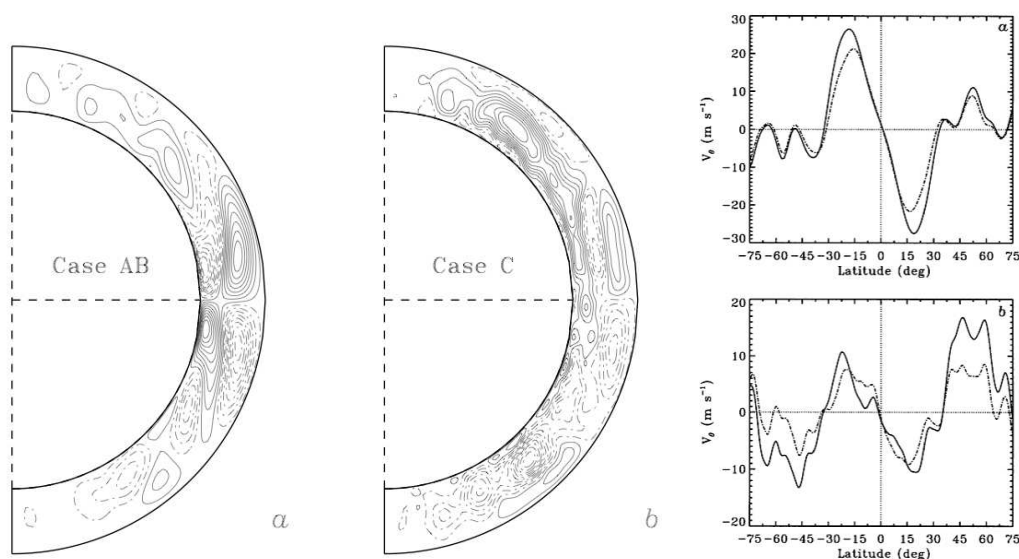
structure. D'autres techniques (Snodgrass et Dailey 1996) confirment ces variations temporelles puisqu'elles montrent des écoulements pouvant atteindre des amplitudes de  $50 \text{ m.s}^{-1}$ , souvent dirigés vers l'équateur en-dessous de  $20^\circ$  et au-dessus de  $40^\circ$ .

Des mesures effectuées grâce à des techniques d'héliosismologie locale ont quant à elles montré l'apparition, lors du cycle 23, d'une contre cellule dans l'hémisphère Nord, dirigé vers l'équateur (Haber et al. 2002). Même si ces mesures n'ont pas vraiment été confirmées par d'autres études (Giles et al. 1997; Zhao et Kosovichev 2004; Braun et Fan 1998), il y a fort à parier qu'une structure complexe de la circulation méridienne puisse apparaître au moins pendant une certaine période du cycle magnétique, celui-ci ayant aussi une influence sur le sens et l'amplitude de l'écoulement (Švanda et al. 2007, 2008). Une récente étude de (Mitra-Kraev et Thompson 2007) a montré effectivement qu'une structure multicellulaire en rayon était également susceptible d'exister dans le Soleil puisqu'ils ont détecté sur des mesures SOHO/MDI la présence d'un écoulement équatorial à environ 40 Mm de profondeur c'est à dire à environ  $0.95R_{\odot}$  (voir figure 4.2).

Dans les simulations 3D de convection globale au sein du Soleil, une circulation méridienne est produite dans la zone convective et les principaux acteurs de sa maintenance sont les tenseurs de Reynolds, les forces de flottaison, les tenseurs de Maxwell, les gradients de pression et la diffusion visqueuse. De la même manière que ce qui est observé dans le Soleil, l'amplitude de ce flot est très faible comparé à la



rotation différentielle, l'énergie contenue dans la circulation étant typiquement 2 ordres de grandeur en-dessous de celle contenue dans la rotation (voir Brun et Toomre (2002)). L'étude spectrale de la vorticité du flux de masse et de ses termes sources montre qu'à grandes échelles (celles qui nous intéressent ici), la circulation est créée principalement par les tenseurs de Reynolds. Compte tenu du caractère turbulent de ses simulations et de l'importance des tenseurs de Reynolds dans la construction de l'écoulement méridien moyen, il est naturel d'obtenir pour la circulation des structures complexes (comme le montre la figure 4.3) et des variations temporelles non négligeables.



F . 4.3 – Exemple de profil de circulation méridienne générée par la convection dans les simulations 3D. Les figures de droite montrent la fonction de courant associée à la circulation dans un cas convectif AB et un cas plus turbulent C. Les 2 figures de gauche montrent des coupes de  $v_\theta$  moyenné en temps et en longitude à la surface, à  $0.96$  (traits pleins) et  $0.96R_\odot$  (traits pointillés) pour les 2 mêmes cas, le cas le plus turbulent étant représenté sur le panneau du bas. Les valeurs positives de  $V_\theta$  représentent des circulations dirigées vers le Sud (de Brun et Toomre (2002)).

Il est dès lors assez naturel de penser que le modèle standard de Babcock-Leighton avec une simple cellule par hémisphère occupant toute la zone convective de manière très symétrique est probablement trop simplifié. Le comportement du cycle magnétique est très susceptible d'être modifié par une telle complexité du flot et c'est ce que nous nous sommes proposés d'étudier dans les travaux présentés dans les paragraphes suivants.

#### 4.2.2 Rappel des résultats dans les cas à plusieurs cellules en latitude

De précédentes études ont été conduites dans le but de comprendre l'influence de circulations méridiennes multicellulaires dans des modèles de dynamo 2D axisymétrique. Dans leur article, Dikpati et al. (2004) cherchent à expliquer les particularités du cycle 23 grâce à un modèle de Babcock-Leighton calibré dans lequel ils ont fait varier le profil de circulation méridienne. Les particularités du cycle 23 résident dans le fait que le renversement du champ polaire a été très lent, que l'établissement du nouveau champ magnétique aux pôles a été également très lent et qu'enfin le champ au pôle Sud a changé de polarité environ 1 an après le champ au pôle Nord. Comme nous l'avons dit précédemment, les observations de Haber et al. (2002) durant ce cycle ont montré l'apparition d'une cellule méridienne orientée vers l'équateur à la surface et qui a persisté durant 3 années. Dikpati et al. (2004) se sont inspirés de

cette observation pour introduire dans leur modèle classique de Babcock-Leighton à une cellule par hémisphère, une contre-cellule provisoire dans l'hémisphère Nord. Leur résultats ont montré que l'ajout d'une contre-cellule avait pour effet d'accélérer le cycle magnétique puisque le *parcours advectif* s'en est vu modifié. Ainsi, ils ont pu retrouver l'asymétrie Nord-Sud qui a été observé durant ce cycle particulier, à savoir que le champ magnétique au Sud, qui a suivi le parcours advectif classique, a changé de polarité plus lentement que le champ au Nord, où la contre-cellule avait été ajoutée.

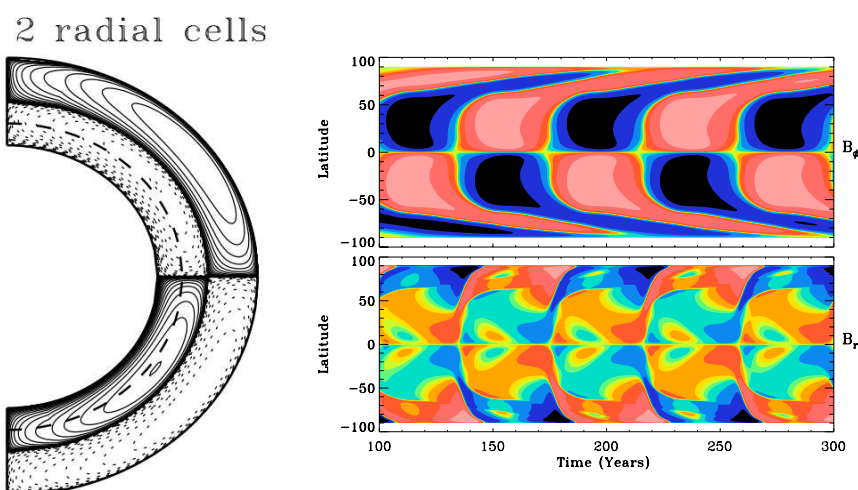
Bonanno et al. (2005) ont également étudié, de manière plus systématique, l'influence d'une circulation méridienne avec 2 cellules en latitude par hémisphère mais dans le cadre de dynamos  $\alpha\Omega$  distribuées. Ils ont montré que la structure de cet écoulement pouvait fortement influencer le lieu de la dynamo dans la zone convective solaire. Par exemple, ils soulignent que dans un cas à 2 cellules en latitude, la génération de champ toroidal se situe à la base de la zone convective au niveau de l'interface entre les 2 cellules.

Aucun calcul n'a toutefois été conduit incluant des circulations méridiennes en rayon. Pourtant à la fois les observations et les modèles de convection sphérique 3D ont montré que de tels profils étaient susceptibles d'être établis dans le Soleil. Nous nous sommes donc intéressés à des structures de flot plus complexe et à leur influence sur le cycle magnétique, dans le cadre de modèles de dynamo 2D champ moyen.

### 4.2.3 Des circulations plus complexes : quel effet sur les caractéristiques du cycle ?

#### L'influence de plusieurs cellules sur un modèle standard calibré à 22 ans.

La première expérience numérique mise en place pour l'étude de ces modèles à circulation méridienne plus complexe a été d'étudier l'influence d'une circulation à 2 cellules en rayon puis à 2 cellules en rayon et en latitude sur le modèle standard à une cellule présenté précédemment.

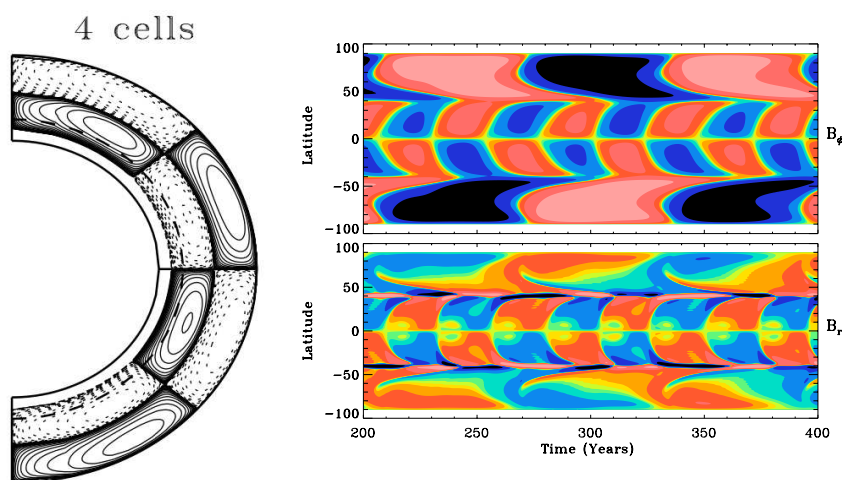


F . 4.4 – Fonction de courant de la circulation méridienne à 2 cellules en rayon et diagramme papillon obtenu avec les mêmes paramètres que le modèle de référence.

La figure 4.4 montre le diagramme papillon obtenu lorsqu'une circulation à 2 cellules en rayon est introduite dans le modèle de référence (i.e. avec les paramètres donnant le cycle de 22 ans dans le modèle à 1 cellule). Nous remarquons directement que la dynamo est toujours cyclique mais que le diagramme papillon est fortement affecté. En effet, la période du cycle est passée de 22 à 85 ans, la branche équatoriale du champ toroidal représentant la migration observée des taches actives n'est plus

présente et le champ radial à la surface est beaucoup plus structuré en éléments de petite échelle et aux polarités opposées. La modification du *parcours advectif* suivi par le champ magnétique est en effet ici fortement modifié et le lien entre la source de champ toroidal (situé surtout à la base de la zone convective) et la source de champ poloidal (à la surface) n'est plus aussi directe. Ainsi, la régénération d'une des composantes du champ magnétique à partir de l'autre se fait plus lentement et le cycle voit donc sa période diminuer. L'ajout d'une cellule de circulation supplémentaire en rayon a donc pour effet de ralentir le cycle, contrairement à l'ajout d'une cellule en latitude. De plus, la présence dans ce modèle d'une vitesse dirigée vers les pôles à la base de la zone convective explique l'absence de branche équatoriale dans le champ toroidal et au contraire l'apparition d'une branche polaire très persistante comme on le voit sur le diagramme papillon.

Dans ce modèle, la dépendance de la période du cycle par rapport à l'amplitude de la circulation méridienne est augmentée par rapport au modèle à 1 cellule, puisqu'on a ici  $T \propto v_0^{-0.93}$ . Encore une fois, cet aspect du modèle est peu satisfaisant car la période du cycle serait donc susceptible d'être assez peu robuste aux importantes variations observées de l'amplitude de la vitesse.



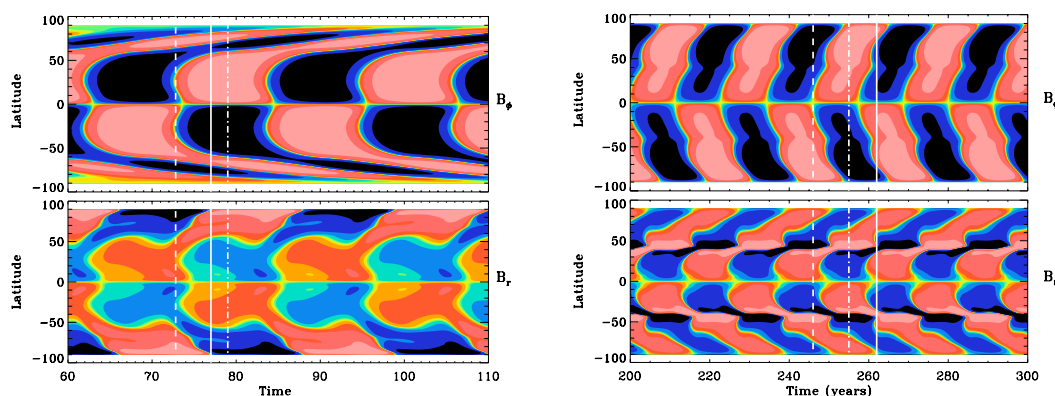
F . 4.5 – Fonction de courant de la circulation méridienne à 2 cellules en rayon et 2 en latitude et diagramme papillon obtenu avec les mêmes paramètres que le modèle de référence.

La figure 4.5 montre quant à elle la fonction de courant de la circulation utilisée dans le modèle à 4 cellules par hémisphère, 2 en rayon et 2 en latitude, ainsi que le diagramme papillon associé. Dans ce cas, l'influence d'un écoulement méridien complexe est encore plus flagrant que précédemment puisque ici, 2 cycles magnétiques de période différente coexistent. Encore une fois, pour les 2 cycles, la période est augmentée par rapport au modèle de référence. En effet, elle est d'environ 45 ans pour le cycle près de l'équateur et atteint la valeur de 124 ans à hautes latitudes ! La présence des cellules en rayon semble donc avoir plus influencé le cycle magnétique que la présence de plusieurs cellules en latitude. Le champ radial a quant à lui encore une fois une structure très complexe multipolaire où la présence du double cycle est aussi visible.

Dans ce modèle par contre, la dépendance de la période par rapport à l'amplitude de la circulation est fortement réduite, on a maintenant  $T \propto v_0^{-0.35}$ . Ceci constitue donc une caractéristique intéressante de ce modèle, même si le diagramme papillon a perdu la plupart des structures conformes au diagramme papillon observationnel, tel que la branche équatoriale du champ toroidal...

### Peut-on retrouver une période de 22 ans ?

Ces premières expériences numériques nous ont permis d'identifier les effets d'une circulation méridienne plus complexe sur un modèle de dynamo de Babcock-Leighton standard. Mais la vraie question n'est-elle pas de savoir si une circulation significativement différente dans sa structure de l'unique cellule par hémisphère est susceptible d'exister dans le Soleil ? Nous avons donc cherché, dans cette deuxième série d'expériences numériques, à reproduire un cycle de 22 ans et une configuration dipolaire du champ tout en conservant des valeurs de paramètres réalistes pour le Soleil.



F . 4.6 – Diagrammes papillon obtenus pour les modèles à 2 cellules en rayon et 2 en rayon et 2 en latitude, donnant une période du cycle d'approximativement 22 ans.

Les études de sensibilité de la période aux différents paramètres d'entrée du modèle (diffusivité magnétique, amplitude de la circulation méridienne et intensité du terme source de BL), nous montrent que l'augmentation à la fois de la diffusivité et de l'amplitude de la vitesse tend à accélérer le cycle magnétique. Ainsi, les modèles multicellulaires sont en mesure de reproduire une période de 22 ans, à condition d'augmenter la valeur de ces 2 paramètres. Pour le modèle à 2 cellules en rayon, nous obtenons une période de 22 ans environ, avec une diffusivité magnétique de  $1.5 \times 10^{11} \text{ cm}^2 \cdot \text{s}^{-1}$  et une vitesse de  $3 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$  à la base de la zone convective et à  $45^\circ$ . Le modèle à 4 cellules quant à lui donne une période de 22 ans avec une diffusivité magnétique de  $1.5 \times 10^{11} \text{ cm}^2 \cdot \text{s}^{-1}$  et une amplitude de la vitesse de  $2 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ , qui sont des paramètres réalistes pour le Soleil, dans lequel le profil et la valeur en profondeur de la diffusivité magnétique effective est encore peu connue. Les diagrammes papillon de ces 2 modèles sont représentés figure 4.6. Nous remarquons toutefois que ces modèles ne reproduisent pas fidèlement le diagramme d'évolution des taches solaires observées. En effet, la branche équatoriale du champ toroidal est perdue, le déphasage entre le champ toroidal et le champ poloidal n'est pas conforme aux observations et le maximum du champ magnétique est situé à des latitudes trop élevées. La structure complexe de la circulation méridienne produit donc dans ce type de modèles des modifications dramatiques sur le cycle magnétique et sa période, menant ainsi à des modèles assez éloignés des observations actuelles du Soleil.

Le problème de parité qui apparaissait dans certains modèles de Babcock-Leighton standard à 1 cellule demeure dans les modèles multicellulaires. En effet, le champ toroidal reste antisymétrique par rapport à l'équateur seulement dans une gamme étroite de valeurs pour la diffusivité magnétique et pour l'amplitude de la circulation. Il s'avère même que dans le cas à faible diffusivité magnétique ( $\eta_t = 5 \times 10^{10} \text{ cm}^2 \cdot \text{s}^{-1}$ ), la symétrie quadrupolaire est encore plus facilement excitée dans les cas multicellulaires que dans le cas standard. Le tableau 4.2.3 récapitule ces résultats. La colonne du modèle à 4 cellules montre que quelque soit l'amplitude de la circulation, le mode quadrupolaire (c'est à dire anti-solaire)

	Une cellule		2 cellules radiales		4 cellules	
$v_0$	$C_s^{Cr}(A)$	$C_s^{Cr}(S)$	$C_s^{Cr}(A)$	$C_s^{Cr}(S)$	$C_s^{Cr}(A)$	$C_s^{Cr}(S)$
643	<b>1.88</b>	1.92	<b>0.84</b>	0.85	1.16	<b>1.01</b>
785	<b>2.34</b>	2.37	1.05	<b>1.04</b>	1.19	<b>1.05</b>
1000	3.07	<b>3.05</b>	1.40	<b>1.35</b>	1.55	<b>1.38</b>
1500	4.51	<b>4.49</b>	2.50	<b>2.20</b>	3.00	<b>2.73</b>

T . 4.1 – Seuil de la dynamo en terme d'intensité ( $C_s$ ) du terme source de BL, en initialisant le champ magnétique dans une configuration dipolaire (A) ou quadrupolaire (A) pour différentes valeurs de  $v_0$ , pour une valeur de la diffusivité fixée à  $\eta_t = 5 \times 10^{10} \text{ cm}^2 \cdot \text{s}^{-1}$  et pour les 3 configurations de la circulation méridienne. La symétrie la plus facilement excitée est indiquée en gras.

est dominant.

#### 4.2.4 Conclusions

Que pouvons-nous alors tirer comme conclusions de ces modèles 2D sur l'influence de la circulation méridienne ? Nous avons vu qu'en restant dans une gamme de paramètres raisonnables pour ce que l'on connaît actuellement du Soleil, c'est à dire une vitesse méridienne maximale entre 10 et 20  $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$  et une diffusivité magnétique effective autour de  $10^{11} \text{ cm}^2 \cdot \text{s}^{-1}$ , les modèles à circulation méridienne complexe étaient en mesure de reproduire un champ magnétique cyclique évoluant avec une période d'environ 22 ans. Ces modèles maintiennent un champ toroidal antisymétrique par rapport à l'équateur, en accord avec les observations. Toutefois, le diagramme papillon obtenu par ces modèles est très fortement perturbé, en particulier, la branche équatoriale du champ toroidal représentant la migration des régions actives des moyennes latitudes vers l'équateur durant le cycle n'est plus reproduite. De plus, la symétrie dipolaire est très peu robuste aux modifications des paramètres et en particulier, la configuration dominante devient quadrupolaire dès que la vitesse méridienne ou que la conductivité magnétique turbulente dépassent certaines valeurs qui sont tout à fait susceptibles d'être atteintes dans l'intérieur solaire.

Ainsi, plusieurs conclusions s'imposent :

- Soit la circulation est très majoritairement unicellulaire : l'écart à la structure simple du modèle standard est faible et l'apparition de contre-cellules en latitude ou en rayon est brève lors du cycle et/ou confinée dans une petite région de la ZC (par exemple autour des régions actives). L'influence des contre-cellules est dans ce cas-là probablement réduite. Nous devons alors prendre en compte une circulation asymétrique ou dépendante du temps pour être en mesure de quantifier exactement l'influence sur le cycle magnétique.
- Soit la circulation a effectivement une structure complexe persistante durant le cycle et dans ce cas-là, nos calculs montrent que le diagramme papillon obtenu via un modèle de Babcock-Leighton est très différent du diagramme papillon observé. La très forte influence de la structure et l'amplitude l'écoulement méridien dans ces modèles est effectivement préoccupante car comme nous l'avons vu, les observations montrent que les variations temporelles et spatiales de ce flot sont très importantes mais qu'au contraire la période du cycle et le diagramme papillon sont des caractéristiques relativement robustes du champ magnétique solaire.

Il apparaît donc assez clairement que le choix entre ces 2 possibilités ne peut être facilité que par une meilleure détection du flot méridien dans le Soleil. Nous avons vu que cet écoulement était très faible et maintenu par l'équilibre subtil entre divers processus physiques. L'inversion du profil de la circulation

méridienne dans l'intérieur solaire apparaît donc comme un véritable défi pour les techniques modernes d'héliosismologie locale. Seulement lorsque ce flot sera mieux connu dans toute la zone convective pourrons-nous apprécier son importance dans les mécanismes globaux de régénération du champ magnétique dans notre étoile.

---

# **On the role of meridional flows in flux transport dynamo models**

L. Jouve & A.S. Brun

Astronomy and Astrophysics, 2007, Vol. 474, pp. 239-250

# On the role of meridional flows in flux transport dynamo models

L. Jouve and A. S. Brun

Laboratoire AIM, CEA/DSM-CNRS-Université Paris Diderot, DAPNIA/SAp, 91191 Gif-sur-Yvette Cedex, France  
e-mail: l.jouve@cea.fr

Received 9 January 2007 / Accepted 5 June 2007

## ABSTRACT

**Context.** The Sun is a magnetic star whose magnetism and cyclic activity is linked to the existence of an internal dynamo.

**Aims.** We aim to understand the establishment of the solar magnetic 22-yr cycle, its associated butterfly diagram and field parity selection through numerical simulations of the solar global dynamo. Inspired by recent observations and 3D simulations that both exhibit multicellular flows in the solar convection zone, we seek to characterise the influence of various profiles of circulation on the behaviour of solar mean-field dynamo models. We focus our study on a number of specific points: the role played by these flows in setting the cycle period and the shape of the butterfly diagram and their influence on the magnetic field parity selection, namely the field parity switching from an antisymmetric, dipolar field configuration to a symmetric, mostly quadrupolar one, that has been discussed by several authors in the recent literature.

**Methods.** We are using 2D mean field flux transport Babcock-Leighton numerical models in which we test several types of meridional flows: 1 large single cell, 2 cells in radius and 4 cells per hemisphere.

**Results.** We confirm that adding cells in latitude tends to speed up the dynamo cycle whereas adding cells in radius more than triples the period. We find that the cycle period in the four cells model is less sensitive to the flow speed than in the other simpler meridional circulation profiles studied. Moreover, our studies show that adding cells in radius or in latitude seems to favour the parity switching to a quadrupolar solution.

**Conclusions.** According to our numerical models, the observed 22-yr cycle and dipolar parity is easily reproduced by models including multicellular meridional flows. On the contrary, the resulting butterfly diagram and phase relationship between the toroidal and poloidal fields are affected to a point where it is unlikely that such multicellular meridional flows persist for a long period of time inside the Sun, without having to reconsider the model itself.

**Key words.** Sun: magnetic fields – Sun: activity – Sun: interior – methods: numerical

## 1. Introduction

The Sun possesses striking magnetic and dynamical properties, such as its turbulent convective envelope, large-scale surface differential rotation, 22-yr cycle of magnetic activity, butterfly diagram of sunspot emergence, hot corona, etc. (Stix 2002). Understanding how the physical processes operating in the solar turbulent plasma nonlinearly interact to yield this wide range of dynamical phenomena is very challenging. One successful and powerful approach is to rely on multi-dimensional magnetohydrodynamics (MHD) numerical simulations. Today, despite tremendous advances in building powerful supercomputers, it is still not possible to compute a fully integrated 3D MHD model of the Sun starting from its core up to its corona. One is thus forced to study individually complementary pieces of the full solar MHD puzzle and to progressively incorporate them in a more nonlinearly coupled model. One important characteristic of the Sun that needs to be understood is the origin of its magnetic activity because it has direct societal impact by impairing satellites, damaging electric power grids, interfering with high frequency radio communications and radars. It is currently believed that the solar magnetism is linked to an internal dynamo (Parker 1955a). More precisely the Sun is the seat of both a small scale and irregular dynamo and a large scale and cyclic dynamo that generate and maintain its magnetic field and lead to the various magnetic phenomena observed at its surface (Parker 1993; Cattaneo & Hughes 2001; Ossendrijver 2003). Developing numerical models of the solar dynamo has thus been a very active

field of research. This has mainly involved two types of numerical experiments:

- kinematic solar dynamo models that solve only the induction equation in its mean field approximation and assume the velocity field as given (Steenbeck & Krause 1969; Roberts 1972; Stix 1976; Moffat 1978; Krause & Radler 1980; see Charbonneau 2005 and Solanki et al. 2006 for recent reviews). These models rely on the parametrization of two important effects that are thought to be at the origin of the solar global dynamo, the  $\alpha$  and  $\Omega$  effects. They provide a useful and fast tool to model the solar 22-yr magnetic cycle and its associated butterfly diagram since no feedback from the Laplace force on the motion is accounted for;
- or dynamical solar dynamo models that solve explicitly the full set of MHD equations (Gilman 1983; Glatzmaier 1985; Cattaneo 1999; Brun et al. 2004). These models self-consistently compute all the physical processes in three dimensions allowing significant progress to be made on the intricate interactions operating in a turbulent magnetized plasma. The cost of 3D models and the large number of degrees of freedom needed to model the whole Sun make it difficult, as of today, to provide quantitative predictions such as the cycle period.

Clearly, both approaches are complementary and are needed to better understand the magnetic solar activity. Since the original ideas of Parker regarding the operation of a hydromagnetic dynamo in the Sun, many articles have been written to improve our



understanding of this subtle physical process. In the late 70's, solar dynamo models were relying on a cylindrical differential rotation profile and an  $\alpha$ -effect linked to non-reflexion symmetric motions within the turbulent and rotating solar convection zone (CZ), the so called  $\alpha - \Omega$  dynamo. In such dynamo models, the product of  $\alpha$  and  $\partial\Omega/\partial r$  must be negative in the northern hemisphere in order to obtain an equatorward butterfly diagram (Yoshimura 1975). However, these distributed  $\alpha - \Omega$  dynamo models have since been discarded for two main reasons: first the inversion in the mid 80's of the internal solar rotation profile (Brown et al. 1989; Thompson et al. 2003) showed a conical differential rotation profile in the convection zone ( $\partial\Omega/\partial r \approx 0$ ) rather than a cylindrical profile. Secondly, it was demonstrated that strong magnetic fields could significantly reduce the efficiency of the  $\alpha$ -effect, in a phenomenon called  $\alpha$ -quenching (Ossendrijver 2003). In a landmark paper, Parker (1993) proposed the segregation of sites of generation of the poloidal field on the one hand with that of the toroidal field in the other hand, in what is now called the *interface dynamo*. He was encouraged by the latest helioseismic inversions which indicated the existence of a swift transition from the differential rotation of the solar convection zone to an inner solid body rotation in the radiative interior, i.e. the tachocline (Spiegel & Zahn 1992). In the late 90's, Charbonneau & Mc Gregor (1997), were the first to incorporate all the ingredients of the modern interface dynamo: a solar-like (conical) differential rotation + a tachocline, a separate site of generation of poloidal field (in the convection zone) vs. the toroidal field (in the tachocline). They showed that with this new solar dynamo model, the 22-yr cycle period, the butterfly diagram, the phase relationship between the poloidal and toroidal fields and the field parity can be reproduced. However, these models do not include meridional circulation (MC). To address this issue, Dikpati & Charbonneau (1999) computed Babcock-Leighton (BL) models (Babcock 1961; Leighton 1969; Choudhuri et al. 1995) with a solar-like  $\Omega$  profile and an unicellular meridional flow. They showed that a solar dynamo model based on this so-called Babcock-Leighton flux transport dynamo could also be successful at reproducing most of the solar global magnetic properties. In this model, the meridional circulation transports the poloidal field from the surface, where it appears through the twisted nature of the solar active regions, to the bottom of the convection zone where it is transformed into a toroidal field in the tachocline. This meridional circulation thus plays a major role in the behaviour of BL flux transport dynamo models. It is then important to understand its origin and structure in the Sun.

An analysis of the governing equations tells us that mean meridional flows arise from a combination of buoyancy forces, Reynolds stresses, latitudinal pressure gradients and Coriolis forces acting on the mean zonal flow (differential rotation) (Miesch 2005). The competition of these physical processes make it difficult to anticipate the meridional flow profile. Inside the solar envelope, this flow is much weaker than the differential rotation, making it relatively difficult to measure. Furthermore, although it can in principle be probed by global helioseismology, its effect on global acoustic waves is weak and difficult to distinguish from rotational and magnetic effects. Thus, we must currently rely on surface measurements and local helioseismology. The  $15 \text{ m s}^{-1}$  poleward flow observed at the surface (Hathaway 1996) has been confirmed by local helioseismology with great accuracy down to  $r/R_\odot = 0.95$  (Haber et al. 2002) and some attempts have been made to probe the MC down to  $r/R_\odot = 0.85$  (Giles et al. 1997; Schou & Bogart 1998; Braun & Fan 1998) but the pattern and localisation of the equatorward return flow is still

not well established. Today, the favoured solar dynamo models are of flux transport type, assuming both a source of poloidal field at the surface (a BL source term) and at the bottom ( $\alpha$ -effect like) (Bonanno et al. 2002; Dikpati et al. 2004; Küker et al. 2001; Chatterjee et al. 2004). In particular, recently these models have been successful at reproducing a series of solar cycle and even to predict the next/starting solar cycle (cycle 24) (Dikpati & Gilman 2006).

In this paper we will follow the kinematic approach, by computing 2D axisymmetric mean field solar dynamo models of the flux transport BL type. We seek to answer the simple following questions: What is the role of meridional flows in setting the solar cycle period and butterfly diagram? Can the presence of multicellular meridional flows lead to variations of the general properties of the solar activity? The motivation behind these questions is that both observational evidence via local helioseismology technics (Haber et al. 2002) and 3D MHD numerical models as described above (Miesch et al. 2000; Brun & Toomre 2002; Brun et al. 2004; Browning et al. 2006) exhibit multicellular flow both in radius and latitude. If such permanent multicellular flow were indeed acting continuously in the Sun, it is likely that it will lead to a different solar global dynamo model since today most models rely on a single monolithic meridional flow to transport poloidal field from the surface down to the tachocline at the base of the solar convection zone.

The paper is organized as follows: in Sect. 2, we present the mean field induction equation and the ingredients of the model, in Sect. 3, we discuss the results of our study, mainly the effect of introducing many meridional cells both in latitude and radius in the model. In Sect. 4 we discuss the influence of the more complex meridional flow in setting the field parity (i.e. either dipolar or quadrupolar) and we conclude in Sect. 5. Finally, the numerical techniques used to solve the induction equation and the boundary conditions introduced to compute the temporal evolution of our solar dynamo models are presented in the appendix.

## 2. Setting the solar dynamo model

### 2.1. Mean field equations

To model the solar dynamo, we use the hydromagnetic induction equation, governing the evolution of the large scale magnetic field  $\mathbf{B}$  in response to advection by a flow field  $\mathbf{v}$  and resistive dissipation.

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = \nabla \times (\mathbf{v} \times \mathbf{B}) - \nabla \times (\eta \nabla \times \mathbf{B})$$

where  $\eta$  is the effective magnetic diffusivity.

Working in spherical coordinates and under the assumption of axisymmetry, we write the total mean magnetic field  $\mathbf{B}$  and the velocity field  $\mathbf{v}$  as:

$$\mathbf{B}(r, \theta, t) = \nabla \times (A_\phi(r, \theta, t) \hat{\mathbf{e}}_\phi) + B_\phi(r, \theta, t) \hat{\mathbf{e}}_\phi$$

$$\mathbf{v}(r, \theta) = \mathbf{v}_p(r, \theta) + r \sin \theta \Omega(r, \theta) \hat{\mathbf{e}}_\phi.$$

Note that our velocity field is time-independant since we will not assume any fluctuations in time of the differential rotation  $\Omega$  or of the meridional circulation  $\mathbf{v}_p$ . Reintroducing this poloidal/toroidal decomposition of the field in the mean induction equation, we get two coupled partial differential equations,

one involving the poloidal potential  $A_\phi$  and the other concerning the toroidal field  $B_\phi$ .

$$\frac{\partial A_\phi}{\partial t} = \frac{\eta}{\eta_t} \left( \nabla^2 - \frac{1}{\varpi^2} \right) A_\phi - R_e \frac{v_p}{\varpi} \cdot \nabla (\varpi A_\phi) + C_s S(r, \theta, B_\phi) \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial B_\phi}{\partial t} = & \frac{\eta}{\eta_t} \left( \nabla^2 - \frac{1}{\varpi^2} \right) B_\phi + \frac{1}{\varpi} \frac{\partial(\varpi B_\phi)}{\partial r'} \frac{\partial(\eta/\eta_t)}{\partial r'} \\ & - R_e \varpi v_p \cdot \nabla \left( \frac{B_\phi}{\varpi} \right) \\ & - R_e B_\phi \nabla \cdot v_p + C_\Omega \varpi (\nabla \times (A_\phi \hat{e}_\phi)) \cdot \nabla \Omega \end{aligned} \quad (2)$$

where  $\varpi = r' \sin \theta$ ,  $\eta_t$  is the turbulent magnetic diffusivity (diffusivity in the convective zone),  $v_p$  the flow in the meridional plane (i.e. the meridional circulation),  $\Omega$  the differential rotation. The break of axisymmetry needed to circumvent Cowling's anti-dynamo theorem comes from the addition of a term  $S(r, \theta, B_\phi)$  in Eq. (1), representing the BL surface source term for poloidal field. In order to write these equations in a dimensionless form, we choose as length scale the solar radius  $R_\odot$  such as  $r' = r/R_\odot$  and as time scale the diffusion time  $R_\odot^2/\eta_t$  based on the envelope diffusivity  $\eta_t$ . This leads to the appearance of three control parameters  $C_\Omega = \Omega_0 R_\odot^2/\eta_t$ ,  $C_s = s_0 R_\odot/\eta_t$  and  $R_e = v_0 R_\odot/\eta_t$  where  $\Omega_0$ ,  $s_0$ ,  $v_0$  are respectively the amplitude of the differential rotation, of the surface source term and of the meridional flow.

Equations (1) and (2) are solved in an annular meridional cut with the colatitude  $\theta \in [0, \pi]$  and the dimensional radius  $r \in [0.6, 1]R_\odot$  i.e. from slightly below the tachocline ( $r = 0.7R_\odot$ ) up to the solar surface, using a finite element method (STELM code) which was validated thanks to an international dynamo benchmark (Jouve et al. 2007, see the appendix for more details on the numerical technique). At  $\theta = 0$  and  $\theta = \pi$  boundaries, both  $A_\phi$  and  $B_\phi$  are set to 0 and at  $r = 0.6R_\odot$ , both  $A_\phi$  and  $B_\phi$  are set to 0. At the upper boundary, we smoothly match our solution to an external potential field, i.e. we have vacuum for  $r \geq R_\odot$ . As initial conditions we are setting a confined dipolar field configuration, i.e. the poloidal field is set to  $\sin \theta/r^2$  in the convective zone and to 0 below the tachocline whereas the toroidal field is set to 0 everywhere.

## 2.2. The physical ingredients

The model “ingredients” are basically those used by Dikpati & Charbonneau (1999). The rotation profile is a representation of that deduced from helioseismic inversions, assuming a solid rotation below  $0.65R_\odot$  and a differential rotation above the interface. With this profile, the radial shear is maximal in the tachocline:

$$\Omega(r, \theta) = \Omega_c + \frac{1}{2} \left( \Omega_{\text{Eq}} + a_2 \cos^2 \theta + a_4 \cos^4 \theta - \Omega_c \right) \times \left[ 1 + \operatorname{erf} \left( 2 \frac{r - r_c}{d_1} \right) \right]$$

with  $\Omega_{\text{Eq}} = 1$ ,  $\Omega_c = 0.93944$ ,  $r_c = 0.7R_\odot$ ,  $d_1 = 0.05R_\odot$ ,  $a_2 = -0.136076$  and  $a_4 = -0.145713$ .

In BL flux transport dynamo models, the poloidal field owes its origin to the twist of the magnetic field emerging at the solar surface. Thus, the source has to be confined in a thin layer just below the surface and as the process is fundamentally non-local, the source term depends on the variation of  $B_\phi$  at the base of the

convection zone. Moreover, a quenching term is introduced to prevent the magnetic energy from growing exponentially:

$$\begin{aligned} S(r, \theta, B_\phi) = & \frac{1}{2} \left[ 1 + \operatorname{erf} \left( \frac{r - r_2}{d_2} \right) \right] \left[ 1 - \operatorname{erf} \left( \frac{r - R_\odot}{d_2} \right) \right] \\ & \times \left[ 1 + \left( \frac{B_\phi(r_c, \theta, t)}{B_0} \right)^2 \right]^{-1} \cos \theta \sin \theta B_\phi(r_c, \theta, t) \end{aligned}$$

where  $r_2 = 0.95R_\odot$ ,  $d_2 = 0.01R_\odot$ ,  $B_0 = 10^5$ .

We assume that the net diffusivity in the envelope  $\eta$  is dominated by its turbulent contribution whereas in the stable zone, the value of the diffusivity has to be much weaker (we have  $\eta_c \ll \eta_t$ ). We smoothly match the two different constant values thanks to an error function which enables us to quickly and continuously transit from  $\eta_c = 10^9 \text{ cm}^2 \text{ s}^{-1}$  to  $\eta_t$  which is a variable parameter in our computations. It gives us the diffusivity function below:

$$\frac{\eta}{\eta_t} = \frac{\eta_c}{\eta_t} + \frac{1}{2} \left[ 1 + \operatorname{erf} \left( 2 \frac{r - r_c}{d_1} \right) \right].$$

We have now set up a detailed model of the global solar dynamo, using the framework of mean field theory. One of the key ingredients of this kind of models is the meridional circulation. We now investigate the influence of complex flows on the solar dynamo and its global properties.

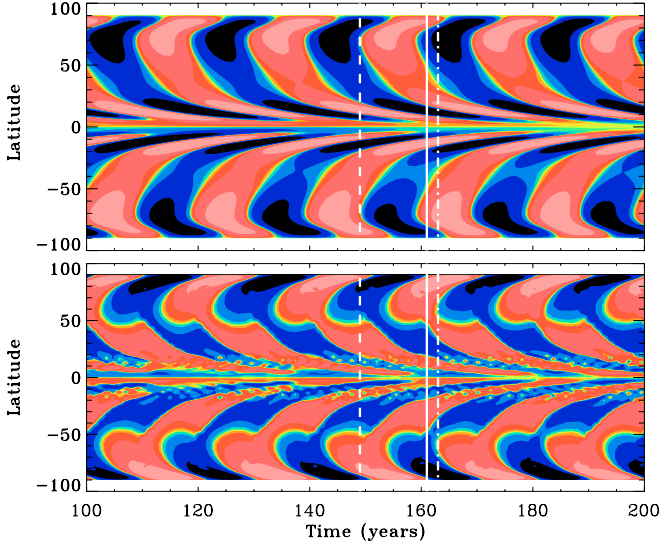
## 3. Influence of meridional circulation on magnetic cycles

### 3.1. Our reference unicellular model

We first compute a model where we assume one large single meridional cell per hemisphere which we will consider as the reference model. The components of the meridional circulation are those used in Van Ballegoijen & Choudhuri (1988) which defines a steady circulation pattern, symmetric with respect to the equator, with a single flow cell per hemisphere directed poleward at the surface and allowed to penetrate a little below the base of the CZ, where it is equatorward. With this typical model, we are able to reproduce several aspects of the solar cycle, notably its period of approximately 20 years, a strong equatorward branch for toroidal field restricted to low latitudes, a phase shift of  $\pi/2$  between the surface polar field and the deep toroidal field, so that the polar field changes its polarity from negative to positive when the toroidal field is positive and maximal in intensity near the equator (Fig. 1). Moreover, the strong equatorward branch for the toroidal field is the signature of the drag of the toroidal field by equatorward MC at the base of the convection zone and thus clearly shows the dominating effect of field advection over diffusion. Indeed, a least square fit indicates that the cycle period  $T$  strongly depends on the meridional flow amplitude, i.e.  $T \propto v_0^{-0.63}$ .

One could wonder why we are seeking to improve and modify the reference model given its relatively good agreements with observations. There are in fact several reasons.

First, a 26-year interval studied by Snodgrass & Dailey (1996) exhibited large temporal variations in the meridional flow amplitude. Indeed they found that even if the latitudinal flow peaked at about  $15 \text{ m s}^{-1}$  in average, MC could achieve amplitudes as large as  $50 \text{ m s}^{-1}$ . Given the strong dependence of the cycle period on the amplitude of the flow (if we triple the velocity amplitude we reduce the period by about one-half), we can thus wonder if a systematic period of about 22 years can be conserved in this context of temporally varying flows. A study



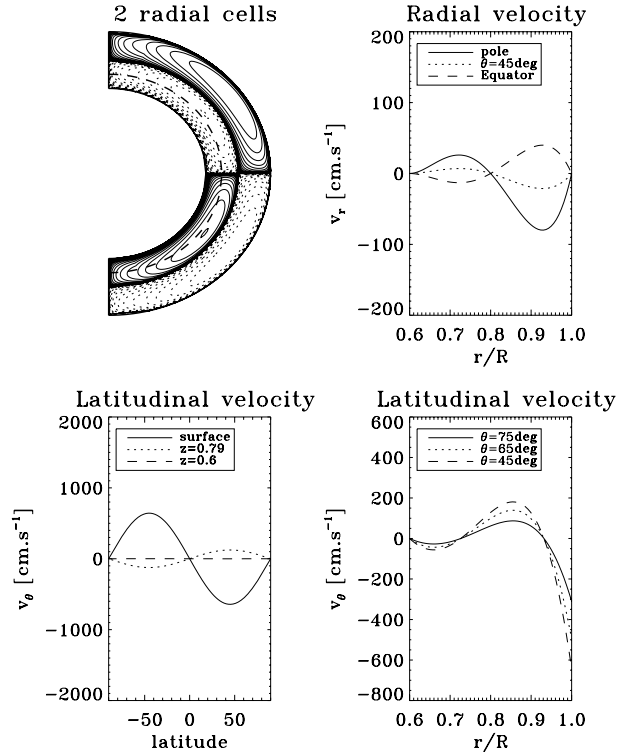
**Fig. 1.** Reference case: butterfly diagram (time-latitude cut at  $r = \text{cst.}$ ) of the unicellular model with  $v_0 = 643 \text{ cm s}^{-1}$ ,  $s_0 = 20 \text{ cm s}^{-1}$  and  $\eta_t = 5 \times 10^{10} \text{ cm}^2 \text{ s}^{-1}$ . The contours of  $B_\phi$  (upper panel) are plotted at the base of the convection zone and  $B_r$  (lower panel) is taken at the surface. Contours are logarithmically spaced with 2 contours covering a decade in field strength and red colours represent positive values of the field. The vertical dashed line corresponds to the epoch of reversal of toroidal field, the plain line correspond to the epoch of reversal of poloidal field at the poles from negative to positive polarity and the dash-dotted line corresponds to the positive maximum of toroidal field near the equator.

of the impact of stochasticity in such BL models (Charbonneau & Dikpati 2000) yet showed that these solar cycle models were quite robust to stochastic variations of the meridional circulation.

Another argument against this type of BL models comes from Dikpati & Charbonneau (1999) who showed that even if the configuration of the toroidal field seems to fit the observations quite well particularly concerning the strong equatorward branch, a relatively strong toroidal field ( $10^3 \text{ G}$ ) is also present at all latitudes. This strong field existing at all latitudes could be significantly decreased by imposing a lower threshold for quenching in the surface source term that would prevent toroidal flux tubes that are too weak in intensity to rise through the CZ and thus participate in the regeneration of the poloidal field (Charbonneau et al. 2005).

Finally, Dikpati & Gilman raised in 2001 a major concern about the BL flux transport model, concerning the symmetry of the magnetic field with respect to the equator. They claim that, in the particular range of parameters they are using to get a solar-like period, the pure BL flux transport model fails to reproduce the persistent antisymmetry of the toroidal field and that whatever the magnetic initial conditions imposed, this model would always end up giving a quadrupolar configuration, which we do not currently observe in the Sun (see Sect. 4).

Thus the single cell pure BL model does not seem fully satisfactory and needs to be improved. Moreover, both observations by Haber et al. (2002) and 3D simulations by Brun et al. (2004) show multiple cells circulation in the CZ and modulation of the MC with magnetic fields. Dikpati et al. (2004) and Bonanno et al. (2005) computed dynamo models including 2 cells in latitude per hemisphere. Dikpati, with a BL source term, found that these additional cells tended to decrease the cycle period and Bonanno, with a distributed  $\alpha$ -effect model, found that the global pattern of the meridional circulation could strongly influence the location of the dynamo action in the advection-dominated



**Fig. 2.** Stream function and components of the meridional flow multiplied by  $v_0 = 643 \text{ cm s}^{-1}$  for the 2 radial cells model.

regime. Consequently, we would like to verify the influence of even more complex multicellular (both in radius and in latitude) meridional flow on the cycle, on the butterfly diagram, on the phase relationship between the poloidal and the toroidal parts of the magnetic field.

### 3.2. Solar dynamo models with additional cells in the meridional circulation

We focus here on two cases, the case with 2 cells in radius and the case with 2 cells in radius and 2 in latitude. We will not deal with the 2 latitudinal cells model, as this was already treated by Dikpati et al. (2004) and Bonanno et al. (2005). The main characteristics of the different cases studied are summarized in Table 1.

To get a multicellular flow, we write the stream function  $\psi$  as a product of Chebyshev polynomials in radius and of Legendre polynomials in latitude. Through the following equations:  $\rho v_r = \frac{1}{z^2} \frac{\partial \psi}{\partial x}$  and  $\rho v_\theta = -\frac{1}{z \sqrt{1-x^2}} \frac{\partial \psi}{\partial z}$ , with  $z = r$ ,  $x = -\cos \theta$  and  $\rho = 1/z$ , which ensure that  $\nabla \cdot (\rho \mathbf{v}) = 0$ , we easily deduce the shape of the meridional flow components from the polynomial stream function.

#### 3.2.1. Case 1: 2 cells in radius per hemisphere

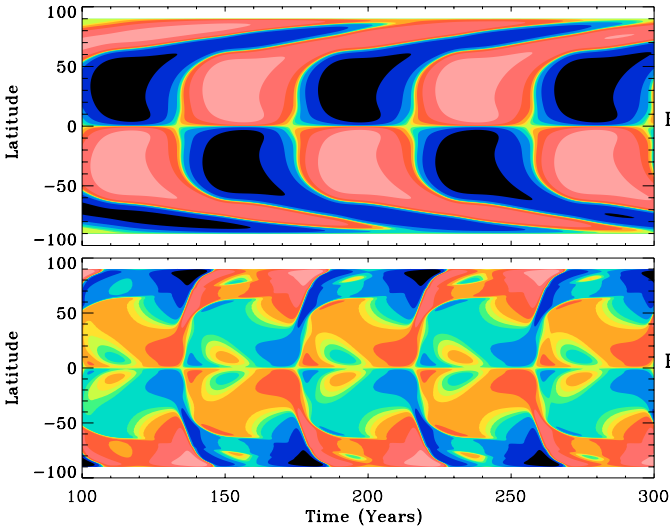
For this case, all the ingredients are kept identical to the reference model but the meridional flow is modified. We set the stream function  $\psi$  to:

$$\psi(x, z) = K_1 z (z - 0.6) (500(z - 0.8)^3 - 20(z - 0.8))(x^3 - x).$$

$K_1$  is a normalization factor, i.e. it is chosen so that  $v_\theta/v_0 = 1$  at the solar surface and at a latitude of  $45^\circ$  (see Fig. 2).

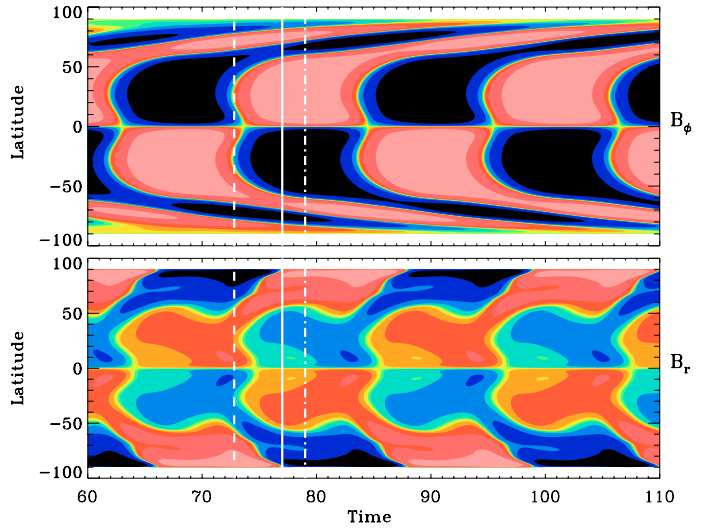
**Table 1.** Summary of the 5 different cases and associated parameters. The last column indicates the period in years for each case.

	Resolution $n_x \times n_z$	Time step	$v_0$ (cm s <sup>-1</sup> )	$\eta_t$ (cm <sup>2</sup> s <sup>-1</sup> )	$s_0$ (cm s <sup>-1</sup> )	Cycle period (yrs)
Reference case	128 <sup>2</sup>	$7.2 \times 10^{-7}$	643	$5.10^{10}$	20	21.8
Case 1a	$256 \times 128$	$4.53 \times 10^{-8}$	643	$5.10^{10}$	20	84.6
Case 1b	$256 \times 128$	$4.53 \times 10^{-8}$	1916	$1.4910^{11}$	20	22.4
Case 2a	$256 \times 128$	$4.53 \times 10^{-8}$	643	$5.10^{10}$	20	44.7
Case 2b	128 <sup>2</sup>	$7.2 \times 10^{-7}$	1071	$1.5 \times 10^{11}$	20	22.4

**Fig. 3.** Case 1a: butterfly diagram (time-latitude cut at  $r = \text{cst.}$ ) of case 1 with  $v_0 = 643 \text{ cm s}^{-1}$ . The format is the same as Fig. 1.

In Fig. 3, we represent the butterfly diagram of case 1 with the parameters used in the reference unicellular model. For this model the cycle lasts 84.6 years, more than 3 times longer. The increase of the period comes from the fact that the magnetic flux is not transported from the surface to the interface as fast as it was in the unicellular model. This is a direct consequence of the presence of a return flow at mid depth. The two source regions (the surface for the poloidal field and the tachocline for the toroidal field) are thus not linked as directly as they were in the reference model. This leads to a slower regeneration of the toroidal field from poloidal field and vice versa.

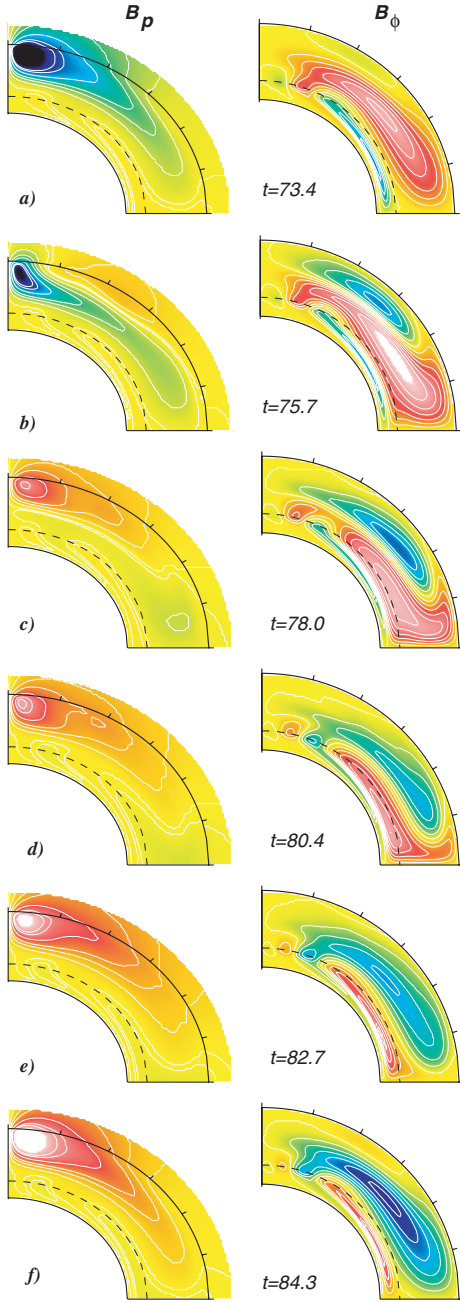
We also see that since the meridional flow is directed poleward at the base of the convective zone, we get a very strong poleward branch for the toroidal field. Moreover, the last panel of Fig. 2 shows that the latitudinal velocity intensity is 3 times higher at mid-depth (where it is equatorward) than at the base of the CZ (where it is poleward). As a consequence, the field is advected 3 times faster to the equator at mid-depth than to the poles at the base of the convection zone and this explains the strong domination over time of the poleward against the equatorward branch seen on the upper panel of Fig. 3. This figure also shows the existence of an equatorward branch between 0 and 30° as requested by observations. A small amount of poloidal field is thus advected towards the equator even though the flow is poleward in this region. This is a direct consequence of the non-locality of our surface source-term. Indeed, at these latitudes and between  $0.73 R_\odot$  and  $0.94 R_\odot$ , the toroidal field is advected toward the equator by the MC flow. Both through advection and diffusion, this equatorward-migrating toroidal structure is transported inward near  $0.7 R_\odot$  and as the poloidal source term is linked to the toroidal field at this radius, the poloidal field ends up drifting

**Fig. 4.** Case 1b: butterfly diagram (time-latitude cut at  $r = \text{cst.}$ ) of case 1b with  $v_0 = 1916 \text{ cm s}^{-1}$  and  $\eta_t = 1.49 \times 10^{11} \text{ cm}^2 \text{ s}^{-1}$ . The format is the same as Fig. 1.

equatorward. This figure also shows the appearance of smaller scale structures in the radial field at the surface. In particular, we note a small equatorward branch (about 80 times less intense than the value near the pole) in a very narrow band around the equator (between  $-20^\circ$  and  $20^\circ$  in latitude) which is of opposite polarity than that of the present cycle. This branch is the remnant of a small amount of field of the preceeding cycle which was driven back up to the surface by the upper cell which creates an upflow at mid-depth near the equator (see the radial velocity profile in Fig. 2).

The dependance of the period of this model on variation of the magnetic Reynolds number and thus of the velocity amplitude is very strong in comparison to the unicellular model. In this case, we have the following dependance for the period:  $T \propto v_0^{-0.93}$ . The strong dependance of the cycle period on the MC amplitude suggests that it would be easy to recover a solar period of about 22 years, only by increasing the amplitude of the meridional flow, keeping the other parameters constant. So the maximum latitudinal velocity  $v_0$  needed to get a 22-yr cycle period keeping  $s_0 = 20 \text{ cm s}^{-1}$ ,  $\eta_t = 5 \times 10^{10} \text{ cm}^2 \text{ s}^{-1}$  would be about  $2500 \text{ cm s}^{-1}$ . However, if we only increase the MC amplitude, we lose the antisymmetry of the toroidal field with respect to the equator observed in the Sun (see Sect. 4). Thus, to keep the correct dipolar parity for this 2 radial cell model, we need to increase both the MC amplitude and the magnetic diffusivity, hence, we get a solar-like parity 22-yr model with the following parameters:  $s_0 = 20 \text{ cm s}^{-1}$ ,  $\eta_t = 1.49 \times 10^{11} \text{ cm}^2 \text{ s}^{-1}$  and  $1916 \text{ cm s}^{-1}$ . In Fig. 4, we represent the butterfly diagram for this 22-yr cycle case which also exhibits the phase relationship between the poloidal and toroidal fields. We maintain the equatorward branch for the toroidal field between 0 and  $30^\circ$ . Moreover,

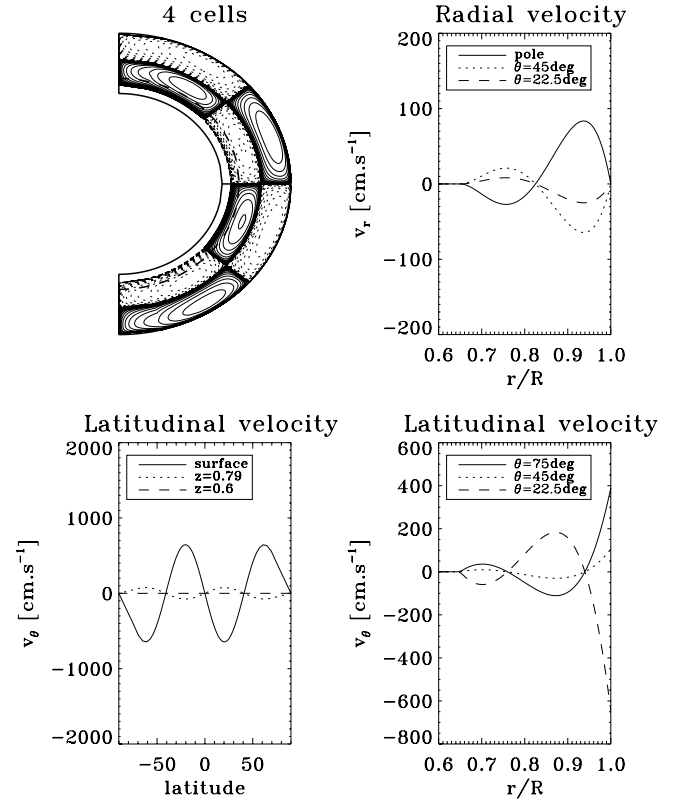




**Fig. 5.** Case 1b: temporal evolution of the poloidal potential (left panel) and the toroidal field contours (right panel) in a meridional plane for case 1 during half a magnetic cycle. The blue contours indicate an anticlockwise orientation for  $B_p$  and a negative orientation for  $B_\phi$  (i.e. the field is directed towards the reader in this case) and the red ones clockwise orientation for  $B_p$  and a positive orientation for  $B_\phi$  (directed away from the reader).

the radial field evolution is smoothened by the increased diffusivity and we thus see much fewer small structures in the lower panel of Fig. 4. We nevertheless note that we keep very strong values for the polar field at the surface, which was also the case for the reference model.

Adding a new cell in radius modifies the magnetic advective path and thus the link between the two source regions (the surface and the base of the convection zone). As a consequence, the time-delay between the reversal of the polar field at the surface and the maximum of toroidal field at the base of the CZ is



**Fig. 6.** Stream function and components of the meridional flow multiplied by  $v_0 = 643 \text{ cm s}^{-1}$  for case 2.

also modified. Indeed, the phase shift between the 2 components of the magnetic field is here about  $\pi/3$ : we observe that as the poloidal field reverses at the pole, the toroidal field has not yet reached its maximum, thus lagging the poloidal field.

In Fig. 5, we show the field evolution in the meridional plane of the 22-year cycle model. We see that the field configuration tends to follow the complex nature of the MC. Indeed, we clearly see that we are in the advection-dominated regime as the major field concentration areas follow the meridional flow streamlines. Figure 2 indicates that we have an upper cell with a poleward flow very concentrated in a thin layer near the surface which we recover on the magnetic patterns especially in panels c and d where a small part of the toroidal field is being advected towards the pole near the surface. Between  $0.73$  and  $0.94 R_\odot$  (i.e. in more than 60% of the CZ), where the flow is equatorward, most toroidal field of a chosen polarity is advected toward the equator and amplified by the latitudinal shear of the poloidal field. As it reaches the equator, it splits in two parts as we see in panel d, one being redirected towards the surface where it will be driven in the direction of the pole by the top of the upper meridional cell and the other part, containing most of the toroidal field, being advected towards the base of the CZ. As the toroidal field reaches the base of the CZ, the poleward flow advects the field towards the pole (panels e and f) where it is amplified by the radial shear of poloidal field which at the same time makes the opposite polarity of the preceeding cycle decay away. We can also see that the poleward branch of the toroidal field of one cycle (cycle  $n$ ) is “pushed” towards the pole both by the field of cycle  $n-1$  and cycle  $n-2$ , all present at the base of the CZ at the same period of time. Panels d, e and f show that the fields of cycle  $n$  and  $n-2$ , of the same polarity, even reconnect with each other at a given time and stay connected during almost half

a magnetic cycle, before being split back by the diverging cells of meridional flow.

We thus see that having many cells in radius impacts significantly BL models. We now turn to studying the coupled effect of having two cells in radius and latitude.

### 3.2.2. Case 2: 2 cells in radius and 2 cells in latitude per hemisphere

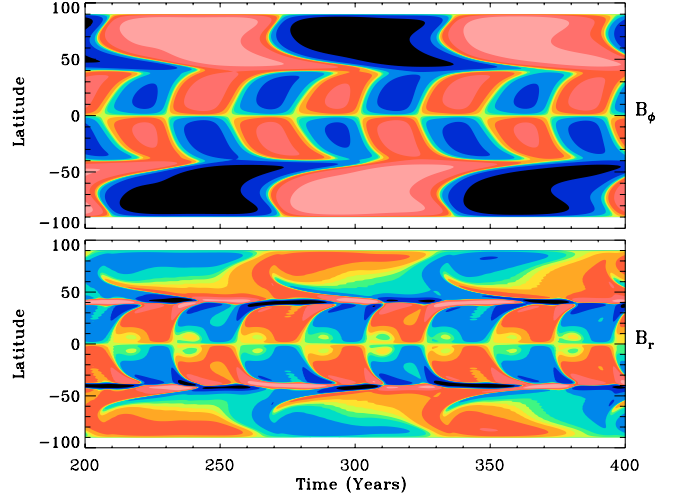
In this model, the stream function  $\psi$  is a product of polynomials of higher order (degree 5 in  $z$  and  $x$ ) that we have to multiply by a function of  $x$  which enables us to choose the relative velocity amplitude in each cell. We set the 2 top cells to the same maximum value which implies that  $\psi$  has the following expression:

$$\psi(x, z) = K_2 z(z - 0.65)(500(z - 0.825)^3 - 500 \times (0.175)^2 \times (z - 0.825)) \times (7x^5 - 10x^3 + 3x) \times (1 - x^2)^{(1/3.75)}$$

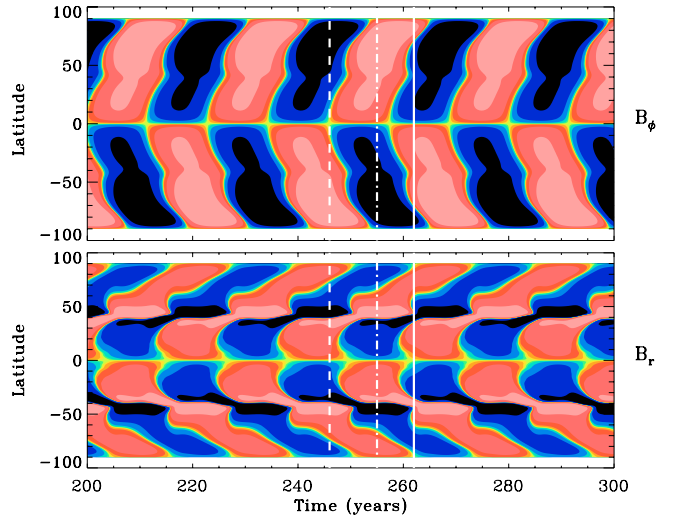
if  $z > 0.65$  and 0 otherwise (see Fig. 6).

For the 4 cells model, the butterfly diagram corresponding to the exact same parameters  $\eta_t$ ,  $s_0$  and  $v_0$  as the unicellular model is shown in Fig. 7. The most obvious property of this model is that it can sustain two magnetic cycles, one near the equator and the other at high latitudes with significantly different periods. In both equator and polar branches, the cycle period is strongly increased, up to 44.7 years near the equator and reaching a period of 124 years at high latitudes. This behaviour is due to the presence of 2 cells in radius which significantly increases the period probably because, as in case 1, the magnetic flux is not transported from the surface to the interface as fast as it was in the unicellular model because a return flow is present at mid depth. However, adding cells in latitude decreases the time for the fluid to travel along the “conveyor belt” for the low-latitude region, hence the flux is transported faster from the surface to the base of the convection zone and thus the regeneration of each component of the magnetic field is faster, as shown by Dikpati et al. (2004). Here, by having cells both in radius and in latitude, we get a cycle faster than the two radial cells case but still slower than the unicellular case. Consequently, the influence of having several radial cells seems to be much stronger than that of adding cells in latitude. We can see on this butterfly diagram that the patterns are quite complex in the time-latitude plane. We clearly see on the toroidal field at the base of the CZ and on the poloidal field at the surface the imprint of the 2 counter-cells at  $45^\circ$ . Once again the magnetic field behaviour strongly depends on the direction of the flow. Indeed, at the base of the CZ, the toroidal field at high latitudes (where the flow is equatorward) is drifting from  $60^\circ$  to  $45^\circ$  where it encounters the counter latitudinal cell. At low latitudes (where the flow is poleward), the field is advected polewards from the equator to the zone of vanishing  $v_\theta$  (i.e. around  $45^\circ$ ). For the radial field, the patterns are also very intricate. We again find the small equatorward branch as in case 1. We also clearly see the generation of new poloidal field structures just above  $50^\circ$  embedded in the structure of opposite polarity. It is then moving down to  $45^\circ$ , meeting a branch of the same polarity coming from the preceeding cycle and from the equator. The main part of the radial field at the surface is then advected towards the pole, creating a significant polar branch in the high-latitudes part. One interesting feature of this model is that the intensity of the polar field is diminished by a factor 10 compared to the unicell model, which could be in better agreement with the solar observations.

We tested the sensitivity of the multicellular model’s characteristics to variations of the physical parameters. Using a least



**Fig. 7.** Case 2a: Butterfly diagram (time-latitude cut at  $r = \text{cst.}$ ) of case 2 with  $v_0 = 643 \text{ cm s}^{-1}$ . The format is the same as Fig. 1.



**Fig. 8.** Case 2b: Butterfly diagram (time-latitude cut at  $r = \text{cst.}$ ) and field phase relation of case 2 with a period close to the solar period.

square fit to get the exponents of each parameter, we note that the dependance of the cycle period at low latitudes on  $s_0$ ,  $v_0$  and  $\eta_t$  is as follows:

$$T \propto s_0^{0.05} v_0^{-0.35} \eta_t^{-0.4}.$$

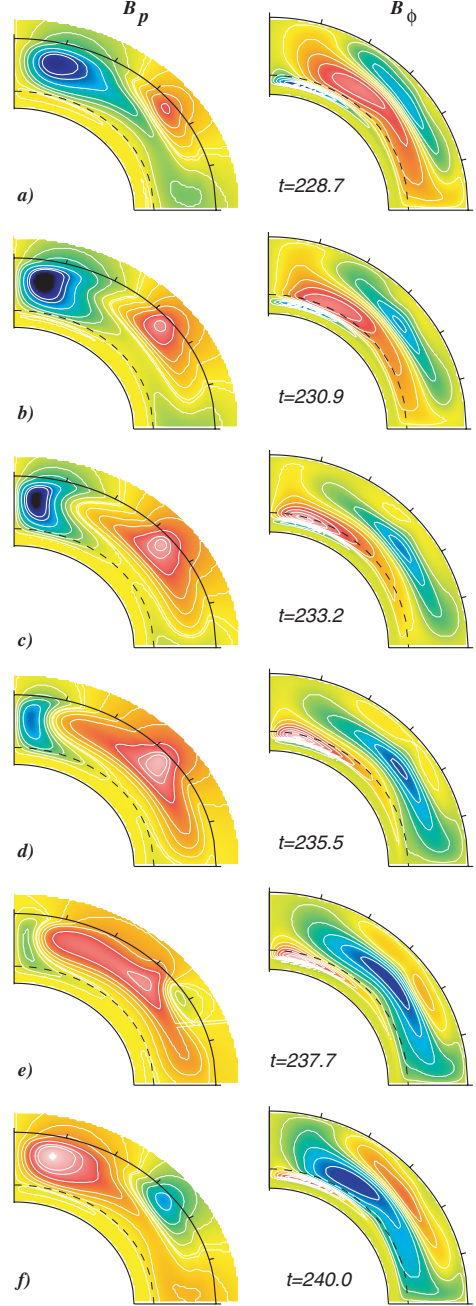
The dependance of the period of this model to a variation of the velocity amplitude is reduced in comparison to the previous models. The cycle period will thus be less disturbed by temporal fluctuations of the MC amplitude, which is a very attractive feature of this model. For any value of  $s_0$ , we expect that an increase in the intensity of the meridional flow enables the field to travel faster along the “conveyor belt” so that both poloidal and toroidal fields head faster towards their reversals. This is why we have a negative dependance of the period on  $v_0$ .

As soon as the Reynolds number becomes too high ( $R_e$  above 800), i.e. when the strength of the meridional flow is increased,  $\eta_t$  remaining constant, a strong polar branch with a longer period is appearing. This property is due to the advection by meridional flow of the magnetic field in the whole convection zone dominated by its poleward component (see below). When the field reaches the base of the CZ, the strong toroidal structure is thus concentrated near the pole, trapped in the slowly moving

meridional cell at high latitudes. As we do not get this feature of two coexisting branches of different periodicity in the Sun, we seek to recover a unique cycle period, taking into account the dependance on parameters. We have seen that it is not sufficient to act on the strength of the meridional circulation to recover the 22-yr cycle period, but as the least square fit shows, turbulent diffusivity plays a crucial role in this multicellular model.

The strong negative dependance of the cycle period on the turbulent magnetic diffusivity is characteristic of the fact that we have multiple cells of meridional flow in each hemisphere. The magnetic field follows the configuration of the meridional flow as long as it is advected by the circulation but the magnetic diffusivity enables the field to cross the strong velocity gradients present at the borders of each cell. Magnetic diffusivity thus provides the field a way to short-circuit the complex “advection path” of this model and to allow for a faster link between one meridional cell and another. As a consequence, if  $\eta_i$  is too low, the poloidal field created at the surface will cross the strong velocity gradients that we have at the borders between the various cells in a much longer time and the classical mechanism of regeneration of toroidal field from this existing poloidal field will be less efficient. Consequently, to obtain a 22-yr cycle period for this model, we have to increase the magnetic diffusivity (without of course losing the advection-dominated regime) to  $1.5 \times 10^{11} \text{ cm}^2 \text{ s}^{-1}$  (so that the magnetic field is enabled to get from one circulation cell to another quickly enough) and in agreement with the least-square fit which indicates a negligible dependance of the period on  $s_0$  and a negative dependance on the velocity amplitude, we keep the source term intensity to  $s_0 = 20 \text{ cm s}^{-1}$ , and slightly increase  $v_0$  to  $1071 \text{ cm s}^{-1}$ . Figure 8 shows the butterfly diagram and the phase relationship between the poloidal and toroidal fields for this 22-yr period case. The first positive result of this model is that no second cycle period appears, we get a unique cycle due to the dynamo action in the whole CZ. Here again, as the link between the 2 source regions of poloidal and toroidal fields is complex, the field relation is not that which we observe in the Sun and it is even more perturbed than in case 1. Indeed, the poloidal field here reverses approximately where the toroidal field of the opposite polarity reverses, meaning that we have a phase shift of about  $\pi$  between the 2 components of the field, with the toroidal field leading the poloidal field. We note that in this case, unlike case 1, the shape of the butterfly diagram is slightly different from that using the parameters of the single cell model. Indeed, increasing the magnetic diffusivity caused the sharp magnetic structures to be smoothed, especially for the radial field in which the small equatorward branch of opposite polarity is not visible anymore and where the branch at  $50^\circ$  drifting to  $45^\circ$  is thicker and smoother.

Figure 9 shows the temporal evolution of the magnetic field in the meridional plane for the same case 2b. The first appearance of a new poloidal field occurs at a latitude of about  $30^\circ$ , created by the BL source term. The creation of poloidal field at such latitudes is a direct consequence of the non-locality of our source term whose latitudinal dependance is linked to the latitudinal dependance of the toroidal field existing at the base of the CZ at the same time. This poloidal field structure is then both slowly dragged towards the  $45^\circ$  latitude by the MC and amplified by the source term which is still active in this region. The poloidal field is here latitudinally sheared to create and amplify toroidal field (see panels a and b). After the reconnection, MC has dragged the field deeper down to regions of both poleward and equatorward flow so the field is located at the particular convergence point between the 4 cells. This inward advection due to the meridional flow configuration at  $45^\circ$  is also acting on the toroidal field to



**Fig. 9.** Case 2b: temporal evolution of the poloidal field lines with its potential extrapolation (*left panel*) and the toroidal field contours (*left panel*) in a meridional plane for case 2 for half a magnetic cycle. The format is identical to Fig. 5.

drive it down to the middle of the CZ and should not be mistaken with diffusive effect. It is really the strongly negative radial velocity at this latitude (see panel 2 of Fig. 6) which advects the field inward to the point of convergence of the 4 cells. We see in panels c, d and e that even if some of the field is advected towards the equator, the north branch is dominant and thus most of the field goes up to the pole, while the older field of opposite polarity is being advected to the base of the CZ. This poloidal field of opposite polarity (the negative field in panels d, e and f is then heading back to the  $45^\circ$  region where it meets another poloidal structure of the same polarity. If we look at the toroidal field, we



see it is created and amplified in the whole convection by the latitudinal shear of the differential rotation. At the same time,  $B_\phi$  is being advected by the flow, first inward to the middle of the CZ and then mainly to the polar regions. It is finally dragged down to the base of the CZ where the field of the preceeding cycle is cancelled by the creation of a new field of opposite polarity. Unlike case 1, the suppression of the field of the preceeding cycle seems thus to be mainly due to the advection of the present  $B_\phi$  (which was created before by the shear in latitude of the poloidal field) than to the radial shear of  $B_p$  in the tachocline. In this case, only cycle  $n$  and  $n - 1$  seem to really interact since the toroidal field of cycle  $n - 2$  has already completely vanished at the bottom of the CZ when  $B_\phi$  of cycle  $n$  is being created in the upper part of the CZ.

This 4 cells model is thus very intriguing for many important solar dynamo properties. The butterfly diagram as well as the field lines evolution during a cycle become very complex, the field phase relationship is not corresponding anymore to the solar observations but the dependance on the MC amplitude is reduced and the strength of the polar field is decreased, which constitute attractive characteristics of the model.

#### 4. Parity selection in multiple meridional cells dynamo models

As we said before, Dikpati & Gilman in 2001 showed that with a set of parameters they found appropriate to give a solar-like solution, their pure BL flux transport model had difficulties reproducing the persistent antisymmetry of the toroidal field we observe in the Sun.

Several solutions were proposed to solve this problem, Dikpati & Gilman (2001) as well as Bonanno et al. (2002) managed to get rid of this field parity drift by imposing an  $\alpha$ -effect at the base of the CZ, thus imposing two spatially separated source terms for the poloidal field. Another solution was proposed by Chatterjee et al. (2004): they keep the regular surface source term of BL type but they impose a small diffusivity ( $2.2 \times 10^8 \text{ cm}^2 \text{ s}^{-1}$ ) in the overshoot layer to prevent the toroidal field from diffusing across the equator and a very large diffusivity ( $2.4 \times 10^{12} \text{ cm}^2 \text{ s}^{-1}$ ) for the poloidal field in the convective zone to allow diffusive coupling of the poloidal field between the two hemispheres.

We now seek to characterise the influence of multicellular flows on parity selection and we consider its sensitivity to variations of different parameters. The results are summarized in Tables 2 and 3.

Computing the critical dynamo numbers (the threshold value of  $C_s$  for which the magnetic energy begins to grow), starting from a dipolar configuration and then from a quadrupolar one, enables us to test the influence of the MC amplitude and of the diffusivity on the parity selection in our various cases. In a relatively low range of MC amplitude ( $v_0 < 1000 \text{ cm s}^{-1}$ ) and at a magnetic diffusivity of  $5 \times 10^{10} \text{ cm}^2 \text{ s}^{-1}$ , dipolar solutions are easily excited in the unicellular case. On the contrary, for the multicellular models, the symmetric parity is already appearing at lower values of  $v_0$ . Indeed, the magnetic field has switched to a quadrupolar parity at  $v_0 = 785 \text{ cm s}^{-1}$  for the two radial cell model and the difference between  $C_s^{\text{Cr}}(\text{A})$  and  $C_s^{\text{Cr}}(\text{S})$  is already very small at  $v_0 = 643 \text{ cm s}^{-1}$  (0.84 compared to 0.85). The 4-cell model always favours the quadrupolar configuration, even for low velocities.

To obtain a smaller  $C_s^{\text{Cr}}$  for the dipolar mode in the multiple cell models, we need to increase the magnetic diffusivity. Indeed,

**Table 2.** Critical values of  $C_s$  starting from a dipole (A) or a quadrupole (S) for various values of  $v_0$  and at  $\eta_t = 5 \times 10^{10} \text{ cm}^2 \text{ s}^{-1}$  for the 3 configurations of meridional circulation. The favoured symmetry (the smallest values of  $C_s$ ) is indicated in bold characters. In the first line the  $C_s^{\text{Cr}}$  for the reference case, case 1a and case 2a are shown.

$v_0$	Single cell		Two radial cells		4 cells	
	$C_s^{\text{Cr}}(\text{A})$	$C_s^{\text{Cr}}(\text{S})$	$C_s^{\text{Cr}}(\text{A})$	$C_s^{\text{Cr}}(\text{S})$	$C_s^{\text{Cr}}(\text{A})$	$C_s^{\text{Cr}}(\text{S})$
643	<b>1.88</b>	1.92	<b>0.84</b>	0.85	1.16	<b>1.01</b>
785	<b>2.34</b>	2.37	1.05	<b>1.04</b>	1.19	<b>1.05</b>
1000	3.07	<b>3.05</b>	1.40	<b>1.35</b>	1.55	<b>1.38</b>
1500	4.51	<b>4.49</b>	2.50	<b>2.20</b>	3.00	<b>2.73</b>

**Table 3.** Critical values of  $C_s$  starting from a dipole (A) or a quadrupole (S) for various values of  $v_0$  and at  $\eta_t = 8 \times 10^{10} \text{ cm}^2 \text{ s}^{-1}$  for the 3 configurations of meridional circulation. The favoured symmetry (the smallest values of  $C_s$ ) is indicated in bold characters.

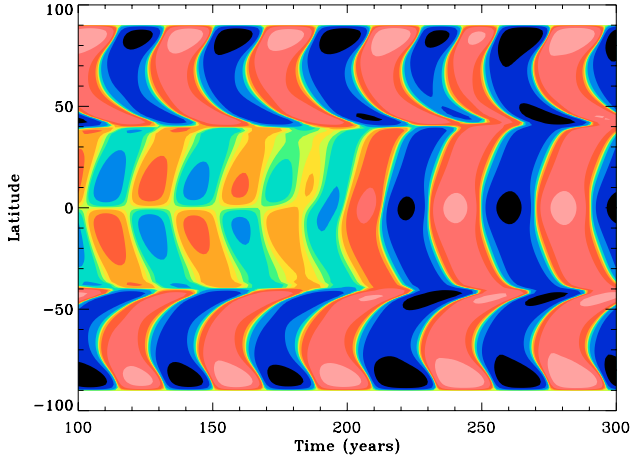
$v_0$	Single cell		Two radial cells		4 cells	
	$C_s^{\text{Cr}}(\text{A})$	$C_s^{\text{Cr}}(\text{S})$	$C_s^{\text{Cr}}(\text{A})$	$C_s^{\text{Cr}}(\text{S})$	$C_s^{\text{Cr}}(\text{A})$	$C_s^{\text{Cr}}(\text{S})$
643	<b>2.72</b>	2.81	<b>0.79</b>	0.85	<b>2.10</b>	2.14
785	<b>2.79</b>	2.95	<b>0.99</b>	1.03	<b>2.11</b>	2.15
1000	<b>2.89</b>	3.08	<b>1.29</b>	1.30	1.80	<b>1.50</b>
1500	<b>4.41</b>	4.43	1.96	<b>1.94</b>	2.12	<b>1.92</b>

for all cases, increasing the diffusivity widens the range for  $v_0$  in which we stay in the dipolar configuration. In case 1, at  $\eta_t = 5 \times 10^{10} \text{ cm}^2 \text{ s}^{-1}$  and  $v_0 = 1000 \text{ cm s}^{-1}$ ,  $C_s^{\text{Cr}} = 1.4$  for the dipole and  $C_s^{\text{Cr}} = 1.35$  for the quadrupole, which explains the drift of parity we observe in this case in Table 2. When we increase the magnetic diffusivity up to  $\eta_t = 8 \times 10^{10} \text{ cm}^2 \text{ s}^{-1}$ , the dipole becomes the most easily excited solution with  $C_s^{\text{Cr}}(\text{dipole}) = 1.29$  and  $C_s^{\text{Cr}}(\text{quadrupole}) = 1.3$ . In the same way, the systematic parity switching in the 4-cell model disappear when we go from  $\eta_t = 5 \times 10^{10} \text{ cm}^2 \text{ s}^{-1}$  to  $\eta_t = 8 \times 10^{10} \text{ cm}^2 \text{ s}^{-1}$  and for example at  $v_0 = 785 \text{ cm s}^{-1}$ , the solar symmetry is favoured. We thus confirm the work of Chatterjee et al. (2004) which shows that increasing the diffusivity in the convection zone, thus allowing diffusive coupling of the poloidal field between the two hemispheres improves the parity conservation.

However, as soon as we increase the amplitude of the velocity field via an increase of the MC amplitude, we recover the parity drift from a dipolar to a quadrupolar configuration, the quadrupole becomes the easiest solution to excite. Figure 10 shows a typical representation of a parity shift in the case of 4 cells of meridional circulation per hemisphere: the toroidal field at the base of the CZ is switching from an antisymmetric configuration with respect to the equator to a symmetric one. As Dikpati & Gilman (2001) showed, it is the connection at the equator of the sufficiently strong poloidal fields of each hemisphere that enables the cancellation of  $B_r$  and the creation of an antisymmetric  $B_\theta$ . The shear of this antisymmetric  $B_\theta$  by differential rotation is then responsible for the creation of antisymmetric toroidal field which we observe in the Sun. Thus it is very likely that increasing the velocity amplitude makes the magnetic field travel faster along the conveyor belt and prevents the poloidal field from staying in the same location enough time to connect with its counterparts in the opposite hemisphere. As a consequence, models with faster flows shift to quadrupolar solution since they prevent these reconnection phenomena.

This particular property of parity selection explains why it is not sufficient to act on the MC amplitude in case 1 to recover a





**Fig. 10.** Zoom on the epoch of parity drift of the toroidal field for the 4-cell model with  $v_0 = 2000 \text{ cm s}^{-1}$ ,  $s_0 = 20 \text{ cm s}^{-1}$  and  $\eta_t = 5 \times 10^{10} \text{ cm}^2 \text{ s}^{-1}$ .

satisfying model with a 22-yr cycle. Indeed, increasing the velocity causes the magnetic field to become symmetric with respect to the equator. On the contrary, we saw that increasing the diffusivity tends to favour dipolar symmetry. As a consequence, cases 1b and 2b, which have relatively strong values of the diffusivity are able to reproduce the field antisymmetry we observe in the Sun, even with significant meridional flow amplitudes. For case 1b, the values of the  $C_s^{\text{crit}}$  are  $C_s^{\text{Cr}}(A) = 2.47$  and  $C_s^{\text{Cr}}(S) = 2.48$  and for case 2b, we get  $C_s^{\text{Cr}}(A) = 3.36$  and  $C_s^{\text{Cr}}(S) = 3.39$ . These cases are thus able to sustain a 22-yr cycle period without drifting from a dipolar to a quadrupolar configuration.

## 5. Conclusion and perspectives

In this paper, we have discussed 2D BL flux transport type solar dynamo models with various profiles of meridional flows.

We have first tested the influence of introducing the parameters giving a solar-like solution in the reference unicellular case in the multicellular models. These cases, denoted 1a and 2a, show that the presence of a multicellular circulation has a strong perturbing impact on the behaviour of solar dynamo models. Adding cells in radius (case 1a) leads to a complex advective path and thus causes the cycle period to be more than tripled compared to the reference case (the cycle is here of 84.6 years instead of 22 years in the reference model) and in this case, a strong poleward branch appears on the butterfly diagram, due to the poleward advection by the MC at the base of the CZ. The radial field at the surface seems to show very fine and small structures during its whole cyclic evolution. In this model, we notice that the cycle period is moreover strongly linked to the amplitude of the meridional flow, which indicates that the cycle will be significantly sensitive to the observed fluctuations in the MC amplitude. In the 4-cell model (case 2a), the most obvious property is that we seem to get two magnetic cycles, with different periods, both longer than in the reference case (44.7 years near the equator and 124 years near the poles). Moreover, the phase relationship between the poloidal and toroidal parts of the field does not match the solar observations anymore. However, unlike case 1a, the dependence on the amplitude of the MC is reduced, which could make the model and thus the cyclic activity more robust and less sensitive to temporal fluctuations observed in the Sun.

The set of parameters were in these cases clearly not adapted to recover a 22-yr cycle period, we thus modified the appropriate parameters to get a solar-like solution. Relying on the least-square fits, cases 1b and 2b were thus computed with higher diffusivities and higher MC amplitudes and a 22-yr cycle was indeed recovered. It should be noted that we stay in these cases in realistic values for both magnetic diffusivity and MC amplitude and that our models are still all dominated by advection, as shown on the evolutions of the field lines in the meridional plane. For these cases, we note that the butterfly diagrams are smoothed out probably thanks to the increase of magnetic diffusivity, the small structures visible on the radial field on cases 1a and 2a vanish, we thus seem to obtain a globally less perturbed behaviour for these models. In case 2b, we moreover decrease the intensity of the polar surface field, which is in better agreement with observations. But we still obtain properties such as the phase relationship between the poloidal and toroidal parts of the field that are not that which we observe in the Sun. Since parity selection is one of the major concerns in BL flux transport dynamo models, we focus in Sect. 4 on the parity issue in these models. We show that adding cells both in radius and in latitude seems to favour the quadrupolar parity, which we do not observe in the Sun. However, if the magnetic diffusivity is sufficiently high, we get diffusive coupling of the poloidal field across the equator and thus the dipolar parity conservation is improved. On the contrary, if the MC amplitude is increased, the major trend of all cases is to switch from a dipolar to a quadrupolar magnetic field configuration. We can nevertheless recover cases with complex meridional flow with a 22-yr cycle period and a favoured dipolar parity, staying in realistic values of both MC amplitude and magnetic diffusivity, this is the case for models 1b and 2b.

As far as the meridional flow amplitude is concerned, we shall note that our relatively small velocities at the solar surface are related to the small stratification we have in our models (our density is proportional to  $1/r$ ) which implies a small velocity contrast between the surface and the bottom of the convection zone. Indeed, the density profile used by Dikpati & Charbonneau (1999) was proportional to  $\sqrt{R_\odot/r - 1}$  which has a strong variation in radius especially near the surface. Thus, the most important velocity amplitude (that at the base of the CZ, which advects the strong toroidal field created by differential rotation) can be identical with very different velocities at the surface in these two models using different density profiles. We also note that since there was a factor 2 between  $v_0$  and  $\max(v_\theta)$  in the work of Dikpati & Charbonneau (1999), a direct comparison with our work (where  $v_0 = \max(v_\theta)$ ) is not straightforward.

Even if cases 1b and 2b seem to allow a 22-yr cycle combined with persistent solar-like dipolar parity and a smooth cyclic butterfly diagram, we show that introducing a complex MC in our models has a strong perturbing impact, for example on the phase relationship between the poloidal and toroidal parts of the magnetic field which does not correspond to the solar observations. We are thus heading to the hypothesis that the BL mechanism may not be the only source of poloidal field in the solar dynamo cycle, especially if the Sun happens to show a persistent multicellular meridional flow which seems to be quite destructive for several solar cycle features in the pure BL flux-transport framework. Of course we now need to check the influence of a less monolithic meridional flow structure, with extra cells more concentrated in a particular area of the CZ and varying in time since the position and strength of each meridional cell seem to influence quite significantly the global properties of the solar dynamo.

It is thus now a real challenge for local helioseismology to probe the Sun deeper to give better constraints on the meridional flow in the convection zone.

**Acknowledgements.** We wish to thank Paul Charbonneau (Université de Montréal) for the original version of the numerical code. We also gratefully acknowledge useful discussions with Mausumi Dikpati (HAO/NCAR) and thank her for giving us precious advice.

## Appendix A: Numerical approach

To solve the equations, we use a code adapted by P. Charbonneau and T. Emonet from Finite Element Analysis by D.S. Burnett (1987). This code enables us to solve a general partial differential equation (PDE) using a finite element method in space and a third order scheme in time. We adapted it to problems such as  $\alpha^2 - \Omega$ , flux transport or multicellular flux transport solar dynamos and we implemented new boundary conditions (radial or potential field at the top) and initial conditions.

### A.1. Spatial method

The finite element method is a very efficient way to obtain approximate solutions to linear or non linear PDEs in any kind of geometry. Our code STELEM (STellar ELEMENTS) solves Eqs. (1) and (2) with this method, ie seeking the approximate solutions  $\tilde{A}_\phi$  and  $\tilde{B}_\phi$  as linear combinations of trial functions  $\psi_i$  (to be more specific these trial functions are Lagrange polynomials of degree 1 (linear functions) and serendipity shape functions for second order interpolation (quadratic functions), depending on the complexity of our equations).

$$\tilde{A}_\phi(r, \theta, t) = \sum_{i=0}^N a_i(t) \psi_i(r, \theta)$$

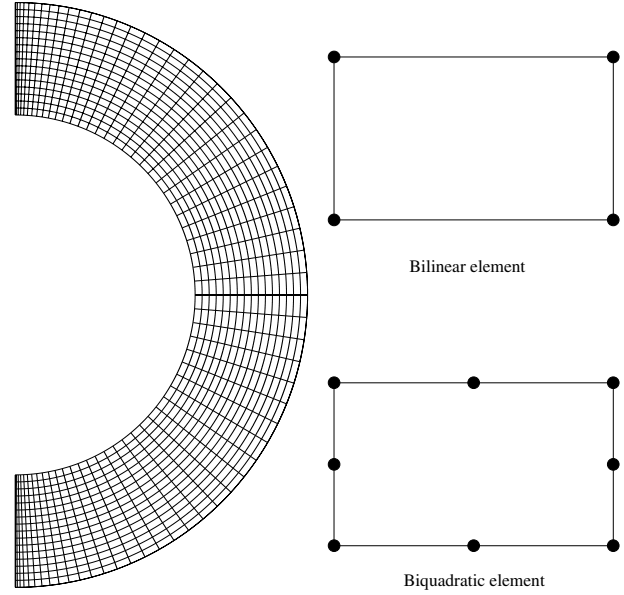
$$\tilde{B}_\phi(r, \theta, t) = \sum_{i=0}^N b_i(t) \psi_i(r, \theta).$$

The main steps of the method are the following:

- Our domain (the annular meridional cut) is divided into smaller regions called *elements*. In our case, they are straight-sided quadrilaterals when we use first order Lagrange polynomials, with a node at each corner of the quadrilateral and with a node at each corner and one extra node per side and without any interior node if we use second order interpolation (see Fig. A.1).
- In each element, the PDEs are transformed into ordinary differential equations (ODE) in time involving the coefficients  $a_i(t)$  and  $b_i(t)$  of the linear combinations.
- The terms in the element equations are numerically evaluated for each element in the mesh. The resulting numbers are assembled into a much larger set of equations called the system equations.
- The boundary conditions are taken into account. They can be of Dirichlet type (we impose the value of the function at the boundary) or of Neumann type (we impose the normal derivative of the function at the boundary). In particular for the potential extrapolation, we proceed as the following, we were largely inspired by the procedure of Dikpati & Choudhuri 1994.

The top boundary condition is that we have to match smoothly our magnetic field  $\mathbf{B}(r, \theta, t)$  to a field satisfying the free space equation:

$$\nabla \times \mathbf{B}(r, \theta, t) = 0.$$



**Fig. A.1.** Sketch of the quadrilateral mesh we are using in the meridional plane, uniformly spaced in  $r$  and more accurate in the polar regions. As we work with the variables  $\cos \theta, r$ , we get a rectangular grid in the  $r, \cos \theta$  plane. On the right, we show a zoom on a single rectangular cell with the 4 nodes at each corner in the case of the first order interpolation and with one extra node per side in the case of the second order interpolation. Note that the cells in the quadratic case do not contain any interior node.

As we work in spherical axisymmetric geometry, we write that:

$$\mathbf{B}(r, \theta, t) = \nabla \times (A_\phi(r, \theta, t) \hat{\mathbf{e}}_\phi) + B_\phi(r, \theta, t) \hat{\mathbf{e}}_\phi.$$

And the equation of free space leads to two equations, one concerning  $B_\phi(r, \theta, t)$  and the other one concerning  $A_\phi(r, \theta, t)$ , which are:

$$\frac{\partial(\sin \theta B_\phi)}{\partial \theta} = \frac{\partial(r B_\phi)}{\partial r} = 0$$

$$\left( \nabla^2 - \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \right) A_\phi = 0.$$

As we are dealing with a finite element method, the most convenient and natural procedure is to seek to express these boundary conditions as either Dirichlet or Neumann conditions for  $A_\phi$  and  $B_\phi$ .

Equation for  $B_\phi$  very easily leads to the solution  $B_\phi = C/(r \sin \theta)$ ,  $C$  being a constant. We fix this constant value to 0 so that our top boundary condition on  $B_\phi$  is the homogenous Dirichlet condition:  $B_\phi(R_\odot, \theta, t) = 0$ .

We now have to deal with the more difficult condition on  $A_\phi$ . A general solution to this equation can be written in the form

$$A_\phi(r \geq R_\odot, \theta, t) = \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{a_n(t)}{r^{n+1}} P_n^1(\cos \theta)$$

where  $P_n^1(\cos \theta)$  is the associated Legendre polynomial. We find that truncating the sum at  $N_\theta/2$ , half of the number of grid points in  $\theta$  always result in an error in the projection of less than  $10^{-3}$ . Hence, the coefficients  $a_n(t)$  are the coefficients of the expansion of  $R_\odot^{n+1} A_\phi(R_\odot, \theta, t)$  on the associated Legendre polynomials. Thus, the value of  $a_n(t)$  is calculated

by the scalar product of  $R_\odot^{n+1} A_\phi(R_\odot, \theta, t)$  with  $P_n^1(\cos \theta)$ , divided by the norm of  $P_n$ , leading to:

$$a_n(t) = \frac{R_\odot^{n+1} \int_0^\pi A_\phi(R_\odot, \theta, t) P_n^1(\cos \theta) \sin \theta d\theta}{\int_0^\pi [P_n^1(\cos \theta)]^2 \sin \theta d\theta}.$$

By the variable change  $x = \cos(\theta)$  in the upper integral, we are led to calculate the integral on  $[-1, 1]$  of the product of two smooth functions. Thus we calculate this integral using a Gauss-Chebyshev quadrature formula which uses the weighing functions  $1/\sqrt{1-x^2}$ . The lower integral is the norm of the associated Legendre polynomials, we know that its value is:  $2n(n+1)/(2n+1)$ .

From the coefficients  $a_n(t)$ , we can deduce the derivative of  $A_\phi$  at the solar surface:

$$\frac{\partial A_\phi}{\partial r} \Big|_{r=R_\odot} = - \sum_{n=1}^{N_\theta/2} \frac{(n+1)a_n(t)}{R_\odot^{n+2}} P_n^1(\cos \theta)$$

and from a simple finite difference scheme, we impose a Dirichlet condition on the poloidal potential, calculating the new value of  $A_\phi$  at the surface, using the points of the layer immediately below the surface. It leads to:

$$\begin{aligned} A_\phi(R_\odot, \theta, t) &= A_\phi(R_\odot - \Delta r, \theta, t) + \Delta r \frac{\partial A}{\partial r} \Big|_{r=R_\odot} \\ &= A_\phi(R_\odot - \Delta r, \theta, t) - \Delta r \sum_n \frac{(n+1)a_n(t)}{R_\odot^{n+2}} \\ &\quad \times P_n^1(\cos \theta). \end{aligned} \quad (\text{A.1})$$

Inside the same time step, we have then to recalculate the coefficients  $a_n(t)$  with the new value of  $A_\phi(R_\odot, \theta, t)$  until we get a sufficiently small difference between two successive values of  $A_\phi(R_\odot, \theta, t)$  in order to make the procedure converge, we usually do not need more than 10 iterations to get a convergence with a relative error of  $10^{-3}$ .

- We get a final set of ODEs in time which we solve with a third order scheme we describe below.

## A.2. Temporal scheme

The scheme that we use is adapted from Spalart et al. (1991). We have to solve the following ODE:

$$\frac{\partial A_\phi}{\partial t} = \mathcal{N}(A_\phi)$$

$\mathcal{N}$  being the non linear operator evaluated in the preceeding step (the finite element method).

The three steps of this explicit scheme enable us to get an error as small as  $o(\Delta t^3)$ , the different steps are:

If  $u_n = u(t)$  and  $u_{n+1} = u(t + \Delta t)$ , it leads to:

$$u' = u_n + \Delta t \gamma_1 \mathcal{N}(u_n)$$

$$u'' = u' + \Delta t [\gamma_2 \mathcal{N}(u') + \zeta_1 \mathcal{N}(u_n)]$$

$$u_{n+1} = u'' + \Delta t [\gamma_3 \mathcal{N}(u'') + \zeta_2 \mathcal{N}(u')].$$

The coefficients  $\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3, \zeta_1$  et  $\zeta_2$  are deduced from the Taylor expansion of  $u(t + \Delta t)$  and thus leads to:  $\gamma_1 = 8/15, \gamma_2 = 5/12, \gamma_3 = 3/4, \zeta_1 = -17/60$  and  $\zeta_2 = -5/12$ .

## A.3. Code validation

The STELEM code was validated thanks to an international dynamo benchmark in Jouve et al. (2007).

All data and notes can be found at the address:

<http://www.nordita.dk/~brandenb/tmp/benchmark>

## References

- Babcock, H. W. 1961, *ApJ*, 133, 572  
 Bonanno, A., Elstner, D., Rüdiger, G., & Belvedere, G. 2002, *A&A*, 390, 673  
 Bonanno A., Elstner, D., Belvedere, G. & Rüdiger, G. 2005, *Astron. Nachr.*, 326, 170  
 Braun, D.C., & Fan, Y., 1998, *ApJ*, 508, 105  
 Brown, T. M., Christensen-Dalsgaard, J., Dziembowski, W. A., et al. 1989, *ApJ*, 343, 526  
 Browning, M. K., Miesch, M. S., Brun, A. S., & Toomre, J. 2006, *ApJ*, 648, L157  
 Brun, A. S., & Toomre, J. 2002, *ApJ*, 570, 865  
 Brun, A. S., Miesch, M. S., & Toomre, J. 2004, *ApJ*, 614, 1073  
 Burnett, D. S. 1987, *Finite Element Analysis* (Addison-Wesley)  
 Cattaneo, F. 1999, *ApJ*, 515, L39  
 Cattaneo, F., & Hughes, D. W. 2001, *A&G*, 42, 18  
 Charbonneau, P. 2005, *Living Rev. Solar Phys.*, 2  
 Charbonneau, P., & MacGregor, K. B. 1997, *ApJ*, 486, 502  
 Charbonneau, P., St-Jean, C., & Zacharias, P., 2005, *ApJ*, 619, 613  
 Chatterjee, P., Nandy, D., & Choudhuri, A. R. 2004, *A&A*, 427, 1019  
 Choudhuri, A. R., Schussler, M., & Dikpati, M. 1995, *A&A*, 303, L29  
 Dikpati, M., & Choudhuri, A. R. 1994, *A&A*, 291, 975  
 Dikpati, M., & Charbonneau, P., 1999, *ApJ*, 518, 508  
 Dikpati, M., & Gilman, P. A. 2001, *ApJ*, 559, 428  
 Dikpati, M., & Gilman, P. A. 2006, *ApJ*, 649, 498  
 Dikpati, M., de Toma, G., Gilman, P. A., Arge, C. N., & White, O. R. 2004, *ApJ*, 601, 1136  
 Gilman, P. A. 1983, *ApJs*, 53, 243  
 Giles, P. M., Duvall, T. L. Jr., Scherrer, P. H., & Bogart, R. S. 1997, *Nature*, 390, 52  
 Glatzmaier, G. A. 1987, *The Internal Solar Angular Velocity*, ed. B. R. Durney, & S. Sofia (Dordrecht: D. Reidel), 263  
 Haber, D. A., Hindman, B. W., Toomre, J., Bogart, R. S., & Hill, F. 2002, *BAAS*, 34, 645  
 Hathaway, D., et al. 1996, *ApJ*, 460, 1027  
 Jouve, L., Brun, A. S., Arlt, R., et al. 2007, *A&A*, submitted  
 Krause, F., & Raedler, K. H., *Mean Field Magnetohydrodynamics and Dynamo Theory* (Oxford: Pergamon Press)  
 Küker, M., Rüdiger, G., & Schultz, M. 2001, *A&A*, 374, 301  
 Leighton, R. B. 1969, *ApJ*, 156, 1  
 Miesch, M. S. 2005, *Liv. Rev. Sol. Phys.*, 2, 1  
 Miesch, M. S., Elliott, J. R., Toomre, J., et al. 2000, *ApJ*, 532, 593  
 Moffat, H. K. 1978, *Magnetic field Generation in Electrically Conducting Fluids* (Cambridge University Press)  
 Ossendrijver, M., 2003, *ANS*, 324, 64  
 Parker, E. N., 1955a, *ApJ*, 121, 491  
 Parker, E. N. 1955b, *ApJ*, 122, 293  
 Parker, E. N. 1993, *ApJ*, 408, 707  
 Roberts, P. H. 1972, *Phil. Trans. R. Soc. London*, 272, 663  
 Schou, J., & Bogart, R. S. 1998, *ApJ*, 504, 131  
 Snodgrass, H. B., & Dailey, S. B. 1996, *Sol. Phys.*, 163, 21  
 Solanki, S. K., Inhester, B., & Schuessler, M. 2006, *Rep. Prog. Phys.*, 69, 563  
 Spalart, P. R., Moser, R. D., & Rogers, M. M. 1991, *J. Comput. Phys.*, 96, 297  
 Spiegel, E. A., & Zahn, J.-P. 1992, *A&A*, 265, 106  
 Steenbeck, M., & Krause, F., 1969, *Astron. Nachr.*, 291, 49  
 Stix, M., 1976, *A&A*, 47, 243  
 Stix, M., 2002, *The Sun: an introduction* (Springer)  
 Thompson, M. J., Christensen-Dalsgaard, J., Miesch, M. S., & Toomre, J. 2003, *ARA&A*, 41, 599  
 van Ballegoijen, A. A., & Choudhuri, A. R. 1988, *ApJ*, 333, 965  
 Yoshimura, H. 1975, *ApJ*, 201, 740

## Chapitre 5

# Variabilité solaire, vers une prédiction du cycle ?

### Sommaire

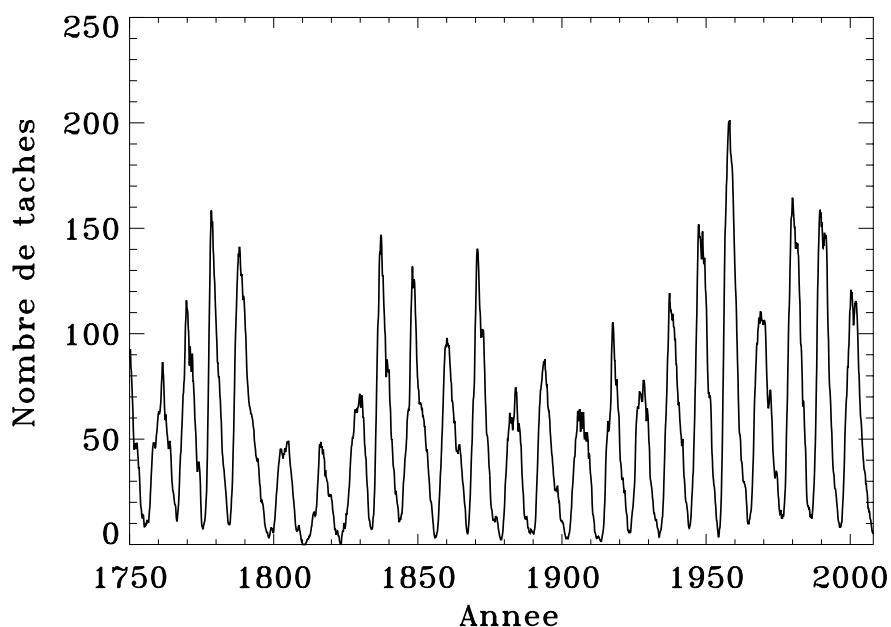
<b>5.1</b>	<b>Variabilité solaire et modulation du cycle</b>	<b>91</b>
5.1.1	Une activité solaire variable	91
5.1.2	Les tentatives de prédiction	93
<b>5.2</b>	<b>L'assimilation de données comme technique de prévision</b>	<b>93</b>
5.2.1	Méthode séquentielle	94
5.2.2	Méthode variationnelle	94
<b>5.3</b>	<b>Application pour un modèle de dynamo <math>\alpha\Omega</math></b>	<b>96</b>
5.3.1	Le modèle numérique direct	96
5.3.2	L'équation d'induction adjointe	98
5.3.3	Le code adjoint	100
5.3.4	Premiers résultats et perspectives	101

## 5.1 Variabilité solaire et modulation du cycle

### 5.1.1 Une activité solaire variable

Malgré une activité cyclique régulière et persistante, le champ magnétique solaire à grandes échelles a fait apparaître des modulations importantes de son amplitude et de sa période depuis que ses manifestations sont observées. La preuve la plus évidente de cette modulation reste aujourd'hui la période de cessation complète d'apparition de taches solaires entre 1650 et 1700, appelée le minimum de Maunder (Eddy 1976). Cet événement est apparu comme faisant partie de l'ensemble des grands minima, périodes de ralentissement de l'activité solaire qui se répètent avec une fréquence d'environ 200 ans (ceux du dernier millénaire sont connus sous le nom de minimum de Wolf (1280-1350), de Sporer (1420-1540), de Maunder (1645-1715) et de Dalton (1795-1825)). Bien d'autres cycles caractéristiques apparaissent lorsque l'on procède à l'étude des observations des taches solaires, comme par exemple le cycle de Gleissberg d'une période d'environ 90 ans. La figure 5.1 montre que le cycle de 11 ans lui-même est en réalité fortement modulé en amplitude et en durée, l'étude des taches solaires depuis le 18ème siècle a en effet révélé des cycles pouvant être réduits à seulement 9 ans (cycle2) ou pouvant atteindre des durées de 14 ans (cycle 4). Ces modulations ne sont pas dues à des problèmes d'observation des taches solaires,

d'autres indicateurs comme le flux radio à 10.7 cm (Tapping 1987), le nombre de facules polaires (Sheeley 1991) ou le relevé des radioisotopes  $^{14}\text{C}$  et  $^{10}\text{Be}$  sur Terre (Beer et al. 1991; Beer 2000) montrent effectivement les mêmes tendances de cycles plus ou moins forts en amplitude et étalés dans le temps.



F . 5.1 – Fluctuations du cycle solaire : reconstruction du nombre de taches solaires mensuelles depuis 1750 grâce aux données du Sunspot Index Data Center (SIDC).

Ainsi, du fait de l'importance de l'activité solaire à l'ère des télécommunications, de la multiplication des satellites ou des missions dans l'espace, il convient de s'intéresser à l'anticipation de ces cycles solaires pour prévoir d'éventuels événements violents sources de problèmes pour les hommes. En effet, les maxima solaires sont des périodes privilégiées de manifestations de phénomènes violents tels que les éruptions solaires. Celles-ci s'accompagnent d'éjections de particules énergétiques (Solar Energetic Particles ou SEP) dans le milieu interstellaire, pouvant atteindre quelques centaines de MeV voire quelques GeV. Lorsqu'elles atteignent la Terre, parfois en quelques heures après l'éruption, ces particules sont détournées par le champ magnétique terrestre vers les pôles où elles peuvent interagir avec l'ionosphère et interférer avec les radio-communications. Mais un impact beaucoup plus important à considérer est celui de ces radiations sur les astronautes en vol, qui ne bénéficient plus de la protection constituée par la couche épaisse d'atmosphère sur Terre. Ainsi, ils sont exposés à de fortes radiations qui peuvent être néfastes pour leur santé, même si les événements à particules assez énergétiques pour être directement mortelles (plus d'une centaine de MeV) restent très rares, surtout en minimum solaire.

De plus, aujourd'hui, la communauté des climatologues prend de plus en plus en considération l'éventuelle influence du cycle solaire sur le climat terrestre (voir Bard et Frank (2006)). A titre d'exemple, le petit âge glaciaire qui s'est manifesté par un climat très froid sur l'Europe du Nord au 17<sup>ème</sup> siècle a été associé au minimum de Maunder, suggérant un lien étroit entre l'activité magnétique et l'activité solaire en général. Il existe toutefois aujourd'hui une controverse sur le rôle réel du Soleil dans l'augmentation de température sur Terre depuis 1970. En effet, la contribution de la variabilité solaire dans cette croissance de température sans précédent est estimée entre 3 et 30% selon les auteurs. Une contribution de 30% correspond au cas extrême où le Soleil est considéré comme le seul responsable de la

variation de température avant l'ère industrielle. Cette hypothèse est vraisemblablement erronée puisque des éléments de preuves ont été apportés dans les années 70 (Hays et al. 1976; Berger 1977) à la théorie de Milankovitch selon laquelle les glaciations successives qu'a subi la Terre seraient dues à des modifications de ses paramètres orbitaux et non à la variation de l'irradiance solaire. Aujourd'hui, nous avons pris conscience que la maîtrise du climat sur Terre devient une préoccupation vitale. Les incertitudes demeurent importantes quant au rôle du Soleil sur les variations climatiques terrestres et tant que sa contribution ne sera pas évaluée avec plus de précision, nous ne pouvons nous permettre de ne pas étudier son impact. Ainsi, la prévision des cycles solaires futurs apparaît nécessaire pour mieux contraindre les modèles climatiques et pour distinguer clairement les causes anthropiques des causes naturelles dans l'augmentation globale actuelle de température sur Terre.

### 5.1.2 Les tentatives de prédiction

Hathaway et al. (1999) ont récapitulé les différentes techniques qui ont été utilisées jusqu'à aujourd'hui pour mieux prévoir les futurs cycles solaires en utilisant les données passées. Ils suggèrent qu'une synthèse des méthodes existantes du type régression, moindres carrés ou encore l'utilisation de précurseurs géomagnétiques serait éventuellement efficace pour une prévision de l'activité future. Ces techniques ne donnent malheureusement pas d'indications sur la dépendance spatiale de l'activité solaire, elles ne déterminent que des propriétés globales telles que le nombre de taches ou la position en temps du pic des cycles. D'autres modèles ont alors été développés, prenant en compte ce que l'on connaît des processus physiques responsables du maintien du champ magnétique à grandes échelles dans le Soleil. Dikpati et Gilman (2006) ont ainsi développé un modèle de dynamo champ moyen de type transport de flux et ont introduit dans leur terme source de champ poloidal la localisation spatiale des taches solaires. Par assimilation des données des taches solaires ou de la circulation méridienne, ils sont parvenus à une prévision concernant le prochain cycle, le cycle 24. Aujourd'hui, les incertitudes persistent concernant ces prévisions car des techniques fondées sur les précurseurs géomagnétiques par exemple prévoient un cycle 24 plus faible (Svalgaard et al. 2005), d'autres modèles fondés sur un modèle de dynamo prévoient pour certains un cycle plus fort (Dikpati et Gilman 2006; Hathaway et Wilson 2004), pour d'autres un cycle plus faible (Choudhuri et al. 2007; Kitiashvili et Kosovichev 2008). L'assimilation de données peut également être utilisée pour prévoir des événements de type éruptifs qui pourraient naître dans les régions actives. En effet, en incorporant dans un modèle physique l'évolution observée de la région active, l'efficacité de la prédiction serait grandement améliorée, des premiers travaux dans ce sens ont été conduits par Bélanger et al. (2007). L'utilisation des techniques d'assimilation de données en physique solaire dans l'esprit de ce que font les météorologistes pour prévoir les conditions climatiques sur Terre apparaît donc très intéressant pour mieux anticiper ce que le Soleil nous réserve et ainsi mieux s'y préparer (voir Brun (2007)).

## 5.2 L'assimilation de données comme technique de prévision

L'assimilation de données a jusqu'à maintenant principalement été appliquée dans le domaine de la météorologie dans le but de prévoir les conditions climatiques en différents points du globe dans un futur proche. Cette technique aujourd'hui très perfectionnée en météo permet d'assimiler des données en plusieurs millions de points de mesure pour les introduire dans des modèles de circulation générale. Ainsi, on obtient une limitation des erreurs de prévision qui peuvent être importantes dans des systèmes aussi complexes et sensibles aux conditions initiales du fait de leurs non-linéarités. L'utilisation de cette technique sous-entend donc l'existence de modèles physiques capables de reproduire ce qu'il se passe sur Terre ou, pour nous, dans les étoiles telles que le Soleil. Les techniques d'assimilation de données sont de

---

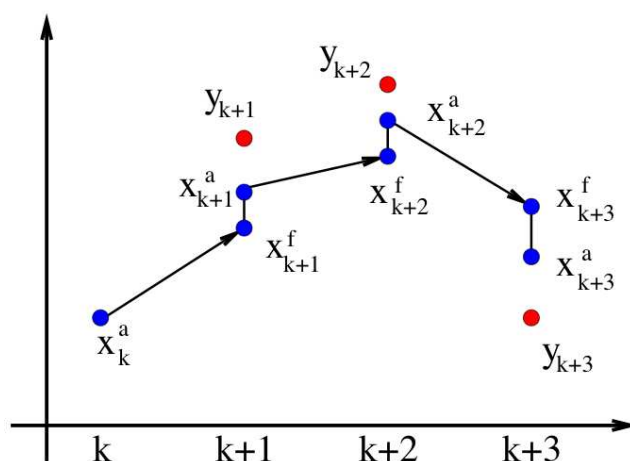
deux types : séquentielle et variationnelle (Talagrand 1997). Nous allons détailler ici leur fonctionnement et leurs avantages l'une par rapport à l'autre.

### 5.2.1 Méthode séquentielle

Dans la méthode séquentielle, les données observées sont introduites dans le modèle numérique à un temps fixé, à chaque fois qu'une observation est disponible. Ainsi, le modèle est recorrecté à chaque fois qu'une donnée est assimilée et on continue l'intégration du modèle en partant de ce nouvel état corrigé. Pour être plus spécifique, soit  $x^f$  l'état du système prévu par le modèle numérique,  $H$  l'opérateur (dit d'observation) permettant de traduire la variable  $x^f$  en terme d'observable et  $y$  la donnée observée alors la nouvelle variable  $x^a$  appelée variable d'analyse s'exprimera de la manière suivante :

$$x^a = x^f + W(y - H(x^f))$$

où  $W$  est un poids déterminé à partir des erreurs statistiques de modélisation et d'observation (Kalnay 2003).



F . 5.2 – Principe de l'assimilation séquentielle, les observations sont représentées par les points rouges  $y_k$ , les valeurs prédites par le modèle  $x^f_k$  et corrigées en bleu  $x^a_k$ . L'axe des abscisses représente l'axe du temps. Tiré de notes de cours de l'ENSTA, M. Bocquet.

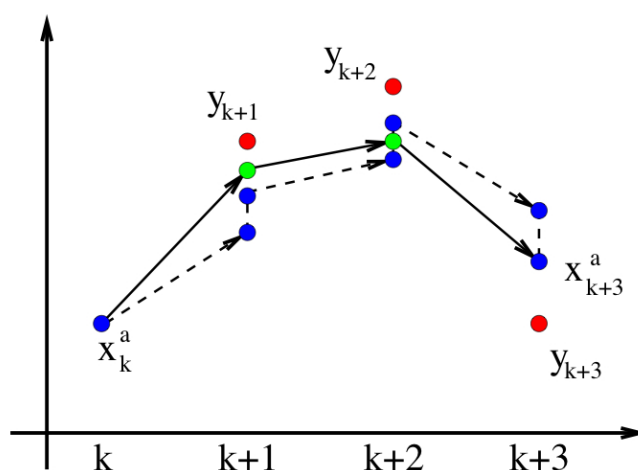
A partir de la nouvelle variable d'analyse  $x^a$ , le modèle peut à nouveau être avancé en temps et une nouvelle observation sera assimilée à un temps ultérieur. Cette méthode amène donc le système, à chaque fois qu'une observation est disponible, dans un état qui n'est en général pas en accord avec sa dynamique. Il faut alors un certain temps au modèle pour se réadapter et rétablir cet accord. Pour que la perturbation par rapport à la dynamique naturelle reste faible, la correction est toujours faite "dans la direction" des observations (voir figure 5.2). Les méthodes d'assimilation séquentielle diffèrent alors selon le degré de cohérence de la correction de la dynamique du modèle, elles sont de type Nudging, Successive Correction, Optimal Interpolation, Kalman Filter,... Au contraire, la méthode que nous allons aborder ci-dessous respecte toujours la dynamique du système, ce qui peut en faire un outil plus intéressant pour l'étude et la prévision de modèles physiques complexes.

### 5.2.2 Méthode variationnelle

La méthode variationnelle, aujourd'hui la plus utilisée dans le domaine de la météorologie ou de l'océanographie, permet d'offrir une alternative efficace en terme de temps de calcul dans la résolution

numérique du problème et une généralisation naturelle à des problèmes non-linéaires. Ce formalisme variationnel est appelé 4D-Var. Dans cette technique, au lieu de remettre à jour le modèle à chaque fois qu'une observation est disponible, une fonction de coût mesurant l'écart entre les sorties du modèle et les observations doit être minimisée sur un certain intervalle de temps où plusieurs observations sont disponibles. La minimisation est atteinte pour une valeur qui sera notre variable d'analyse  $x_a$  (Talagrand 2003). Cette minimisation est faite en utilisant un algorithme itératif. A partir d'une première estimation, à chaque itération de l'algorithme, un meilleur vecteur des variables d'entrée (ou variables de contrôle) est déterminé. La direction de recherche de ce meilleur vecteur est définie par le gradient de la fonction de coût par rapport aux variables d'entrée. Pour déterminer efficacement ce gradient, on doit faire appel au modèle adjoint, permettant d'intégrer le modèle "à rebours" en partant de la fonction de coût finale déterminée par le modèle direct.

Cette méthode est par exemple très efficace lorsque l'on cherche à déterminer le gradient d'une variable de sortie par rapport à un grand nombre de variable d'entrées. On peut s'intéresser à la sensibilité d'une sortie du modèle qui n'a pas été bien prédite par rapport à tous les paramètres d'entrée, permettant ainsi d'identifier le ou les variables responsables de cette mauvaise prédiction. Le modèle adjoint permet aussi de déterminer un ensemble de paramètres d'entrée qui vont correspondre à des valeurs données des variables de sortie, c'est typiquement le cas de l'assimilation de données où l'on cherche à minimiser la différence entre l'observation et la prédiction.



F . 5.3 – Principe de l'assimilation variationnelle comparée à l'assimilation séquentielle. Les points verts représentent les valeurs obtenues par assimilation variationnelle, i.e. en minimisant une fonction de coût mesurant l'écart entre les observations et les valeurs prédites par le modèle. Tiré de notes de cours de l'ENSTA, M. Bocquet.

Entrons à présent un peu plus dans les détails de la méthode adjointe pour comprendre comment celle-ci permet simplement de calculer le gradient de la fonction de coût par rapport à tous les paramètres d'entrée (voir Talagrand (1991)) :

Considérons une composée d'opérations  $G = G_l \odot G_{l-1} \odot \dots \odot G_2 \odot G_1$  (où  $G$  est une fonction différentiable) permettant de déterminer à partir d'un ensemble  $u = (u_1, u_2, u_3, \dots, u_{n-1}, u_n)$  de variables d'entrée un ensemble  $v = (v_1, v_2, v_3, \dots, v_{m-1}, v_m)$  de variables de sortie. Cette opération peut être décrite par l'expression suivante :

$$v = G(u)$$

La perturbation  $\delta v$  sur la sortie résulte d'une perturbation  $\delta u$  sur l'entrée donnée au premier ordre par



l'équation tangente linéaire suivante :

$$\delta v = G' \delta u$$

où  $G'$  est la matrice jacobienne locale de  $G$ , soit

$$G' = \left( \frac{\partial v_i}{\partial u_j} \right)_{i,j} \quad \text{avec } i = 1, \dots, m \text{ et } j = 1, \dots, n$$

Définissons maintenant une fonction de coût  $\mathcal{J}$  dépendante de l'ensemble des variables de sorties  $v$  et à valeurs dans  $\mathbb{R}$ . Le gradient de cette fonction  $\mathcal{J}$  par rapport aux variables d'entrée  $u$  est alors :

$$\frac{\partial \mathcal{J}}{\partial u_i} = \sum_{j=1}^m \frac{\partial v_j}{\partial u_i} \frac{\partial \mathcal{J}}{\partial v_j} \quad \text{avec } i = 1, \dots, n$$

soit en notation matricielle :

$$\nabla_u \mathcal{J} = G'^{\star} \nabla_v \mathcal{J}$$

où  $G'^{\star}$  désigne la transposée de  $G'$  (l'opérateur représenté par la matrice  $G'^{\star}$  est donc l'adjoint de l'opérateur représenté par la matrice  $G'$ ).

La méthode de l'adjoint permet donc de calculer le gradient de la fonctionnelle  $\mathcal{J}$  par rapport aux variables d'entrée via l'expression ci-dessus. Remarquons que comme  $G$  est la composée de processus élémentaires notés  $(G_k)_{k=1, \dots, l}$ , la transposée de la jacobienne de  $G$  sera le produit des transposées des jacobiniennes de chaque  $G_k$ , multipliées dans l'ordre inverse :

$$G'^{\star} = G_1'^{\star} \times G_2'^{\star} \times \dots \times G_l'^{\star}$$

C'est cette méthode que nous avons décidé d'utiliser dans le cadre de la dynamo solaire, en commençant par un modèle très simple de dynamo champ moyen  $\alpha\Omega$  en géométrie cartésienne. Nous développons dans l'annexe D le code adjoint au code direct qui utilisera une technique numérique très simple de différences finies du 1er ordre. Ceci va alors nous permettre d'une part de faire une étude de sensibilité aux paramètres d'une certaine fonction bien choisie de nos variables de sortie (c'est à dire le champ toroidal et le potentiel poloidal) puis de trouver un bon ensemble de paramètres d'entrée pour minimiser une autre fonction de coût également judicieusement choisie. L'assimilation de données à proprement parler n'est pas pertinente dans le cadre d'un modèle de dynamo aussi simplifié, il faudrait plutôt écrire l'adjoint d'un code de MHD donnant des résultats plus fidèles aux observations, ce travail est en cours. Pour le travail exposé ici, seules le développement de cette technique mathématique perfectionnée d'*adjointisation* et quelques unes de ses applications seront abordées dans le cadre de la dynamo solaire.

## 5.3 Application pour un modèle de dynamo $\alpha\Omega$

### 5.3.1 Le modèle numérique direct

Nous partons de l'équation d'induction moyenne telle qu'elle a été dérivée dans le chapitre 3 en utilisant la First Order Smoothing Approximation pour faire apparaître l'effet  $\alpha$  responsable de la régénération du champ poloidal.

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = \nabla \times (\mathbf{v} \times \mathbf{B}) + \nabla \times (\alpha \mathbf{B}) - \nabla \times (\eta \nabla \times \mathbf{B}) \quad (5.1)$$

Nous nous plaçons dans ce problème en coordonnées cartésiennes  $(x, y, z)$  pour des raisons de simplifications, où  $y$  représenterait la latitude,  $x$  la profondeur et  $z$  la longitude. La décomposition toroïdale/poloidale s'écrit alors :

$$\mathbf{B}(x, y, t) = B_z(x, y, t)\mathbf{e}_z + \nabla \times (A(x, y, t)\mathbf{e}_z)$$

et le champ de vitesse prescrit (c'est une dynamo cinématique) s'écrit simplement :

$$\mathbf{v} = \Omega_0 x \sin(\pi \frac{y+1}{2}) \mathbf{e}_z$$

Nous nous donnons également l'effet  $\alpha$  suivant :

$$\alpha = \alpha_0 \cos(\pi \frac{y+1}{2})$$

Ainsi, en réinjectant cette décomposition dans l'équation d'induction moyenne où la diffusivité magnétique  $\eta$  est supposée constante, on obtient 2 équations aux dérivées partielles couplées :

$$\frac{\partial A}{\partial t} = \alpha B_z + \eta \left( \frac{\partial^2 A}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 A}{\partial y^2} \right) \quad (5.2)$$

$$\frac{\partial B_z}{\partial t} = \frac{\partial v}{\partial x} \frac{\partial A}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial y} \frac{\partial A}{\partial x} + \eta \left( \frac{\partial^2 B_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 B_z}{\partial y^2} \right) \quad (5.3)$$

Ces équations peuvent être réécrites en les adimensionnant via une échelle spatiale  $L$  et une échelle temporelle  $L^2/\eta$ . Les nouvelles équations adimensionnées (les variables  $A, B_z, \alpha, v, x, y, t$  sont maintenant sans dimension) sont alors :

$$\frac{\partial A}{\partial t} = C_\alpha B_z + \left( \frac{\partial^2 A}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 A}{\partial y^2} \right) \quad (5.4)$$

$$\frac{\partial B_z}{\partial t} = C_\Omega \left( \frac{\partial v}{\partial x} \frac{\partial A}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial y} \frac{\partial A}{\partial x} \right) + \left( \frac{\partial^2 B_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 B_z}{\partial y^2} \right) \quad (5.5)$$

avec  $C_\alpha = \alpha_0 L / \eta$  et  $C_\Omega = \Omega_0 L^2 / \eta$  les nombres dynamo mesurant l'intensité des effets  $\alpha$  et  $\Omega$  par rapport à la diffusivité magnétique. Leur produit  $D = \alpha_0 \Omega_0 L^3 / \eta^2$  devra atteindre une certaine valeur seuil pour que la dynamo existe et que le champ croisse exponentiellement.

Le code de dynamo 2D que nous avons décrit dans l'annexe D résout numériquement les 2 équations couplées 5.2 et 5.3. Nous pouvons toutefois tout d'abord nous intéresser à une résolution analytique en supposant que les champs  $A$  et  $B_z$  s'écrivent sous la forme d'ondes planes, comme l'a fait Parker (1955a) en 1D :

$$(A, B_z) = (A_0, B_0) \exp(i(\omega t + k_x x + k_y y))$$

La réintroduction dans les équations 5.2 et 5.3 permet d'obtenir la relation de dispersion suivante :

$$(i\omega + \eta k_x^2 + \eta k_y^2)^2 = i\alpha \left( \frac{\partial v}{\partial x} k_y + \frac{\partial v}{\partial y} k_x \right)$$

Considérons que les produits  $\alpha \frac{\partial v}{\partial x}$  et  $\alpha \frac{\partial v}{\partial y}$  sont négatifs, on obtient après résolution de l'équation du second degré, l'expression de  $\omega$  suivante :

$$\omega = i\eta(k_x^2 + k_y^2) \pm (1+i) \left| \alpha/2 \left( \frac{\partial v}{\partial x} k_y + \frac{\partial v}{\partial y} k_x \right) \right|^{1/2}$$

Pour que la dynamo soit réalisée, comme les champs ont une expression du type  $\exp(i\omega t)$ , il faut donc que la partie imaginaire du taux de croissance  $\omega$  soit négative, soit :

$$\eta(k_x^2 + k_y^2) \pm \left| \alpha/2 \left( \frac{\partial v}{\partial x} k_y + \frac{\partial v}{\partial y} k_x \right) \right|^{1/2} < 0$$

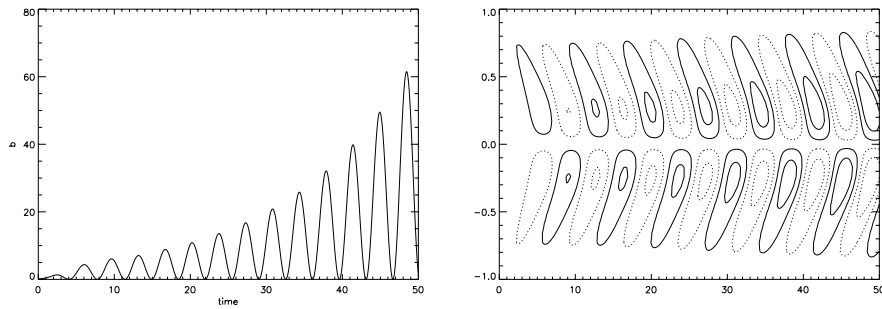
ce qui nous impose que la seule solution est celle possédant le signe -. De plus, nous observons que plus le terme  $\left| \alpha/2 \left( \frac{\partial v}{\partial x} k_y + \frac{\partial v}{\partial y} k_x \right) \right|^{1/2}$  sera élevé, plus la dynamo aura un taux de croissance important. On retrouve donc que le produit de l'effet  $\alpha$  et du cisaillement en latitude et en profondeur (i.e. le nombre dynamo  $D$  défini plus haut) contrôle le taux de croissance de la dynamo.

De plus, on peut à présent s'intéresser à la période de l'onde dynamo, c'est la partie réelle de  $\omega$  dont l'expression est la suivante :

$$Re(\omega) = - \left| \alpha/2 \left( \frac{\partial v}{\partial x} k_y + \frac{\partial v}{\partial y} k_x \right) \right|^{1/2}$$

qui est négative, ce qui correspond alors à une migration vers les  $y$  croissants si l'on considère le cisaillement en profondeur comme dominant. Dans le cas du Soleil, si l'on veut que notre onde se déplace principalement dans la direction des  $y$  croissants dans l'hémisphère Nord (correspondant à une migration vers l'équateur), on doit donc avoir  $\alpha \frac{\partial v}{\partial x} < 0$ , on retrouve alors la règle de Yoshimura (1975) de propagation de l'onde dynamo.

Revenons à présent à l'étude numérique de notre système. Nous résolvons alors les 2 équations couplées 5.4 et 5.5 par une méthode de différences finies (Euler explicite du 1er ordre en espace et Euler explicite du 1er ordre ou Runge-Kutta 4 en temps, voir annexe D). La méthode numérique est importante car nous devons en prendre l'adjoint pour le travail qui nous intéresse ici.



F . 5.4 – Evolution de l'énergie magnétique en fonction du temps et diagramme papillon (champ toroidal dans le plan  $(y, t)$  à un  $x$  donné en fonction du temps) pour un cas où l'instabilité dynamo a lieu, c'est à dire où la valeur de  $D$  est au-dessus du seuil : ici  $D = 10^3$ .

Les résultats du code direct sont représentés figure 5.4. Ce type de dynamo est purement linéaire, nous obtenons donc une croissance exponentielle de l'énergie magnétique dans le cas où la diffusivité magnétique est suffisamment faible par rapport aux effets  $\alpha$  et  $\Omega$ . Le diagramme papillon (champ toroidal dans le plan  $(y, t)$ ) est également représenté.

### 5.3.2 L'équation d'induction adjointe

Pour déterminer l'adjoint de ce modèle, il faut en principe déterminer le code adjoint du code direct, ce que nous ferons dans la sous-section suivante. Auparavant et pour avancer dans notre compréhension

de l'adjointisation d'un modèle, nous exposons dans les détails la manière dont est obtenue l'adjoint de l'équation d'induction moyenne.

Le champ de vitesse  $\mathbf{v}$ , la diffusivité magnétique  $\eta$  et le coefficient dynamo  $\alpha$  sont des fonctions données du temps et de l'espace. Nous allons chercher les opérateurs adjoints de chaque opérateur apparaissant dans l'équation.  $\Psi^*$  est l'adjoint de  $\Psi$  agissant sur l'espace euclidien  $E$  si et seulement si

$$\forall(\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2) \in E^2, \quad \Psi(\mathbf{u}_1) \cdot \mathbf{u}_2 = \mathbf{u}_1 \cdot \Psi^*(\mathbf{u}_2) \quad (5.6)$$

avec  $\cdot$  le produit scalaire sur  $E$ . Par conséquent, pour déterminer l'adjoint de chaque opérateur de l'équation d'induction moyenne, nous devons trouver l'opérateur qui vérifie la condition 5.6.

Soient  $\mathbf{u}_1$  et  $\mathbf{u}_2$  appartenant à l'espace euclidien  $E$ .

1. On cherche premièrement l'adjoint de l'opérateur  $\mathbf{u} \rightarrow \mathbf{v} \times \mathbf{u}$ , soit l'opérateur  $\Psi^*$  tel que  $(\mathbf{v} \times \mathbf{u}_1) \cdot \mathbf{u}_2 = \mathbf{u}_1 \cdot \Psi^*(\mathbf{u}_2)$ . Par simple manipulation d'identités vectorielles, on a :

$$(\mathbf{v} \times \mathbf{u}_1) \cdot \mathbf{u}_2 = -\mathbf{u}_1 \cdot (\mathbf{v} \times \mathbf{u}_2)$$

L'adjoint de  $\mathbf{u} \rightarrow \mathbf{v} \times \mathbf{u}$  est donc  $\mathbf{u} \rightarrow -\mathbf{v} \times \mathbf{u}$ .

2. On cherche ensuite à déterminer l'adjoint de  $\mathbf{u} \rightarrow \nabla \times \mathbf{u}$ , soit l'opérateur  $\Psi^*$  tel que  $(\nabla \times \mathbf{u}_1) \cdot \mathbf{u}_2 = \mathbf{u}_1 \cdot \Psi^*(\mathbf{u}_2)$ .

$$(\nabla \times \mathbf{u}_1) \cdot \mathbf{u}_2 = \mathbf{u}_1 \cdot (\nabla \times \mathbf{u}_2) + \nabla \cdot (\mathbf{u}_1 \times \mathbf{u}_2)$$

L'adjoint de  $\mathbf{u} \rightarrow \nabla \times \mathbf{u}$  est donc  $\mathbf{u} \rightarrow \nabla \times \mathbf{u}$ , le terme  $\nabla \cdot (\mathbf{u}_1 \times \mathbf{u}_2)$  représente un terme frontière qui pourra être utilisé dans l'intégration adjointe soit pour prendre en compte des conditions aux limites soit pour étudier le gradient de la fonction coût par rapport aux conditions aux limites.

3. On cherche maintenant l'adjoint de  $\mathbf{u} \rightarrow \alpha \mathbf{u}$ , donc l'opérateur  $\Psi^*$  tel que  $(\alpha \mathbf{u}_1) \cdot \mathbf{u}_2 = \mathbf{u}_1 \cdot \Psi^*(\mathbf{u}_2)$ . De manière évidente :

$$(\alpha \mathbf{u}_1) \cdot \mathbf{u}_2 = \mathbf{u}_1 \cdot (\alpha \mathbf{u}_2)$$

L'adjoint de  $\mathbf{u} \rightarrow \alpha \mathbf{u}$  est alors  $\mathbf{u} \rightarrow \alpha \mathbf{u}$ .

4. On cherche l'adjoint de  $\mathbf{u} \rightarrow \partial \mathbf{u} / \partial t$ , soit l'opérateur  $\Psi^*$  tel que  $\partial \mathbf{u}_1 / \partial t \cdot \mathbf{u}_2 = \mathbf{u}_1 \cdot \Psi^*(\mathbf{u}_2)$ . On a :

$$\frac{\partial \mathbf{u}_1}{\partial t} \cdot \mathbf{u}_2 = -\mathbf{u}_1 \cdot \frac{\partial \mathbf{u}_2}{\partial t} + \frac{\partial(\mathbf{u}_1 \cdot \mathbf{u}_2)}{\partial t}$$

L'adjoint de  $\mathbf{u} \rightarrow \partial \mathbf{u} / \partial t$  est donc  $\mathbf{u} \rightarrow -\partial \mathbf{u} / \partial t$ , le terme  $\frac{\partial(\mathbf{u}_1 \cdot \mathbf{u}_2)}{\partial t}$  représente un terme de conditions initiales et pourra être utilisé dans l'intégration adjointe pour connaître la sensibilité aux conditions initiales.

On peut donc maintenant écrire l'équation d'induction adjointe, sachant que l'adjoint d'une composée d'opérateurs est la composée des adjoints, avec les opérations prises dans l'ordre inverse, soit :

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = \mathbf{v} \times (\nabla \times \mathbf{B}) - \alpha \nabla \times \mathbf{B} + \nabla \times (\eta \nabla \times \mathbf{B}) \quad (5.7)$$

### 5.3.3 Le code adjoint

Pour déterminer l'adjoint de notre modèle de dynamo  $\alpha\Omega$ , il convient de développer l'adjoint du code numérique résolvant nos 2 équations couplées dans le code direct, et non pas de résoudre numériquement l'équation adjointe ci-dessus. L'algorithme de résolution peut être vu comme une composition de fonctions différentiables, chacune de ces fonctions représentant une instruction dans le code numérique. Comme nous l'avons vu, dans le modèle adjoint, il faudra composer les matrices jacobienues de ces différents opérateurs élémentaires, mais dans l'ordre inverse. Pour chaque instruction du code, il existe des règles permettant d'obtenir de manière quasiment automatique son adjoint (Giering et Kaminski 1998). Dans le cas d'un opérateur non-linéaire, il faudra procéder à l'écriture de la version tangente-linéaire avant d'en prendre l'adjoint, comme nous allons le voir sur l'exemple très simple suivant :

Imaginons que dans le code numérique direct nous ayons les opérations suivantes, avec  $\mathcal{J}$  la fonction de coût dont on cherche à calculer le gradient par rapport aux paramètres d'entrées  $d$  et  $c$  :

$$a = d * c$$

$$\mathcal{J} = a * d + c$$

Alors nous devons tout d'abord écrire la version tangente linéaire de ces opérations. Ce qui donne :

$$\delta a = bd * \delta c + bc * \delta d$$

$$\delta \mathcal{J} = ba * \delta d + bd * \delta a + \delta c$$

où les variables précédées de  $\delta$  représentent les perturbations et les variables précédées de  $b$  représentent les variables de "base" du code direct. La première opération prend en entrée  $\delta d$  et  $\delta c$  et donne en sortie  $\delta a$ ,  $\delta d$  et  $\delta c$  et la deuxième prend en entrée  $\delta a$ ,  $\delta d$  et  $\delta c$  et donne en sortie  $\delta \mathcal{J}$ ,  $\delta a$ ,  $\delta d$  et  $\delta c$ . Sous forme matricielle, ces 2 opérations peuvent donc s'écrire :

$$\begin{bmatrix} \delta a & \delta d & \delta c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} bc & bd \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} \delta d \\ \delta c \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \delta \mathcal{J} & \delta a & \delta d & \delta c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} bd & ba & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} \delta a \\ \delta d \\ \delta c \end{bmatrix}$$

Pour déterminer l'adjoint de cette instruction qui va nous permettre d'obtenir le gradient de  $\mathcal{J}$  par rapport aux paramètres d'entrées  $d$  et  $c$ , on doit donc prendre la transposée de ces deux matrices et faire l'opération dans l'ordre inverse. Ceci nous donne les opérations matricielles suivantes :

$$\begin{bmatrix} \delta' a & \delta' d & \delta' c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} bd & 1 & 0 & 0 \\ ba & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} \delta' \mathcal{J} \\ \delta' a \\ \delta' d \\ \delta' c \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \delta' d & \delta' c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} bc & 1 & 0 \\ bd & 0 & 1 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} \delta' a \\ \delta' d \\ \delta' c \end{bmatrix}$$

Ces opérations adjointes prennent bien en entrée des variables du type des sorties du code direct et donnent en sortie des variables du type des entrées du code direct. Ainsi, ces opérations adjointes peuvent se réécrire :

$$\delta' a = bd * \delta' \mathcal{J} + \delta' a$$

$$\delta' d = ba * \delta' \mathcal{J} + \delta' d$$

$$\delta' c = \delta' \mathcal{J} + \delta' c$$

$$\delta' d = bc * \delta' a + \delta' d$$

$$\delta' c = bd * \delta' a + \delta' c$$

où les ' indiquent que ce sont maintenant les variables adjointes que l'on manipule, c'est à dire les dérivées de notre fonction de coût par rapport à chaque variable. Les valeurs que l'on obtient pour  $\delta' d$  et  $\delta' c$  sont alors les dérivées de la fonction de coût  $\mathcal{J}$  par rapport aux variables d'entrée qui étaient  $d$  et  $c$ . Ainsi, on voit qu'une règle générale pour l'écriture de l'adjoint d'une instruction apparaît. En effet, l'instruction adjointe s'écrit toujours comme une expression du type : "variable adjointe=elle-même + son coefficient multiplicateur \* la variable adjointe du membre de gauche". Maintenant que nous avons vu d'où provenait cette règle et que nous avons tous les outils en notre possession, nous allons pouvoir appliquer ceci pour déterminer l'adjoint de notre code test FORTRAN90 de dynamo champ moyen  $\alpha\Omega$ . Les détails des code direct et adjoint sont présentés dans l'annexe D.

### 5.3.4 Premiers résultats et perspectives

Ce travail est une des premières tentatives d'utilisation en physique solaire de méthodes mathématiques perfectionnées connues depuis de nombreuses années dans le domaine de la météorologie ou de l'océanographie. A notre époque moderne où la prédiction des cycles solaires devient nécessaire pour protéger nos télécommunications et engins spatiaux et pour mieux contraindre les modèles climatiques sur Terre, il convient en effet de se tourner vers ces méthodes sophistiquées qui ont fait leur preuves dans d'autres domaines. Ainsi, nous avons montré ici les détails du développement d'un code adjoint dans le cadre d'un problème de dynamo  $\alpha\Omega$ , applicable à la physique solaire. Grâce à ce code adjoint, le but aujourd'hui est premièrement de faire une étude systématique de l'influence des paramètres d'entrée tels que les effets  $\alpha$  et  $\Omega$  ou la diffusivité magnétique  $\eta$  sur le comportement de la dynamo. En effet, si l'on considère comme fonction de coût le taux de croissance de la dynamo, une seule itération du couple code direct/code adjoint va nous permettre d'obtenir le gradient de cette fonction par rapport aux variables d'entrée et donc d'obtenir la variation du taux de croissance par rapport à la valeur des nombres dynamo  $C_\alpha$  et  $C_\Omega$ . Deuxièmement, le code adjoint de ce problème simple va nous permettre d'obtenir, via une minimisation d'une autre fonction de coût, les paramètres d'entrée donnant par exemple une période de 22 ans tout en restant dans des gammes de valeurs réalistes de  $\alpha$ ,  $\Omega$  et  $\eta$ . Ceci se fera par minimisation d'une fonction de coût prenant en compte l'écart à la période de 22 ans et l'écart à des valeurs raisonnables des paramètres. Nous aurons alors à procéder à plusieurs itérations du couple code direct/code adjoint pour obtenir cette minimisation et la meilleure valeur des paramètres d'entrée.

Le développement de codes adjoints de codes MHD plus réalistes pour modéliser les processus physiques intervenant dans notre étoile pourra alors fournir, via une réelle assimilation de données, une prédiction des cycles futurs que l'on peut espérer assez robuste et fiable. Reste bien entendu à minimiser les erreurs du modèle et pour ce faire, de nombreuses réponses doivent encore être apportées pour mieux comprendre la physique du Soleil. En particulier, certaines étapes du processus dynamo ne possèdent pas de modèle physique précis et accepté par toute la communauté. C'est le cas de l'émergence des structures toroidales créées à la base de la zone convective et qui s'élèvent jusqu'à la surface par flottaison magnétique. Ainsi, dans la deuxième partie de ma thèse, c'est à cette étape particulière de la dynamo que je me suis intéressée via des simulations MHD 3D. Le but étant bien sur de pouvoir avancer vers une description complète et précise de tous les mécanismes physiques mis en jeu dans le processus dynamo.



## **Troisième partie**

# **Emergence de flux magnétique en zone convective turbulente**

---





## Chapitre 6

# L'émergence de flux magnétique dans les étoiles de type solaire

### Sommaire

<b>6.1</b>	<b>Evidences observationnelles . . . . .</b>	<b>106</b>
6.1.1	Structure des régions actives . . . . .	106
6.1.2	Dynamique de l'émergence . . . . .	109
6.1.3	L'émergence de flux comme mécanisme de déclenchement des éjections de masse coronale . . . . .	110
<b>6.2</b>	<b>Les modèles théoriques et le lien avec la dynamo stellaire : d'où viennent les structures émergentes ? . . . . .</b>	<b>111</b>
6.2.1	Lien avec la tachocline . . . . .	112
6.2.2	Une étape possible du processus dynamo . . . . .	114
<b>6.3</b>	<b>Calculs thin flux tubes et MHD . . . . .</b>	<b>116</b>
6.3.1	Les modèles thin flux tube . . . . .	117
6.3.2	Les simulations MHD 2D et 3D . . . . .	118
6.3.3	Vers des modèles plus réalistes . . . . .	119

Comme nous l'avons vu en introduction, notre Soleil et par extension les étoiles du même type sont loin d'être des astres calmes. Pour la plupart, ces étoiles nous envoient l'image d'objets très turbulents possédant une activité de surface impressionnante liée à l'existence de champs magnétiques intenses créés plus ou moins profondément dans les intérieurs stellaires. Du flux magnétique émerge donc des intérieurs d'étoiles vers la surface pour créer des tâches sombres (*starspots* pour les étoiles et *sunspots* pour le Soleil), marqueur de régions actives qui elles-mêmes sont le lieu de phénomènes très violents tels que les éruptions solaires ou les éjections de masse coronale (ou CME pour Coronal Mass Ejection). Cette partie a ainsi pour but de permettre au lecteur de mieux apprécier l'importance de l'émergence de flux magnétique d'une part dans le processus global de dynamo permettant une génération du champ magnétique dans les étoiles et d'autre part dans le déclenchement de certains phénomènes violents à la surface du Soleil, comme les CMEs. De plus, dans les modèles de Babcock-Leighton étudiés dans la partie 2, l'émergence de régions actives est fondamentale car elle fournit la source de champ poloidal. Cette étape de la boucle dynamo était incorporée dans les modèles 2D par une simple connexion entre le terme source de surface et le champ toroidal à la base de la zone convective, implicitement sujet à la flottaison magnétique. Nous nous proposons ici de simuler en 3D de manière précise les processus responsables de cette étape d'émergence de la base de la zone convective vers la surface de l'étoile.

## 6.1 Evidences observationnelles

### 6.1.1 Structure des régions actives

Le fruit de l'émergence de flux magnétique, les taches stellaires, sont les marqueurs les plus visibles d'une activité magnétique au sein des étoiles. Les taches solaires d'ailleurs, étaient observées en Chine déjà plus de deux siècles avant J.C.. En 1843, Heinrich Schwabe montra que le nombre de taches suit un cycle périodique de 11 ans (cf. partie 2), le Soleil passant ainsi régulièrement de phases calmes avec peu ou pas de régions actives à des phases très actives avec un grand nombre de taches. En 1908, Hale (1908) fut le premier à mesurer un champ magnétique dans les taches. Ce fut la première fois qu'un champ magnétique fut mesuré ailleurs que sur Terre. Depuis, le magnétisme est reconnu comme étant l'acteur majeur de l'existence de taches à la surface des étoiles.

#### Les régions actives et les taches solaires

Ce que nous appelons tache solaire ou sunspot est en fait seulement le composant élémentaire, d'une taille de quelques Mm, d'une région active qui peut être alors aussi appelée *sunspots group* ou groupe de taches. Elles sont constituées de régions de champs magnétiques opposés, le cas le plus simple étant une région active formée de deux taches solaires (région bipolaire), l'une de polarité positive et l'autre négative. Mais d'autres types de régions actives existent : d'après la classification du Mt Wilson, on peut trouver 4 types de régions actives :

- Les régions  $\alpha$  : une seule tache domine d'une seule polarité, elle est souvent reliée à une plage (régions de petits dipôles émergents) de polarité opposée.
- Les régions  $\beta$  : Une paire de taches dominantes de polarité opposée. Ce sont celles que nous avons évoquées plus haut.
- Les régions  $\gamma$  : un groupe complexe avec une distribution irrégulière de polarités.
- Les régions  $\delta$  : taches de polarité opposée mais dans une seule pénombre (région entre l'ombre, la partie centrale de la tache, et la photosphère environnante).

Ces régions actives sont ainsi nommées car elles sont le siège d'une activité intense donnant lieu à des éruptions, des CMEs et à des émissions très fortes de rayons X. Il est dès lors crucial de comprendre l'origine de ces régions actives puisque des événements aussi violents sont très susceptibles de détériorer nos télécommunications, nos satellites ou d'irradier nos astronautes en navigation. Le champ magnétique au sein de ces régions actives est complexe et très intense. Il peut en effet atteindre des intensités de plus de 3000 Gauss dans une tache alors qu'il est en moyenne de 10 G dans les autres régions de la photosphère, appelées régions de Soleil calme. Au dessus de la surface visible, le champ magnétique forme une canopée qui s'étend dans la chromosphère.

Comme nous l'avons vu brièvement en introduction, malgré la nature fortement turbulente de la convection solaire visible entre autres dans la structure complexe de la granulation à la photosphère, les régions actives bipolaires présentent une organisation extraordinaire et des symétries persistantes au cours du cycle.

Ces régions actives sont confinées dans deux bandes latitudinales s'étendant d'environ  $35^\circ$ , où les taches émergent en début de cycle, jusqu'à l'équateur, lieu d'émergence des tâches en fin de cycle (ou lors de l'approche du minimum solaire), ces deux bandes étant symétriques par rapport à l'équateur. La polarité de ces régions actives obéit à la loi de Hale (Hale et al. 1919; Hale et Nicholson 1925) selon laquelle durant un cycle de 11 ans, la polarité de la tache de tête (la plus à l'Est lorsque l'on regarde le disque solaire) est la même pour toutes les régions bipolaires dans un même hémisphère et est opposée à la polarité de la tache de tête dans l'autre hémisphère. Cet ordre de polarité s'inverse bien sûr lorsque le champ magnétique se renverse, la polarité de la tache de tête du cycle précédent devient alors la polarité de la tache de queue.

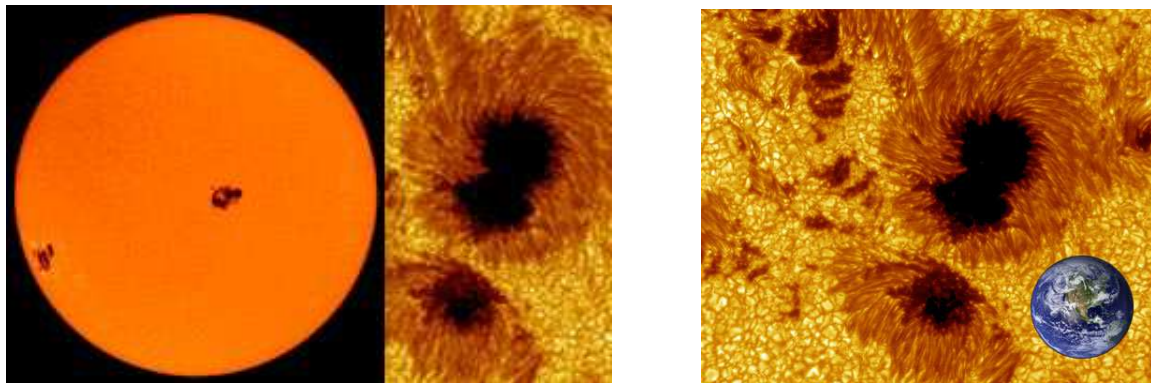


Fig. 6.1 – Image de la même tache solaire, avec une idée de son étendue sur le Soleil (à gauche) et de sa taille par rapport à la Terre (à droite). Crédit : Royal Swedish Academy of Sciences.

En plus de ces symétries caractéristiques très persistantes au cours du cycle, les régions actives présentent également des asymétries remarquables entre la polarité de tête et celle de queue. Comme nous l'avons vu dans la partie précédente à propos du mécanisme de Babcock-Leighton, les observations montrent que statistiquement, la droite reliant les deux centres des taches de polarité opposée forme un petit angle avec la direction Est-Ouest. Ce petit tilt augmente approximativement linéairement avec la latitude d'émergence des sunspots : l'angle est d'environ  $10^\circ$  aux moyennes latitudes et n'est plus que de  $4^\circ$  près de l'équateur (Wang et al. 1989). Cette règle est connue sous le nom de loi de Joy, bien qu'elle ait été observée pour la première fois par Hale et al. (1919). Une autre asymétrie remarquable se situe dans la morphologie de la tache de tête comparée à la tache de queue. En effet, la tache de tête tend à apparaître sous forme d'un spot assez bien formé, alors que le flux de la polarité de queue possède un aspect plus dispersé et fragmenté.

### L'hélicité des structures

Des observations du champ magnétique vectoriel dans les régions actives ont permis de montrer qu'une torsion (ou twist) existait dans les boucles coronales. Ainsi, un certain degré de twist est présent dans les structures émergentes, ce qui est illustré par exemple par la figure 6.2 où l'on distingue clairement l'aspect torsadé des boucles coronales. Le twist des lignes de champ peut se mesurer par le rapport du courant électrique vertical sur le champ magnétique vertical moyenné sur toute la région active, soit par la quantité  $q = \mathbf{B} \cdot \nabla \times \mathbf{B} / B^2$ . Les valeurs de  $q$  pour différentes régions actives sont fortement dispersées mais en moyenne, la tendance va vers un  $q$  négatif dans l'hémisphère Nord et positif dans l'hémisphère Sud, ce qui se traduit dans les boucles coronales, par des formes en S inversé dans le Nord et en S dans le Sud.

Des mesures de la torsion des lignes de champ magnétique ont pu être effectuées, ainsi Chae et Moon (2005) ont détecté une torsion typique, c'est à dire un enroulement des lignes de champ de l'ordre de 0.75 tour sur l'ensemble de la boucle. De plus, la reconstruction du champ magnétique dans les régions actives (qui peuvent être de type force-free, i.e. où le courant électrique est proportionnel au champ magnétique, voir Schrijver et al. (2008); Régnier et Amari (2004)) montre que le champ n'est quasiment jamais potentiel, et que du cisaillement et de la torsion sont presque toujours présents mais décroissent avec l'altitude pour avoir un champ potentiel dans la haute couronne (Schmieder et al. 1996). Il est dès lors capital de comprendre l'origine du twist des lignes de champ, son influence sur la structure des régions actives et la manière dont il évolue lors de l'émergence de flux magnétique.

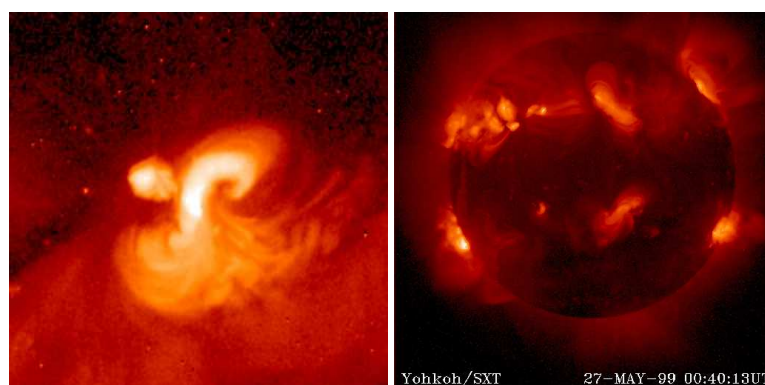


Fig. 6.2 – Gauche : Image d'une structure en S, soupçonnée d'avoir été à l'origine de la CME du 8 Juin 1998. Droite : Image de la couronne le 27 Mai 1999, 2 sigmoides apparaissent, l'une dans l'hémisphère Nord de forme S inversé et de forme S dans l'hémisphère Sud. Images du télescope SXT (Soft X-Ray Telescope) à bord du satellite Yohkoh.

### Les étoiles en général, les starspots

Aujourd'hui, des techniques d'images Doppler (utilisant les variations de luminosité de l'étoile lors de sa rotation), permettent d'observer ces mêmes taches actives mais à la surface d'autres étoiles (voir revue de Berdyugina (2005)). La spectroscopie à haute résolution permet aujourd'hui en effet d'étudier en détails la structure des régions actives à la surface des étoiles et d'obtenir des informations sur la rotation différentielle en leur sein (Berdyugina 1998; Rice et Strassmeier 2000). Des observations de raies moléculaires fournissent une possibilité de sonder des starspots non-résolus spatialement et d'obtenir des mesures de température dans ces structures (O'Neal et al. 1996). La spectropolarimétrie donne la distribution et la structure du champ magnétique grâce à des méthodes d'imagerie Zeeman-Doppler (Donati et Brown 1997) et de nombreuses autres techniques existent encore pour nous permettre de percer les mystères des taches stellaires.

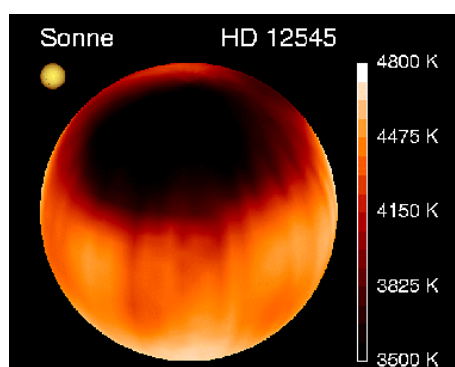


Fig. 6.3 – Image Doppler de l'étoile HD 12545 et de son starspot géant au moment de la plus grande amplitude de variation de luminosité. Une image du disque solaire est montrée pour comparaison. Tiré de <http://www.aip.de/groups/activity/DI/results.html>.

Ainsi, les taches stellaires observées grâce à cet arsenal instrumental montrent des structures assez différentes de ce qui peut être observé dans le Soleil. Les amplitudes observées de la modulation de luminosité indiquent par exemple qu'une très grande fraction de la photosphère stellaire est recouverte de taches sombres. La figure 6.3 en est l'illustration. Elle montre la découverte par Strassmeier (1999)

d'un *starspot géant* observé sur l'étoile HD 12545 au Kitt Peak National Observatory.

La détermination de la structure du champ magnétique dans ces structures stellaires reste un problème difficile. Une tendance apparaît tout de même montrant que les étoiles naines plus froides semblent posséder des champs magnétiques plus forts et plus étendus mais la détermination précise du champ au sein des taches reste un défi pour les techniques modernes d'observation.

### 6.1.2 Dynamique de l'émergence

Maintenant que la structure des régions actives nous est un peu plus familière, dirigeons nous vers l'étude et la compréhension plus détaillée de la dynamique de l'émergence de ces structures à la surface des étoiles, en nous concentrant pour l'instant sur les signatures observationnelles de cette émergence.

#### L'émergence à petite échelle

Les observations nous montrent que du flux magnétique ne cesse d'émerger constamment à la surface du Soleil (voir revue de van Driel-Gesztelyi (2002)). Il serait toutefois très restrictif de considérer que seules les régions actives à grande échelle sont la conséquence de l'émergence. Au contraire, le flux peut émerger à des échelles très différentes pour former des régions actives ou éphémères mais aussi des structures magnétiques à beaucoup plus petites échelles, comme le montrent les très impressionnantes observations du nouveau satellite Hinode. Par ailleurs, plus l'échelle est petite, plus le taux d'émergence de flux magnétique est important : ainsi, le flux non signé (défini par l'intégrale de  $|B|$  à travers la surface) émergent journalier dans le réseau inter-granules est de  $10^{24}$  Mx (Lites et al. 1996; Title 2007), entre  $3 \times 10^{22}$  et  $5 \times 10^{23}$  Mx dans les régions éphémères (Harvey et Zwaan 1993; Hagenaar 2001) mais seulement entre de  $7 \times 10^{20}$  et  $6 \times 10^{21}$  Mx dans les régions actives. L'émergence de flux à grande échelle, même si elle est responsable des régions actives qui sont probablement les manifestations les plus flagrantes du champ magnétique à la surface du Soleil, contribue néanmoins beaucoup moins que le réseau inter-granules au bilan total de flux magnétique. Toutefois, les échelles de temps au niveau de ces différentes échelles spatiales sont d'une grande diversité et ainsi, le temps d'évacuation du flux dans les régions actives est beaucoup plus long que dans les structures à petites échelles. Le temps d'évacuation peut-être de seulement 5 minutes dans les régions inter-granules, de quelques jours dans les régions éphémères alors qu'il est de quelques mois dans les régions actives. Il semble dès lors fondamental de comprendre les processus physiques responsables de l'évacuation du flux aux grandes échelles dans les régions actives, même si les quantités évacuées ne sont pas aussi importantes qu'aux petites échelles.

#### Les signatures observationnelles

Pour savoir d'où vient le champ magnétique dans les régions actives et les processus d'émergence depuis l'intérieur du Soleil, il paraît nécessaire d'avoir une description précise des observations des différentes étapes d'émergence de flux. De très grands progrès ont été faits dans ce domaine ces dernières années grâce au développement d'outils d'observation très perfectionnés comme l'expérience pionnière embarquée Flare Genesis Experiment en 2000 (Georgoulis et al. 2002; Bernasconi et al. 2002; Pariat et al. 2004; Schmieder et al. 2004) et le satellite japonais Hinode lancé en 2006 qui nous envoie des images à très haute résolution de la surface de notre étoile et de son champ magnétique. Les observateurs s'accordent aujourd'hui sur un scénario d'émergence des régions actives bipolaires, dont les différentes étapes sont résumées ci-dessous et dont certaines sont présentées sur la figure 6.4 :

- Une plage bipolaire apparaît, les plages consistent en de petits éléments compacts et très brillants visibles (petits dipôles) dans les raies spectrales chromosphériques (raies H&K CaII). Dans ces raies, la région autour de la zone d'émergence apparaît plus brillante que les régions de Soleil

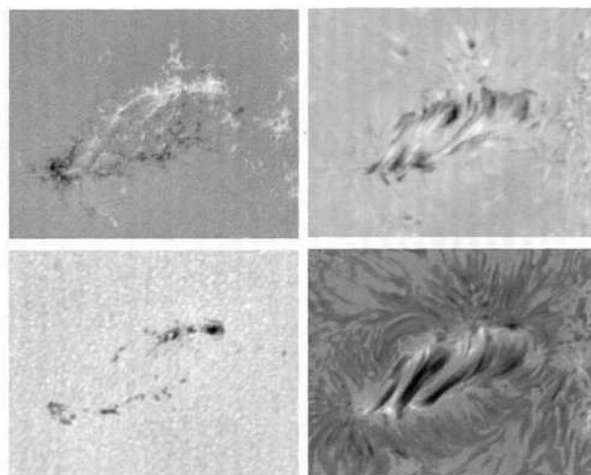


Fig. 6.4 – Observations multi-longueurs d'onde d'une région active émergente le 29 Juillet 1989. Panneau en haut à gauche : magnétogramme, en haut à droite : observation dans la raie du Fe I à 5576 Å, en bas à gauche : observation dans le spectre continu visible, en bas à droite : observation en  $H_\alpha$  : "Arch Filament Systems". Adapté de Strous et al. (1996).

calme environnantes (voir le rang inférieur de la figure 6.4). Ces plages tendent à s'étendre au fur et à mesure de l'émergence.

- Les bords externes de la plage, de polarité opposée, se connectent pour former un "Arch Filament System" visible en  $H_\alpha$ , le plasma est comprimé et les régions plus denses "coulent" vers les deux pieds de la boucle émergente. Des écoulements descendants sont généralement observés aux pieds de l'AFS et des flots montants à l'apex de la boucle (Malherbe et al. 1998). Les paramètres typiques de telles structures sont une vitesse de montée d'environ 10 km/s, des flots descendants d'environ 20-50 km/s, une durée de vie d'environ 10-20 minutes et un champ magnétique d'une intensité de l'ordre de 50G.
- Les petits dipôles des plages s'assemblent pour former des éléments magnétiques plus intenses et plus grands. La convection commence alors à être inhibée, le transport de chaleur est moins efficace et le champ magnétique atteint alors quelques milliers de Gauss. Ces régions de coalescence de petits éléments magnétiques apparaissent alors sombres et sont appelées des pores.
- Les pores s'assemblent pour former les taches solaires. L'orientation des taches peut-être arbitraire au début de l'émergence mais devient généralement en 1 à 3 jours pratiquement parallèle à l'équateur, conformément à la loi de Joy.

### 6.1.3 L'émergence de flux comme mécanisme de déclenchement des éjections de masse coronale

L'émergence de flux magnétique de l'intérieur solaire vers la haute atmosphère est vraisemblablement connectée aux phénomènes violents observés tels que les éruptions, les filaments ou les éjections de masse coronale. Ces CMEs sont des phénomènes dynamiques durant lesquels entre  $10^{12}$  et  $10^{13}$  kg de plasma sont éjectés dans l'espace interplanétaire. La fréquence de tels événements est de 1 à 3 événements par jour, ce qui conduit à une perte de masse d'environ  $10^8 \text{ kg.s}^{-1}$ . Les conséquences de tels tempêtes solaires sont multiples sur Terre : dégradation de satellites, irradiation d'astronautes, dérèglement des systèmes de navigation, perturbations des télécommunications,... La compréhension des mécanismes de déclenchement de tels phénomènes apparaît donc très utile pour leur prédiction dans le cadre de la

météorologie spatiale et donc pour l'éventuelle anticipation des conséquences pour notre planète.

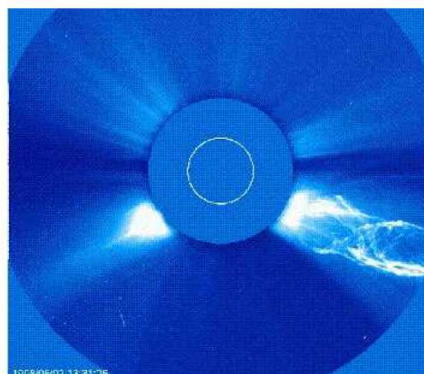


Fig. 6.5 – CME laissant apparaître sa structure hélicoidale observée avec LASCO

Dans de nombreux modèles, la présence de champ magnétique torsadé avant la CME semble être un élément indispensable à son déclenchement. On a d'ailleurs constaté que les structures très torsadées que sont les sigmoids (voir figure 6.2) étaient des lieux privilégiés pour l'observation de CMEs. La figure 6.5 montre une éjection de masse observée avec LASCO, on distingue clairement sur cette image la structure torsadée des lignes de champ matérialisées par la matière expulsée. Ainsi, certains calculs MHD montrent que lorsque le nombre de tours que font les lignes de champ autour de la structure émergente dépasse un certain seuil, la structure est sujette à une instabilité appelée instabilité de kink, qui donne lieu à l'éruption de cette structure et donc à une CME (Fan et Gibson 2003, 2004; Török et Kliem 2003). Dans un modèle différent, l'éruption peut avoir lieu sans faire appel à l'instabilité de kink mais toujours à l'émergence d'un champ magnétique torsadé (ou torsadé). Les mouvements photosphériques d'étirements du champ et l'émergence de petites structures bipolaires sont alors les éléments déclencheurs de la CME (Amari et al. 2000, 2003a,b). L'émergence de flux continue dans le Soleil semblerait donc être un élément déclencheur des phénomènes éruptifs violents observés.

## 6.2 Les modèles théoriques et le lien avec la dynamo stellaire : d'où viennent les structures émergentes ?

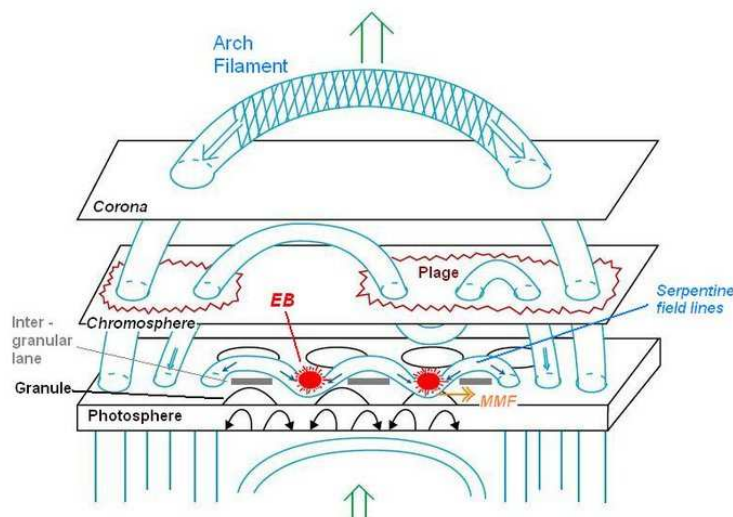
Nous avons vu que l'émergence de flux est continue dans le Soleil et intervient à toutes les échelles spatiales. Les structures émergentes à grandes échelles, responsables de l'apparition des taches solaires, possèdent des caractéristiques persistantes tout au long du cycle : la polarité de la tache de tête constante dans un hémisphère et inverse de celle de l'autre hémisphère, l'orientation des taches suivant la loi de Joy, l'hélicité des structures statistiquement toujours la même dans tout un hémisphère, l'éjection de masse à grande échelle,... Ces caractéristiques nous indiquent que l'émergence de structures à grande échelle est connectée à l'évolution du champ magnétique durant un cycle et donc aux phénomènes responsables de sa régénération dans l'intérieur solaire : la dynamo (cf. partie 2). Nous allons donc dans cette partie sonder un peu plus profondément le Soleil pour comprendre d'où vient le champ magnétique que l'on observe dans les régions émergentes et pour faire le lien entre les modèles de dynamo 2D étudiés dans la partie 2 et les modèles d'émergence en 3D de cette partie. Comme les données observationnelles ne sont que partielles dans le Soleil interne malgré les grands progrès de l'héliosismologie, nos réflexions vont se fonder principalement sur les modèles numériques qui sont développés depuis les années 80 pour étudier le rôle de l'émergence de flux dans la dynamique interne de notre étoile.



### 6.2.1 Lien avec la tachocline

#### Formation de structures toroidales

L'un des processus retenus pour expliquer la formation des taches actives de type bipolaire est l'émergence de tubes de champ magnétique de l'intérieur de l'étoile vers la surface solaire. Ces tubes se déforment durant leur montée, créant ainsi des formes en  $\Omega$  appelées  $\Omega$ -loops. Les taches solaires bipolaires se créent alors à l'intersection de la boucle de champ émergent et la photosphère. La figure 6.6 résume de manière schématique ce processus et la manière dont il est capable de reproduire les différents aspects observationnels que nous avons rappelés plus haut. Nous voyons dès lors que selon ce modèle et si l'on veut respecter la loi de Joy selon laquelle les régions actives sont approximativement orientées Est-Ouest, l'apparition de taches actives est la conséquence d'un tube de champ **toroidal** flottant ayant émergé dans la photosphère. Nous nous devons donc d'expliquer la génération de ce champ toroidal. Comme nous l'avons vu dans le chapitre 2 et dans la partie 2, sa création se fait par étirement des lignes de champ poloidal par la rotation différentielle, cet étirement étant maximal dans la zone de transition entre la zone radiative et la zone convective du Soleil : la tachocline.



F . 6.6 – Représentation schématique de l'émergence d'une région active et des événements observables en résultant. Crédit : Brigitte Schmieder et Etienne Pariat, <http://www.scholarpedia.org/article/Magneticfluxemergence>.

De récentes simulations MHD 3D (Browning et al. 2006) ont montré le rôle fondamental de la tachocline dans l'établissement de champs toroidaux intenses et organisés. Ainsi, en utilisant le code anélastique sphérique ASH (voir annexe), ils montrent que l'introduction d'une tachocline et donc d'une couche de fort cisaillement à la fois en latitude et en rayon aide le système à développer un champ toroidal à grande échelle antisymétrique par rapport à l'équateur et qui reste localisé dans la région stable tout au long de la simulation.

Le champ toroidal, à l'origine de la création des régions actives lors de sa rencontre avec la photosphère, a donc très probablement pour origine la forte rotation différentielle qui agit dans la tachocline, dans la zone de transition entre les domaines convectivement stable et convectivement instable. Pour que le champ toroidal soit suffisant pour évoluer de manière cohérente dans toute la zone convective dans sa route vers la surface solaire, il doit être suffisamment intense comme nous le verrons par la suite. Ainsi, comment ce champ toroidal est-il stocké et amplifié dans la tachocline et surtout quels sont les

mécanismes responsables de son instabilité et du déclenchement de sa montée vers la photosphère ?

### Déstabilisation des fortes structures toroidales

Nous rappelons rapidement dans cette partie les explications qui ont été proposées pour comprendre la déstabilisation des structures toroidales créées par rotation différentielle à la base de la zone convective et la formation de tubes de flux magnétiques capables d'entamer leur montée vers la photosphère. L'étude de la stabilité des structures toroidales à la base de la zone convective se sont faites principalement grâce encore une fois à des simulations numériques avec des degrés de simplification plus ou moins grands (voir section plus bas). Toutefois, même des modèles assez simples ont permis de rendre compte des mécanismes pouvant être à l'origine du déclenchement de la montée de structures magnétiques dans la zone convective turbulente. La géométrie des structures toroidales stockées dans la zone convectivement stable (où le gradient vertical de température n'est pas assez élevé pour nécessiter un déclenchement de la convection pour transporter la chaleur vers le haut) est mal connue. Ainsi, deux principaux types de géométrie ont été envisagés dans les modèles simples : des tubes de flux isolés déjà formés ou une couche magnétique s'étendant en latitude dans tout un hémisphère. On constate d'ailleurs que dans les simulations 3D de Browning et al. (2006), c'est plutôt cette dernière configuration qui dominerait. Toutefois, notons ici qu'un article de Cattaneo et al. (2006) a montré que l'idée d'une structure magnétique aussi bien définie avec des surfaces de flux définissant clairement un intérieur et un extérieur était pour le moins idéalisée. En effet, ils montrent que dans le cas d'un champ de vitesse comportant peu de symétries, la position des lignes de champ devient très chaotique et définir un intérieur et un extérieur pour les zones magnétiquement actives devient impossible. Ainsi, ils considèrent que dans le cas de l'intérieur solaire où les écoulements sont très fortement turbulents, des structures avec une géométrie régulière n'ont qu'une très infime chance d'exister. Dans l'état actuel des choses, il est indispensable malgré tout d'envisager des structures magnétiques assez simples pour être capables d'étudier leur comportement dans l'intérieur du Soleil. Ainsi, tout en gardant à l'esprit les remarques tout à fait justifiées de Cattaneo et al. (2006), nous nous intéressons ici à l'étude de structures aux géométries particulières.

Depuis les années 80 et les simulations *thin flux tube* (voir plus bas), les scientifiques se sont penchés sur la stabilité de tubes de flux isolés plus ou moins intenses plongés dans une zone plus ou moins stablement stratifiée. Ainsi, Spruit et van Ballegoijen (1982) montrent par exemple qu'une instabilité ondulatoire du tube (c'est à dire une déformation le long de l'axe du tube,  $m \neq 0$ ) peut être déclenchée pour une valeur du nombre  $|\beta\delta|$  dépassant une certaine valeur seuil.  $\beta$  représente ici le rapport de la pression du gaz à la pression magnétique dans le tube et  $\delta$  représente le degré de superadiabaticité dans le milieu environnant (ou l'écart entre le gradient de température et le gradient adiabatique, voir chapitre 1). Ainsi, même plongé dans un milieu faiblement subadiabatique (ce qui est le cas dans la région supérieure de la tachocline), un tube peut être sujet à une instabilité de type ondulatoire s'il possède une intensité magnétique suffisamment grande.

La deuxième configuration de champ magnétique toroidal dont la stabilité a été étudiée est la couche magnétique étendue et de faible épaisseur. Nombre de simulations 2D et 3D ont été utilisées pour étudier la déstabilisation de telles couches magnétiques en tubes de flux flottants. Parmi elles citons par exemple la série de simulations 2D et 3D compressibles de Cattaneo et Hughes (1988), Matthews et al. (1995) et Wissink et al. (2000). Dans ces simulations, ils considèrent une couche de champ magnétique sous-dense située en-dessous d'un plasma plus dense. Se développe alors une instabilité de Rayleigh-Taylor 2D dont les modes les plus instables sont appelés modes d'interchange pour lesquels les lignes de champ restent parallèles à la nappe de champ magnétique et le mouvement ne se fait que dans le plan perpendiculaire à la nappe. Ainsi, l'instabilité fait que des tubes de flux se créent, initialement sans modulation le long de la direction du champ. Les études 3D de Matthews et Wissink montrent que ces structures deviennent ensuite instables aux mouvements ondulatoires le long des lignes de champ du fait de la présence de

vortex contra-rotatifs et donc le tube de flux devient arqué. Ils parviennent donc ici à reproduire la création d' $\Omega$ -loops à partir d'une couche de champ magnétique présente dans un plasma plus dense. Enfin, Fan (2001) a conduit les mêmes simulations en 3D mais en introduisant la couche de champ en équilibre mécanique, la couche n'est donc pas initialement flottante, l'instabilité 2D de Rayleigh-Taylor n'a donc pas lieu et seule l'instabilité ondulatoire 3D agit pour former des structures arquées qui deviennent par la suite flottantes.

Dans leur série de travaux, Cline et al. (2003b,a); Brummell et al. (2002a) ont quant à eux étudié la formation de structures toroidales précédant leur déstabilisation. Ainsi, ils considèrent une configuration de champ magnétique beaucoup moins idéalisée (ils n'ont ni couche de champ ni tube initialement, ils créent leur champ toroidal via un effet  $\Omega$  particulier agissant sur un champ poloidal initial quelconque). Dans ce cas, le comportement des structures toroidales ainsi créées dépend fortement du champ de vitesse imposé et de la gamme de paramètres. Ils obtiennent ainsi dans certains cas une dynamo reposant sur le mécanisme de flottaison magnétique.

### 6.2.2 Une étape possible du processus dynamo

#### La flottaison magnétique et l'émergence en régions actives

Comme nous l'avons vu en introduction grâce à la représentation schématique des différents processus physiques jouant un rôle dans la dynamo solaire, la flottaison magnétique est à l'origine d'une des étapes de la dynamo solaire : l'émergence de structures toroidales de la base de la zone convective jusqu'à la surface. Le concept de flottaison magnétique a été pour la première fois introduit par Parker (1955b) et ce processus est aujourd'hui considéré comme le responsable de l'émergence de champ magnétique sous forme de régions actives. En effet, la pression magnétique contenue dans les structures toroidales dont nous avons parlées dans les paragraphes précédents va agir sur la densité en leur sein et ainsi sur leur stabilité par rapport au milieu environnant (voir chapitre 7). La flottaison magnétique est donc de la plus grande importance pour nous d'abord parce qu'elle est responsable d'une des étapes clés de la dynamo solaire mais aussi car elle est implicitement contenue dans les modèles de transport de flux que nous avons étudiés en 2D (voir chapitres 3-4). En effet, dans les modèles de Babcock-Leighton, le terme source de champ poloidal est directement proportionnel au champ toroidal créé à la base de la zone convective. Cette prescription suppose simplement que la formation des régions actives se situera aux latitudes où le champ toroidal est localisé à la base et que le champ conservera la même intensité lors de son émergence. Sans entrer dans une description très fine des mécanismes d'émergence du champ magnétique toroidal au sein de la zone convective, nous pouvons anticiper que la connexion entre les 2 zones ne sera probablement pas aussi simple puisque par exemple, la convection a de grandes chances d'influencer le champ toroidal durant sa montée. C'est pourquoi nous avons besoin d'une description plus fine des processus physiques agissant sur le champ toroidal lors de son éventuelle traversée de la ZC puisqu'ils vont être responsables de la manière dont les structures vont émerger. Comme les observations actuelles nous donnent des informations très précises sur la structure, l'orientation et la dynamique des taches solaires, nous sommes en mesure de contraindre suffisamment nos modèles pour mieux identifier les processus présents dans la zone convective et qui vont agir sur le champ toroidal magnétiquement flottant.

#### L'hélicité magnétique

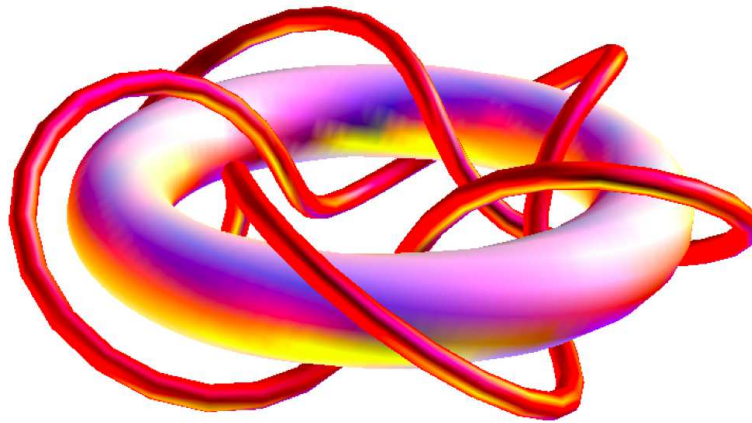
Les observations montrent que les structures émergentes à la surface du Soleil et dans l'atmosphère présentent très souvent des structures torsadées (voir revue Démoulin et Pariat (2008)). Nous verrons dans les chapitres suivants que la torsion des lignes de champ est de la plus grande importance pour l'évolution d'une structure magnétique dans la zone convective solaire. L'hélicité magnétique est la

quantité physique caractérisant la torsion, l'enroulement et l'entortillement des lignes de champ, c'est un des invariants de la MHD idéale. Dans le cas du Soleil, où la conductivité est très forte, l'hélicité est approximativement conservée sur des échelles de temps de reconnexion ou de relaxation (Berger 1984). Sa définition est due à Elsasser (1956) :

$$H_m = \int_V \mathbf{A} \cdot \mathbf{B}$$

où  $\mathbf{A}$  est le potentiel vecteur défini par  $\nabla \times \mathbf{A} = \mathbf{B}$ .

Mais en pratique, comment peut-on calculer facilement l'hélicité d'une structure magnétique telle que celle que nous allons introduire dans nos simulations numériques d'émergence de champ toroidal ?



F . 6.7 – Nombre de liens entre 2 courbes : la courbe rouge traverse 5 fois dans le même sens le tore violet, le nombre de liens est 5.

Cette quantité peut être reliée à un nombre qui fut exploité par le mathématicien K. F. Gauss au 19ème siècle appelé le nombre de liens entre 2 courbes fermées orientées. Si l'on définit la surface reposant sur une des 2 courbes, le nombre de liens est la somme algébrique du nombre de fois où l'autre courbe intersecte cette surface. Par exemple sur la figure 6.7 tirée de Berger (1999), le nombre de liens entre les 2 courbes est 5 puisque la courbe rouge coupe la surface reposant sur le tore violet 5 fois du bas vers le haut (donc positivement).

Ce nombre de liens est invariant à toute déformation des courbes à condition que la déformation n'implique pas une ouverture des courbes ou que l'une traverse l'autre sur une certaine portion. L'hélicité magnétique peut alors être vue comme le nombre de liens entre chaque paire de lignes de champ dans un certain volume, ainsi,  $H_m$  peut s'écrire comme la somme des nombres de liens de chaque couple de tubes de flux élémentaires ( $d\Phi_i, d\Phi_j$ ), représentés par les courbes  $(\gamma_i, \gamma_j)$  :

$$H_m = \int_{\Phi_i} \int_{\Phi_j} N(\gamma_i, \gamma_j) d\Phi_i d\Phi_j$$

Moffatt (1969) a montré que la définition de l'hélicité utilisant le nombre de liens était strictement équivalente à la définition traditionnelle d'Elsasser.

Dans le cas d'un nombre discret  $n$  de tubes de flux, la définition précédente de l'hélicité prend la forme suivante :

$$H_m = \sum_{i=1}^n \mathcal{L}_i \Phi_i + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1, j \neq i}^n \mathcal{N}_{i,j} \Phi_i \Phi_j$$

Le premier terme, appelé hélicité propre, est l'hélicité contenue dans le même tube de flux (le tube est donc en quelque sorte lié à lui-même) et le deuxième terme, appelé hélicité mutuelle, directement reliée au nombre de liens entre 2 courbes comme nous l'avons vu plus haut. L'hélicité propre peut se décomposer en 2 composantes : la torsion ou *twist* des lignes de champ autour de l'axe du tube et la structure déformée de l'axe du tube lui-même que l'on appelle le *writhe*.

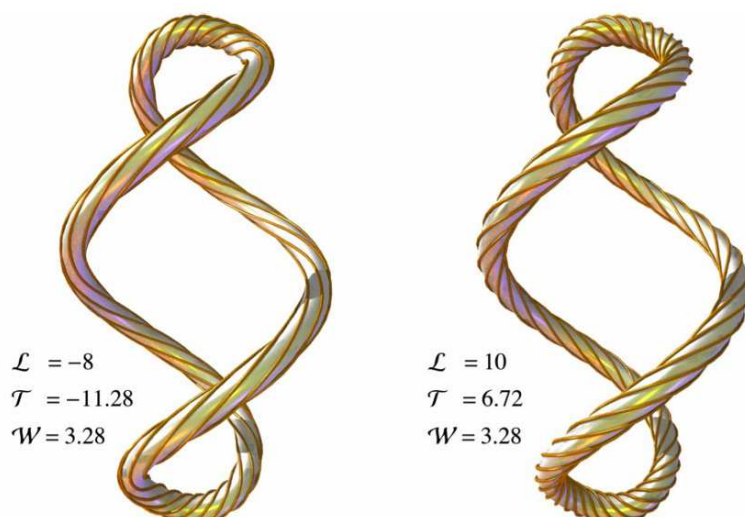


FIG. 6.8 – Hélicité propre  $\mathcal{L}$  décomposée en sa composante de twist  $\mathcal{T}$  et sa composante de writhe  $\mathcal{W}$  pour 2 configurations différentes d'une "corde" de champ magnétique, le writhe est le même mais le twist est différent donc l'hélicité propre est différente (de Berger (1999)).

En biochimie par exemple, le concept de writhe est très répandu : les molécules d'ADN en effet doivent être fortement déformées pour pouvoir être contenue dans un noyau de cellule. Chaque composante n'est pas un invariant mais la somme des 2 l'est dans un tube fermé, ce qui sous-entend que le twist peut se changer en writhe et inversement. La figure 6.8 montre par exemple le calcul de l'hélicité par décomposition en twist et writhe de 2 structures tordues pouvant représenter des tubes magnétiques.

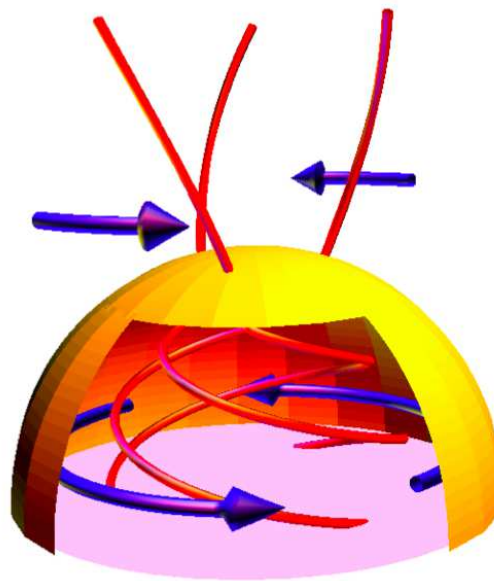
Mais quelle peut-être l'origine de l'hélicité magnétique dans les étoiles ?

Dans le Soleil en particulier, la rotation différentielle (qui est de la première importance pour la dynamo) pourrait être un moyen simple de générer de l'hélicité. En effet, les pôles tournent moins vite que l'équateur et donc de l'hélicité négative pourrait être créée dans l'hémisphère Nord. La figure 6.9 en est l'illustration schématique.

Effectivement, les observations montrent une injection très forte d'hélicité dans chaque hémisphère, principalement au moment du minimum solaire. Cette hélicité pourrait être stockée à la base de la zone convective, transportée par les tubes de flux flottants et aider, comme nous l'avons vu, au déclenchement des CMEs (Low 1994; Rust et Kumar 1994). Cette hypothèse serait alors compatible avec les observations de l'orientation des sigmoids dans la couronne : dans l'hémisphère Nord, elles sont majoritairement en forme de S inversé, correspondant à une hélicité négative (Rust et Kumar 1996) et cette règle ne change pas suivant le cycle magnétique.

### 6.3 Calculs thin flux tubes et MHD

Nous arrivons dans cette section à la modélisation et la simulation proprement dites de l'émergence de structures toroidales de la base de la zone convective vers la surface. De nombreux calculs ont été



F . 6.9 – La rotation différentielle est un très puissant mécanisme de création d'hélicité magnétique (de Berger (1999)).

conduits depuis les années 80 avec plus ou moins de simplifications et nous nous sommes donc proposés dans ce travail de thèse de mener **les premiers calculs en géométrie sphérique, en 3D et dans une convection complètement développée**. Les calculs précédents et leurs conclusions nous ont bien sur fortement inspirés pour orienter nos propres calculs. Nous résumons donc ici les principales découvertes concernant le comportement de tubes de champ toroidaux évoluant dans des zones plus ou moins stables convectivement.

### 6.3.1 Les modèles thin flux tube

Les premiers modèles de tubes de flux flottants datent des années 80 pour lesquels l'approximation "tubes fins" ou "thin flux tubes" a été utilisée (Spruit 1981). Cette approximation consiste à traiter le tube comme une structure magnétique unidimensionnelle évoluant dans l'enveloppe convective solaire et soumis aux forces de flottaison, de Coriolis, de tension magnétique et à un terme de traction aerodynamique représentant l'effet de la convection. Le tube de flux dans ce cas a une section très faible par rapport à l'échelle de hauteur du milieu non-magnétisé environnant et par rapport à toutes les échelles de variation le long de l'axe du tube. Dans une telle approximation, toutes les quantités physiques telles que la position, la vitesse, l'intensité du champ magnétique, la pression, la densité, la température, etc... sont supposées moyennées sur la section du tube et ne peuvent varier que le long de l'axe du tube. De plus, puisque le temps de traversée de la section du tube est très faible comparé à tous les autres temps caractéristiques du système, on suppose un équilibre instantané de la pression au sein du tube avec la pression extérieure.

Ces calculs assez simplifiés ont toutefois conduit à des résultats très importants concernant le comportement de tubes flottants dans un milieu non magnétisé. Ainsi, ils ont permis notamment de montrer que l'intensité initiale du champ magnétique se révélait être une variable importante pour la latitude d'émergence de la région active résultante. Choudhuri et Gilman (1987); Caligari et al. (1995) ont en effet montré que l'intensité initiale du champ devait atteindre  $10^5$  G à la base de la ZC pour éviter une trop grande déviation du tube fin vers les pôles par la force de Coriolis et donc une émergence à trop

haute latitude. D'autres calculs (D'Silva et Choudhuri 1993) ont montré que l'effet de Coriolis expliquait très bien le tilt des régions actives (leur orientation Est-Ouest) lors de leur apparition à la surface solaire.

La formulation originale de l'approximation "thin flux tube" ne prenait pas en compte le twist des lignes de champ magnétique autour de l'axe du tube. Longcope et Klapper (1997) ont été les premiers à incorporer une description de l'évolution du champ azimuthal (et non plus seulement axial) dans une formulation de type "tube fin". Ils décrivent alors l'évolution de l'hélicité dans le tube en termes de twist et writhe et montrent que le writhe peut produire du twist qui tendrait à s'opposer au sens du twist original. L'approximation "thin flux tube" leur a donc permis d'étudier également la formation d'hélicité dans les structures magnétiques et son éventuel impact sur leur évolution. Du fait des limitations de l'approximation, ils n'ont pu décrire que le comportement d'un tube très faiblement torsadé, qui s'est révélé être très proche du comportement du tube non torsadé.

### 6.3.2 Les simulations MHD 2D et 3D

Des modèles plus sophistiqués de l'émergence de tubes de flux dans la zone convective solaire ont donc été développés, avec des codes numériques permettant de résoudre l'ensemble complet des équations de la MHD (voir revue de Fan (2004)). Les premières simulations 2D ont été faites par Schuessler (1979) et ont été suivies relativement longtemps après par un grand nombre de simulations 2D MHD similaires (Moreno-Insertis et Emonet 1996; Longcope 1996; Fan et al. 1998; Emonet et Moreno-Insertis 1998). Un des résultats majeurs de ces simulations est qu'un twist minimal des lignes de champ est nécessaire au tube de flux pour être capable de monter de manière cohérente à travers toute la zone convective. En effet, le couple gravitationnel s'exerçant sur le tube (il est très flottant près de l'axe et peu en périphérie du fait de la plus grande concentration de champ magnétique près de l'axe) est une source de vorticité qui est contre-balan  e par la tension magnétique dans le cas torsadé. Dans le cas non torsadé, de la vorticité est créée dans le tube et rien ne peut s'y opposer, par conséquent le tube se sépare en 2 vortex contrarotatifs et est incapable de maintenir sa cohérence. Il stoppe sa montée puisque le mouvement devient majoritairement horizontal et non plus vertical du fait de la présence des 2 vortex. En 2D, de nombreux auteurs ont montré que le seuil du twist pouvait être exprimé en termes d'angle  $\psi$  entre le champ transverse et le champ le long de l'axe du tube de la manière suivante :

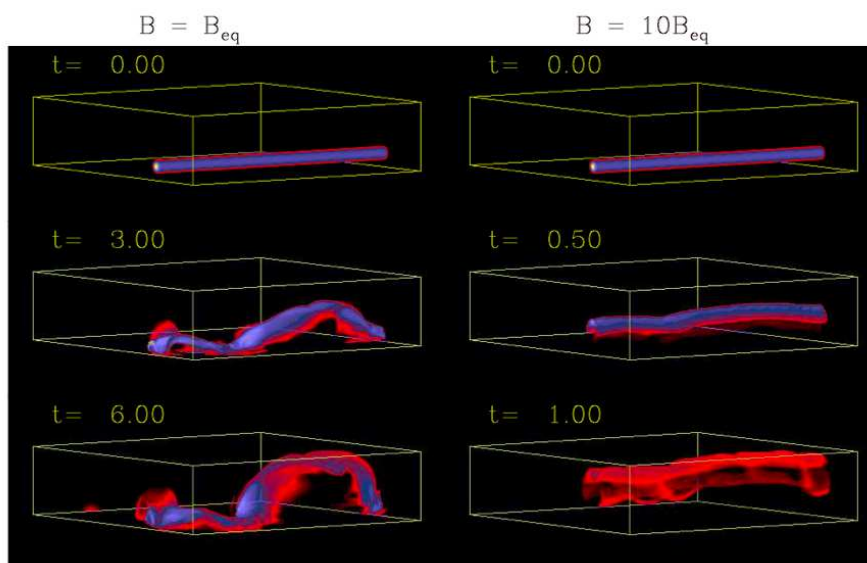
$$\sin \psi = \frac{\sqrt{(B_r^2 + B_\theta^2)}}{B} \geq \sqrt{\frac{a}{H_p}} \times \sqrt{\left| \frac{\Delta \rho}{\rho} \right| \frac{\beta}{2}}$$

avec  $\beta$  le rapport de la pression du gaz sur la pression magnétique associée au tube,  $a$  le rayon du tube,  $H_p$  l'échelle de hauteur de pression et  $\rho$  la densité.

Des simulations 3D de boucles  $\Omega$  de Abbett et al. (2000) ont par la suite montré que la courbure du tube (en quelque sorte le writhe du tube) permettait de diminuer le seuil du twist et donc de maintenir la cohérence du tube même avec un twist plus faible. Ces recherches avaient été motivées par les observations qui, comme nous l'avons vu, révèlent des nombres de tours dans les structures émergentes de l'ordre de 1 seulement alors que le seuil de twist indiqué plus haut impose des twists plus forts.

Enfin, des simulations 3D en géométrie cartésienne ont été développées. Ces simulations ont incorporé un élément loin d'être négligeable dans l'étude de l'évolution du tube : la convection. C'est Fan et al. (2003) qui ont mené les calculs les plus poussés et qui ont permis de mieux comprendre l'influence des écoulements ascendants et descendants sur le comportement du tube. Ainsi, ils ont montré que l'intensité magnétique initiale dans le tube était un paramètre crucial du modèle. Dans ces modèles, illustrés sur la figure 6.10, nous pouvons parler d'intensité du champ en termes de multiples du champ d'équipartition c'est à dire tel que  $B_{eq}^2/8\pi = 1/2\rho v^2$  avec  $v$  la vitesse des plus forts flots descendants. Si le tube est trop faible (moins de 3 fois l'équipartition), les mouvements convectifs contrôlent complètement sa montée





F . 6.10 – Evolution d'un tube de flux flottant d'intensité initiale  $B = B_{eq}$  (1ère colonne) et  $B = 10B_{eq}$  (2ème colonne).  $B_{eq}$  est l'intensité du champ en équipartition avec les plus forts écoulements descendants à la base de la zone convective. Les couleurs correspondent à la valeur absolue de l'intensité du champ (de Fan et al. (2003)).

et la flottaison magnétique ne joue plus son rôle de poussée du tube vers la surface. Dans certains de ces cas où les flots descendants sont trop importants, le tube n'est pas en mesure de monter et n'atteint jamais la surface et donc ne crée pas de régions actives. Dans le cas où le champ magnétique initial est très fort au contraire (10 fois l'équipartition), la flottaison magnétique contrôle complètement l'évolution du tube et les mouvements convectifs n'ont que peu d'emprise sur la structure flottante. Ainsi, ils distinguent un régime dominé par l'advection (champ faible) d'un régime dominé par le magnétisme (champ fort) et montrent ainsi l'importance de l'intensité initiale du champ.

### 6.3.3 Vers des modèles plus réalistes

Les calculs dont nous venons de parler et qui ont été effectués depuis les années 80 nous ont amené de précieuses informations sur le comportement de nos structures toroidales que l'on pense être à l'origine de la création des taches actives à la surface du Soleil et probablement d'autres étoiles semblables. Pour l'instant comme nous l'avons vu, très peu de calculs ont été effectués en 3D en géométrie sphérique. En effet, seulement 2 simulations très récentes ont été effectuées en géométrie sphérique : notre article "*3D non-linear evolution of a magnetic flux tube in a spherical shell : the isentropic case*" inséré à la fin du chapitre suivant et publié fin 2007 et les travaux de Fan (2008). Dans ce dernier papier, Fan s'intéresse particulièrement au tilt des régions actives produit par la force de Coriolis et à son lien avec le twist initial de sa boucle  $\Omega$ . Elle montre qu'un twist trop important serait susceptible de tilter les structures émergentes dans le sens inverse de ce que l'on observe et donc encore une fois le twist apparaît comme un paramètre important à mieux contraindre.

Mais ces calculs ont été effectués en zone convectivement stable et nous avons vu que d'après les simulations en géométrie cartésienne, l'influence de la convection pouvait être négligée seulement dans le cas de champs magnétiques fortement superequirépartis, or nous savons que dans le Soleil, une très grande gamme d'échelles d'intensité magnétique et donc des champs plus faibles susceptibles d'être influencés par la convection existent. Il est dès lors crucial de s'intéresser à des calculs plus réalistes



3D sphérique de tubes de flux plongés dans une région convectivement instable en rotation. Dans les chapitres suivants, nous exposons les travaux effectués dans ce sens, avec un premier chapitre consacré au cas de référence en zone stable et un deuxième chapitre consacré aux cas complètement convectifs.

## Chapitre 7

# Evolution de tubes de champ magnétique en zone isentropique

### Sommaire

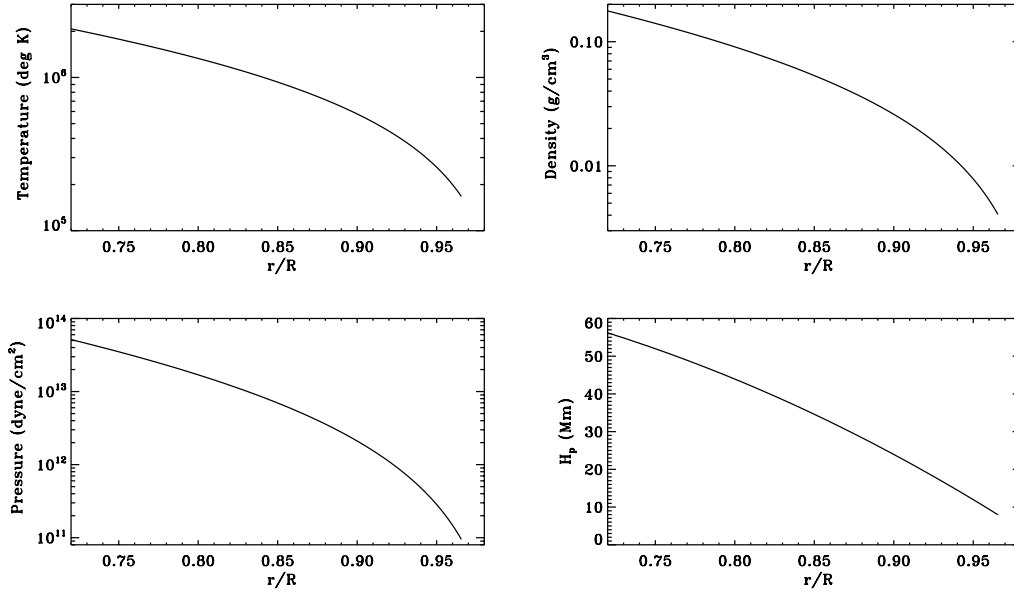
<b>7.1</b>	<b>Le cas de référence . . . . .</b>	<b>121</b>
7.1.1	Le modèle hydrodynamique . . . . .	121
7.1.2	L'introduction du tube de flux . . . . .	123
<b>7.2</b>	<b>Role de différents paramètres . . . . .</b>	<b>127</b>
7.2.1	Le paramètre de torsion (twist) . . . . .	127
7.2.2	L'influence de la rotation . . . . .	128
7.2.3	L'influence de la latitude d'introduction . . . . .	130
7.2.4	Introduction de boucles $\Omega$ et régions émergentes . . . . .	131
7.2.5	Conclusions . . . . .	134

Dans ce chapitre, nous étudions en 3D la dynamique d'un tube de flux magnétique axisymétrique plongé dans une coquille sphérique stablement stratifiée. L'étude de ce problème en géométrie sphérique et dans un modèle solaire global permet de prendre en compte les forces de courbure (ou hoop stresses) qui vont s'appliquer sur le tube, ainsi que la variation latitudinale de la force de Coriolis dont l'action sur la structure sera non négligeable. Cette étude peut également être conduite en 2D comme l'ont fait par exemple (Emonet et Moreno-Insertis 1998) mais notre modèle servira par la suite de référence pour l'étude de ces mêmes tubes de champ introduits dans une zone où la convection s'est complètement développée. Ainsi, pour être cohérent avec l'étude future (présentée dans le chapitre 8), nous avons souhaité faire ce travail en 3D pour que la comparaison exacte soit possible.

## 7.1 Le cas de référence

### 7.1.1 Le modèle hydrodynamique

Les modèles numériques calculés ici sont des représentations fidèles bien que simplifiées de la zone convective solaire. Les valeurs solaires sont en effet utilisées pour le flux de chaleur, le taux de rotation, la masse, le rayon et on suppose que l'on est en présence d'un gaz parfait puisque la limite supérieure du domaine reste en-dessous des zones d'ionisation de H et He. Le domaine de calcul s'étend de  $0.72R_{\odot}$  à  $0.96R_{\odot}$  avec  $R_{\odot}$  le rayon solaire et dans ce modèle particulier, le contraste de densité entre le haut et le bas du domaine sera d'environ 40, ce qui entraîne que les effets de compressibilité pourront être importants.



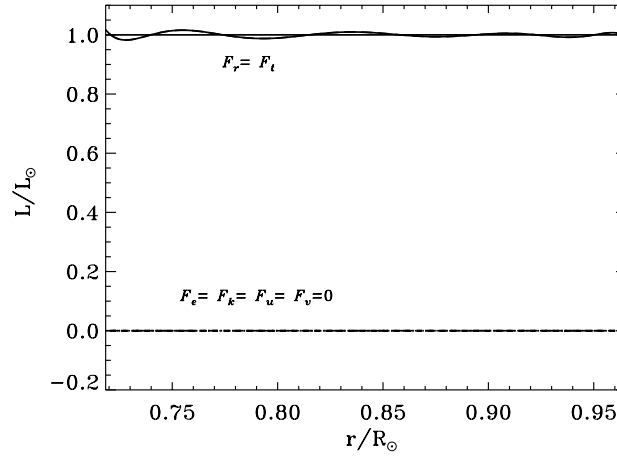
F . 7.1 – Dépendance radiale des variables thermodynamiques (température, densité, pression et échelle de hauteur) du modèle isentropique, moyennées en longitude et latitude. L'échelle est logarithmique pour les trois premières variables.

Le code ASH résout les équations de la MHD dans l'approximation anélastique en 3D par une approche pseudo-spectrale semi-implicite (voir annexe B). Ces équations sont complètement non-linéaires en vitesse et champ magnétique et sont linéarisées pour les variables thermodynamiques autour d'un état de référence ( $\bar{\rho}$ ,  $\bar{P}$ ,  $\bar{T}$ ,  $\bar{S}$ ). Cet état de référence est autorisé lui aussi à varier mais sur des temps plus longs via la prise en compte tous les N pas de temps de la composante moyenne ( $l = 0$ ) apparaissant dans les fluctuations. L'état de référence initial est issu d'un modèle de structure d'étoile 1D (Brun et Toomre 2002), calculé avec le code d'évolution stellaire CESAM (Morel 1997) qui utilise les opacités de OPAL (Iglesias et Rogers 1996). Les profils radiaux de gravité, densité moyenne et gradient moyen d'entropie sont le point de départ à une méthode itérative de Newton-Raphson donnant la solution de l'équilibre hydrostatique. Le profil de température moyen est ensuite déduit de l'équation des gaz parfaits. La figure 7.1 représente ainsi les profils de température, densité et pression dans notre cas isentropique pour lequel on a imposé un gradient moyen d'entropie nul.

Les profils de température, pression et densité montrent tous trois une décroissance monotone en fonction du rayon, avec une accélération de cette décroissance dans les couches supérieures de la coquille sphérique (i.e. à partir d'environ  $0.92 R_{\odot}$ ), plus proches de la photosphère solaire. L'échelle de hauteur est définie comme la hauteur à laquelle la pression a diminué d'un facteur  $e$  soit  $H_p = -(d \ln \bar{P} / dr)^{-1}$ . Sa valeur sera importante au moment de l'introduction de notre tube de champ magnétique à la base de la zone convective comme nous le verrons par la suite. Elle permet en effet d'obtenir une contrainte sur le rayon du tube et la quantité de twist initial nécessaire.

La figure 7.2 illustre la contribution de chaque processus physique au flux d'énergie total à travers la coquille sphérique. Chaque flux est exprimé en terme de luminosité et rapporté à la luminosité solaire. La luminosité nette,  $L(r)$ , et ses composantes sont définies par :

$$F_e + F_k + F_r + F_u + F_v = F_t = \frac{L(r)}{4\pi r^2} \quad (7.1)$$



F . 7.2 – Dépendance radiale des principaux flux qui transportent l'énergie dans le modèle isentropique utilisé.

$$F_e = \bar{\rho} c_p \overline{v_r T'}, \quad (7.2)$$

$$F_k = \frac{1}{2} \bar{\rho} \overline{v^2 v_r}, \quad (7.3)$$

$$F_r = -\kappa_r \bar{\rho} c_p \frac{\partial \bar{T}}{\partial r}, \quad (7.4)$$

$$F_u = -\kappa \bar{\rho} \bar{T} \frac{\partial \bar{S}}{\partial r}, \quad (7.5)$$

$$F_v = -\overline{\mathbf{v} \cdot \mathcal{D}}|_r, \quad (7.6)$$

où  $F_e$  est le flux d'enthalpie représentant le transport par convection,  $F_k$  est le flux d'énergie cinétique,  $F_r$  est le flux radiatif,  $F_u$  est le flux irrésolu et  $F_v$  est le flux visqueux. Le flux irrésolu  $F_u$  est le flux de chaleur dû aux processus sous-maillages (SGS) qui, dans notre approche LES (Large Eddy Simulation) prend la forme d'une diffusion thermique agissant sur le gradient moyen d'entropie (voir annexe B). Sa principale fonction, dans un cas avec convection, est de transporter l'énergie vers l'extérieur à travers la couche limite supérieure impénétrable où les flux convectifs  $F_e$  et  $F_k$  s'annulent et les autres flux restent faibles.

Dans notre cas, la figure 7.2 montre que la totalité de l'énergie du système est évacuée grâce au flux radiatif. Le transport de chaleur se fait par rayonnement et l'instabilité de convection n'est donc pas déclenchée. Nous avons donc ici une zone fluide stablement stratifiée qui a atteint l'équilibre thermique et au sein de laquelle une structure magnétique va être introduite.

### 7.1.2 L'introduction du tube de flux

Dans ces simulations, un tore de champ magnétique axisymétrique est introduit à la base du domaine de calcul. Il est important de préciser les conditions de son introduction pour connaître sa flottaison initiale, c'est à dire la différence de densité initiale entre le tube et son environnement, et donc la manière dont il va s'élever dans la coquille sphérique isentropique.

Si le tube est introduit à équilibre de pression et de température alors on a :

$$P_{in}^{tot} = P_{in}^g + P^{mag} = P_{ext}^g = P_{ext}^{tot}$$

où  $P^g$  est la pression du gaz et  $P^{mag} = B^2/8\pi$  est la pression magnétique et où les indices *in* et *ext* représentent respectivement l'intérieur et l'extérieur du tore.

Par l'équation des gaz parfaits, on a alors :

$$\rho_{in}RT_{in} + \frac{B^2}{8\pi} = \rho_{ext}RT_{ext}$$

avec  $R$  la constante des gaz parfaits. Comme on est à l'équilibre thermique on obtient une différence de densité entre l'intérieur et l'extérieur du tube de :

$$\frac{\rho_{in}}{\rho_{ext}} = 1 - \frac{B^2}{8\pi P_{ext}^g} < 1$$

la flottaison est donc proportionnelle au carré du champ magnétique, ce qui nous indique déjà que l'intensité du champ magnétique initial va être un paramètre important de l'évolution du tore.

Si le tube est maintenant introduit à équilibre de pression et de densité (équilibre mécanique) alors de la même manière, on obtient cette fois une différence de température :

$$\frac{T_{in}}{T_{ext}} = 1 - \frac{B^2}{8\pi P_{ext}^g} < 1$$

Le tube est donc plus froid que son environnement et sa flottaison est nulle.

Si le tube est introduit à équilibre de pression et d'entropie, le résultat sur la flottaison initiale est un peu différent, on a alors :

$$\frac{P_{in}^g}{P_{ext}^g} = \frac{P_{ext}^g - P^{mag}}{P_{ext}^g} = 1 - \frac{B^2}{8\pi P_{ext}^g}$$

L'équilibre d'entropie impose :

$$c_v \ln P_{in}^g - c_p \ln \rho_{in} = c_v \ln P_{ext}^g - c_p \ln \rho_{ext}$$

$$\frac{P_{in}^g}{P_{ext}^g} = \left( \frac{\rho_{in}}{\rho_{ext}} \right)^\gamma$$

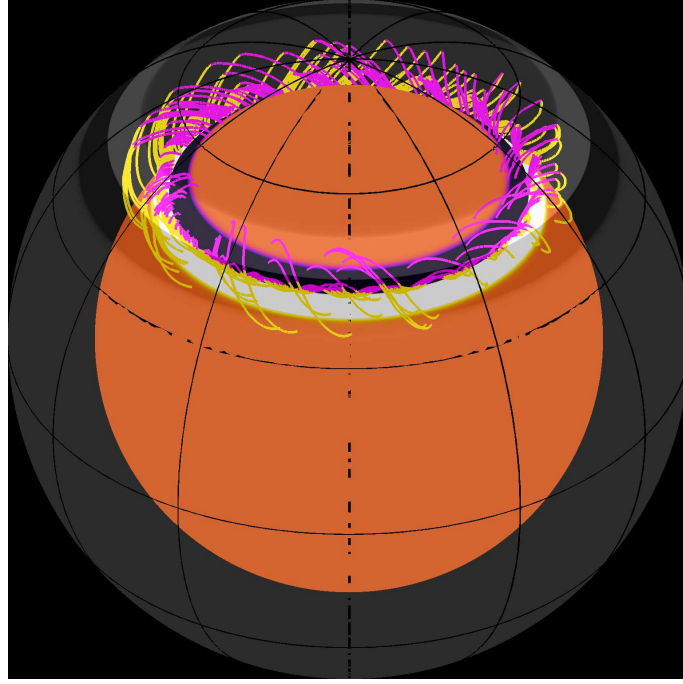
avec  $c_p$  la capacité calorifique à pression constante et  $c_v$  la capacité calorifique à volume constant et  $\gamma = c_p/c_v > 1$  l'exposant adiabatique. Par équilibre de pression et d'entropie, nous obtenons donc :

$$1 - \frac{B^2}{8\pi P_{ext}^g} = \left( \frac{\rho_{in}}{\rho_{ext}} \right)^\gamma$$

$$\frac{\rho_{in}}{\rho_{ext}} = \left( 1 - \frac{B^2}{8\pi P_{ext}^g} \right)^{1/\gamma} > 1 - \frac{B^2}{8\pi P_{ext}^g} = \frac{\rho_{in}}{\rho_{ext}}|_{eq.therm.}$$

ce qui nous donne pour le rapport des températures :

$$\frac{T_{in}}{T_{ext}} = \left( 1 - \frac{B^2}{8\pi P_{ext}^g} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} > 1 - \frac{B^2}{8\pi P_{ext}^g} = \frac{T_{in}}{T_{ext}}|_{eq.meca.}$$



F . 7.3 – Configuration initiale du tore de champ magnétique au sein de la coquille sphérique.

Dans ce cas, on a donc un rapport des densités supérieur au rapport des densités dans le cas où on se plaçait en équilibre de température. Comme ces rapports sont inférieurs à 1 (le tube est toujours moins dense que le milieu environnant, il est donc flottant), cela signifie que dans le cas d'un équilibre de pression et d'entropie, le contraste de densité entre l'intérieur et l'extérieur du tube est plus faible donc le tube est moins flottant. Cette différence avec le cas à équilibre thermique se comprend bien lorsque l'on regarde l'effet sur la température. Le rapport  $T_{in}/T_{ext}$  est inférieur à 1 donc le tube est légèrement plus froid que son environnement, donc moins flottant. On remarque également que le contraste de température est réduit dans ce cas par rapport au cas à équilibre mécanique.

Le cas de l'introduction du tore de champ magnétique à équilibre de pression et d'entropie est donc le cas intermédiaire entre l'équilibre mécanique (où le tube ne serait pas initialement flottant) et l'équilibre thermique (où la flottaison est maximale). C'est cet équilibre initial que nous choisissons, de manière à avoir un tube suffisamment flottant dès le début de la simulation sans imposer une différence de température trop brutale.

Pour calculer ce modèle, nous introduisons à l'instant initial le tore de champ magnétique axisymétrique à la base de notre coquille sphérique isentropique où le système a atteint son équilibre thermique. Dans le souci de conserver la divergence du champ  $\vec{B}$  nulle, le code ASH utilise une décomposition poloidale/toroidale :

$$\mathbf{B} = \nabla \times \nabla \times (C \mathbf{e}_r) + \nabla \times (A \mathbf{e}_r) \quad (7.7)$$

les expressions pour les potentiels toroidal  $A$  et poloidal  $C$  sont alors prescrites de la manière suivante, d'après le travail de Fan (2008) :

$$A = -A_0 r \exp \left[ - \left( \frac{r - R_t}{a} \right)^2 \right] \times \left[ 1 + \tanh \left( 2 \frac{\theta - \theta_t}{a/R_t} \right) \right] \quad (7.8)$$

$$C = -A_0 \frac{a^2}{2} q \exp \left[ - \left( \frac{r - R_t}{a} \right)^2 \right] \times \left[ 1 + \tanh \left( 2 \frac{\theta - \theta_t}{a/R_t} \right) \right] \quad (7.9)$$

où  $A_0$  est une mesure de l'intensité magnétique initiale,  $a$  est le rayon du tube,  $(R_t, \theta_t)$  est la position de l'axe du tube et  $q$  est le paramètre de twist. Le profil est donc gaussien en  $r$  et  $\theta$  et comme le tore est axisymétrique, on n'introduit pas ici de variation en longitude. D'autre part, le twist, qui sera comme nous le verrons un paramètre clé de nos modèles, est une mesure de l'intensité du champ transverse par rapport au champ longitudinal. Nous allons voir qu'il est relié à l'angle de pitch (angle entre les lignes de champ et la direction longitudinal), lui même au degré d'enroulement des lignes de champ magnétique.

Plaçons nous pour des questions pratiques à la colatitude  $\theta = \theta_t = 45^\circ$ . D'après les relations reliant les potentiels  $A, C$  et les champs  $B_r, B_\theta, B_\phi$ , nous pouvons exprimer la tangente du *pitch angle*  $\psi$  définie par  $\tan \psi = \sqrt{B_r^2 + B_\theta^2} / B_\phi$  en fonction des paramètres initiaux. Ainsi, on a :

$$B_r(r, \theta_t) = \frac{A_0 a q R_t}{r^2} \exp \left[ - \left( \frac{r - R_t}{a} \right)^2 \right]$$

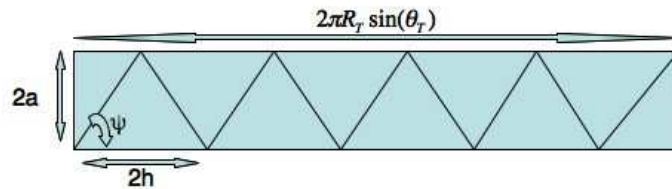
$$B_\theta(r, \theta_t) = \frac{2 A_0 q R_t (r - R_t)}{a r} \exp \left[ - \left( \frac{r - R_t}{a} \right)^2 \right]$$

$$B_\phi(r, \theta_t) = \frac{2 A_0 R_t}{a} \exp \left[ - \left( \frac{r - R_t}{a} \right)^2 \right]$$

D'où

$$\tan \psi = \frac{\sqrt{B_r^2 + B_\theta^2}}{B_\phi} = q \frac{\sqrt{a^4 + 4(r - R_t)^2 r^2}}{2r^2}$$

L'angle de pitch est donc relié au paramètre  $q$  via une fonction du rayon du tube et de sa position. Ainsi, nous voyons que le *pitch angle* c'est à dire le twist des lignes de champ magnétique est maximal lorsqu'on se place à la périphérie du tube (à  $r = R_t + a$ ) et qu'il est quasiment nul au centre (en  $r = R_t$ ). Remarquons que lorsqu'on est à  $r = R_t + a$ , le terme  $a^4$  (c'est à dire la contribution venant de  $B_r$ ) devient très faible face à l'autre terme intervenant dans l'expression de  $\tan \psi$  en fonction de  $q$  (la contribution de  $B_\theta$ ). La tangente de l'angle de pitch maximal (à la périphérie du tube) est donc en première approximation égal à  $qa/(R_t + a)$ .



F . 7.4 – Schéma représentant le lien entre le *pitch angle* et le degré d'enroulement des lignes de champ

La figure 7.4 représente schématiquement la manière dont on peut calculer le nombre de tours que font les lignes de champ autour du tube en fonction du *pitch angle*  $\psi$ . On obtient l'expression suivante pour le degré d'enroulement  $n$  des lignes de champ autour du tube :

$$n = \frac{\pi R_t \sin \theta_t}{2a} \tan \psi$$

Ainsi, par exemple, nous utiliserons souvent la valeur de  $q = 15$  pour le paramètre de twist, ce qui correspondra à un *pitch angle* d'environ  $30^\circ$  et donc à un degré d'enroulement des lignes de champ d'environ 16 tours sur la longueur du tube.

Nous sommes donc dans la situation où nous introduisons à la base de la zone convective une structure magnétique définie par plusieurs paramètres, possédant une flottaison initiale positive. Ainsi, nous modélisons l'existence de champs magnétiques toroidaux intenses créés dans la tachocline par rotation différentielle et qui vont par flottaison magnétique s'élever dans la zone convective du Soleil pour émerger à la surface créant ainsi des tâches actives.

L'étude de ce cas non-convectif va nous permettre de faire apparaître quelques paramètres fondamentaux dans l'évolution non-linéaire du tube dans une coquille sphérique et de comparer nos résultats aux calculs cartésiens existant. De plus, nous aurons alors à notre disposition un cas de référence pour l'étude des cas non-axisymétriques et les cas en zone convective turbulente. En effet, les calculs dynamo tels que ceux de Browning et al. (2006) ainsi que les travaux en zone radiative de Brun et Zahn (2006); Zahn et al. (2007) montrent que le champ magnétique à la base de la zone convective est très probablement organisé sous forme de structures non-axisymétriques, nous étudions donc ce type de configuration dans la section 7.2.4. D'autre part, la couche supérieure du Soleil est le lieu de mouvements convectifs susceptibles de fortement modifier les structures magnétiques flottantes, c'est ce que nous verrons dans le chapitre 8.

## 7.2 Role de différents paramètres

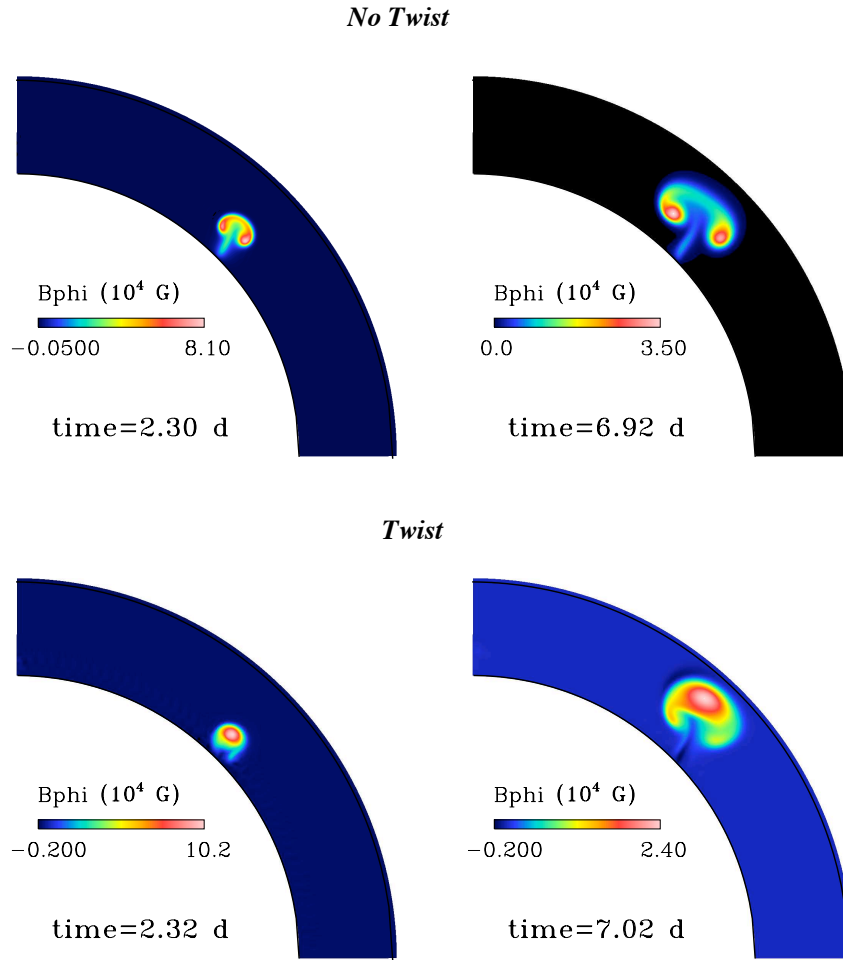
### 7.2.1 Le paramètre de torsion (twist)

Comme nous l'avons vu en introduction, dès les premiers calculs multidimensionnels cartésiens, le twist des lignes de champ c'est à dire le degré d'enroulement des lignes de champ autour du tube s'est révélé être un paramètre fondamental de l'évolution d'une structure toroidale dans la zone convective solaire. Encore aujourd'hui, ce paramètre mal contraint (en tout cas dans le Soleil profond) est source de questionnement. Notre étude avec le code ASH, qui résout les équations complètes de la MHD, a permis de confirmer qu'en géométrie sphérique également, un twist initial était nécessaire pour maintenir la cohérence du tube durant son ascension dans la zone convective. En effet, un twist initial induit une tension magnétique qui s'oppose au couple gravitationnel agissant sur le tube qui tend à tirer l'apex du tube vers le haut beaucoup plus rapidement que la périphérie et donc à déformer le tube jusqu'à sa fragmentation en deux vortex contrarotatifs.

Un résultat intéressant avec l'angle de pitch des lignes de champ magnétique est que ce n'est pas un paramètre constant de nos simulations. En effet, il évolue au cours de la montée du tube, ce qui paraît nécessaire car le seuil de l'angle de pitch varie comme l'inverse de la racine carrée de  $H_p$  et que d'après la figure 7.1,  $H_p$  diminue donc le seuil de twist augmente. Ainsi, dès Parker (1974), on sait que l'augmentation du rayon du tube conduit à un redressement des lignes de champ qui s'enroulent autour de l'axe et donc à un angle de pitch plus important. C'est une conséquence directe de la conservation de flux magnétique. Ce résultat a été quantifié précisément par Cheung et al. (2006) qui montre que la tangente de l'angle de pitch varie proportionnellement au rayon du tube. Ceci est en effet conforme avec notre évaluation de l'angle de pitch maximal  $qa/(R_t + a)$ . Dans notre cas, nous trouvons donc bien une augmentation du rapport entre le champ transverse et le champ longitudinal lors de la montée du tube, comme le montre la figure 7.6.

Le twist des lignes de champ magnétique est donc nécessaire au maintien de la forme du tube durant son ascension. Ainsi, dans les calculs qui vont suivre, nous imposerons toujours un twist suffisant aux lignes de champ pour que le tube soit en mesure de monter au sein de la zone isentropique sans subir cette déformation en 2 vortex contra-rotatifs.



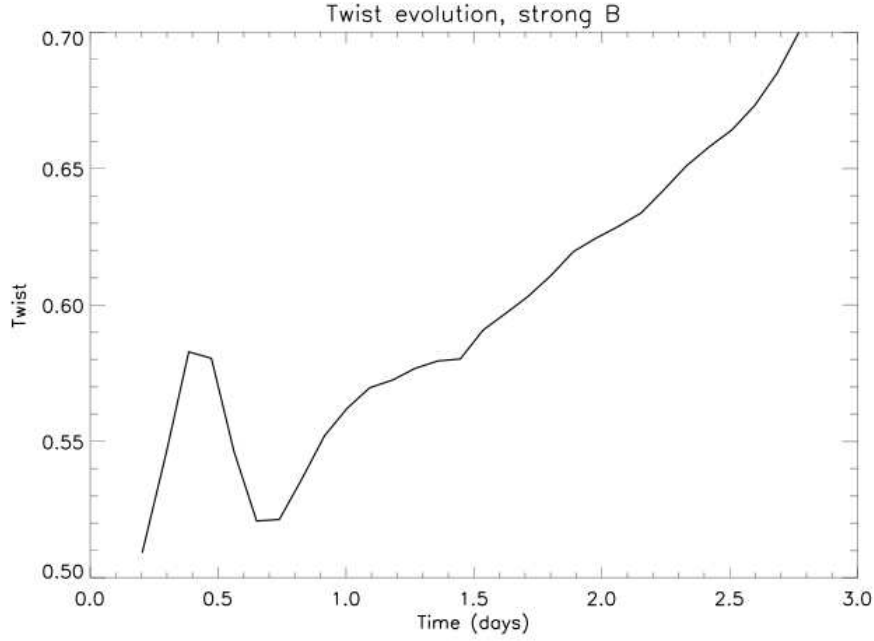


F . 7.5 – Coupes de  $B_\phi$  dans le cas non torsadé où  $q = 0$  (panneaux supérieurs) et torsadé où  $q = 15$  (panneaux inférieurs) à deux instants de l'évolution, 2 et 7 jours. Nous remarquons dans le cas non torsadé la création de deux concentrations de flux (accompagnée de la création de vorticité) et l'arrêt de l'ascension du tube qui se déforme horizontalement.

### 7.2.2 L'influence de la rotation

Comme il avait été montré par Choudhuri et Gilman (1987) dans des calculs *thin flux tube*, la rotation et donc la force de Coriolis ont une action sur la trajectoire de montée du tube. Dans ce cas, l'intensité initiale de champ magnétique apparaît comme un paramètre important de l'évolution de la structure puisque la rotation aura moins le temps d'agir sur un tube magnétiquement plus fort. Dans nos calculs isentropiques, nous remarquons deux effets majeurs de la rotation rigide sur le tore de champ magnétique : la rotation tend à freiner le tube d'une part et à encourager une déviation de la trajectoire du tube vers les pôles.

Le premier effet est due à la composante radiale de la force centrifuge qui tend à s'opposer à la poussée d'Archimède, rendant ainsi moins efficace la flottaison du tube. Moreno-Insertis et al. (1992) l'avaient montré dans un cas simple de tube fin axisymétrique et dans un domaine en rotation au taux  $\Omega$



F . 7.6 – Evolution de la tangente du *pitch angle* des lignes de champ magnétique au cours de l’ascension dans la zone isentropique

en écrivant l’équation gouvernant l’évolution de la vitesse radiale :

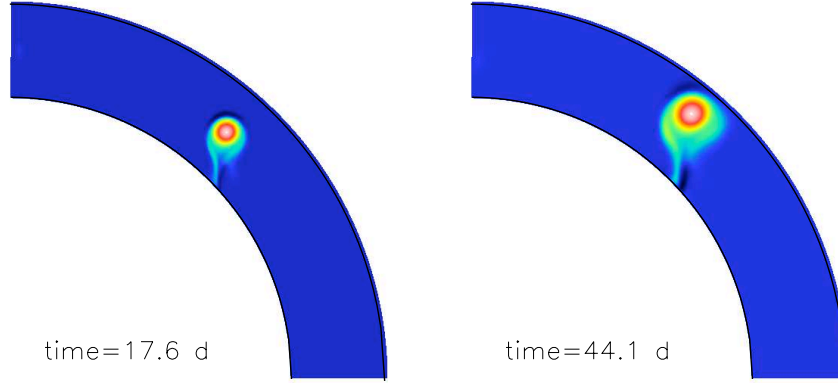
$$\frac{\partial v_r}{\partial t} = -\frac{\Delta\rho}{\rho}(g - r \sin^2 \theta \Omega^2) - \frac{B_\phi^2}{4\pi r \rho} + 2 \sin \theta v_\phi \Omega$$

Le premier terme du membre de droite ici représente la flottaison modifiée par la présence de rotation, on remarque d’autre part que le terme de force centrifuge est proportionnel au carré du sinus de la colatitude, ce qui signifie que le freinage due à la rotation sera plus efficace à basse latitude. Nous verrons dans le paragraphe suivant les effets dus au choix de la latitude initiale d’introduction du tube de champ magnétique.

L’effet de déviation par rapport à la trajectoire radiale du tube est du à la création au sein de la structure magnétique d’un écoulement zonal rétrograde  $v_\phi$  pratiquement dès le début de l’évolution. Il résulte de la conservation du moment cinétique total  $r \sin \theta (r \sin \theta \Omega_0 + v_\phi)$  au sein du tube. Cet écoulement rétrograde a pour effet de créer localement une force de Coriolis orientée vers l’axe de rotation de l’étoile. Ainsi, cette force de Coriolis compense en partie la composante perpendiculaire à l’axe de rotation de la force de flottaison alors que sa composante parallèle à l’axe reste importante. Ainsi, le tube est dévié de sa trajectoire radiale initialement imposée par la poussée d’Archimède non compensée par la force de Coriolis (initialement, le plasma dans le tube est soumis à la même rotation que le milieu ambiant). Encore une fois, cet effet n’est pas aussi important à toutes les latitudes comme nous pouvons d’ores et déjà l’imaginer si l’on considère la géométrie du problème. Nous voyons par exemple que l’introduction d’un tube exactement à l’équateur impliquera une force de flottaison dans la même direction (mais dans le sens opposé) que la force de Coriolis générée par la conservation du moment cinétique du tube. Ainsi aucune déviation à la trajectoire radiale ne sera observée dans ce cas.

C’est pour cet effet particulier que l’intensité initiale de champ magnétique sera importante. En effet, si la force de Coriolis est suffisamment élevée pour compenser la composante perpendiculaire à l’axe de rotation de la flottaison magnétique, la seule force agissant sur le tube sera la composante de la flottaison

parallèle à l'axe. On se retrouve dans cette situation avec un tube de flux qui va monter parallèlement à l'axe du tube. Conformément aux résultats de Fan (2008), nous trouvons que dans le cas d'un tube introduit à une intensité initiale de  $10^5$  G, la trajectoire de montée est orientée vers les pôles, c'est ce qu'illustre la figure 7.7.



F . 7.7 – Coupes de  $B_\phi$  dans le cas où le tube est introduit avec une intensité de  $10^5$  G, on observe clairement une montée parallèle à l'axe de rotation et non suivant la trajectoire radiale

Pour que la montée soit radiale, il nous faut donc introduire un tube suffisamment fort. Nous trouvons que la valeur du champ initial de transition entre une trajectoire radiale et une trajectoire orientée vers les pôles se situe à environ  $1.3 \times 10^5$  G. Nous nous placerons donc dans la suite de ces calculs dans un cas où  $B_0$  est supérieur à cette valeur, c'est à dire à  $B_0 = 1.8 \times 10^5$  G.

### 7.2.3 L'influence de la latitude d'introduction

Nous venons de voir que du fait de notre domaine de calcul qui est à géométrie sphérique, et donc de la dépendance en latitude des forces liées à la rotation, il est très probable que le comportement de tores de champ magnétique introduits à plus ou moins haute latitude sera différent. En effet, les précédents calculs *thin flux tube* en géométrie sphérique (mais en 2D) montraient déjà la différence de trajectoire de tubes introduits à haute ou basse latitude.

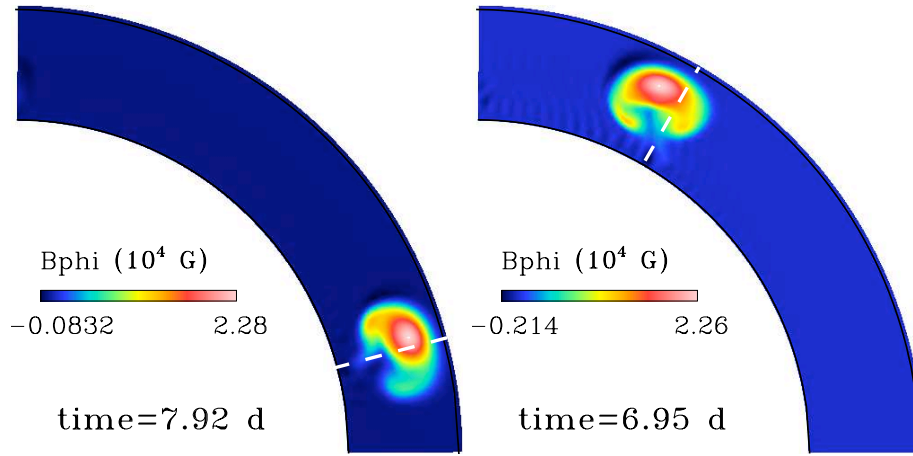
Dans nos calculs MHD, nous avons ainsi choisi d'étudier le comportement de tubes introduits à  $15^\circ$ ,  $45^\circ$  et  $60^\circ$  de latitude. Ainsi, nous remarquons effectivement des différences de comportement. Premièrement, comme nous pouvions le soupçonner en regardant l'équation d'évolution de la vitesse radiale dans le paragraphe précédent qui fait apparaître le terme de flottaison modifiée par la force centrifuge, un tube introduit à basse latitude sera plus freiné dans son ascension qu'un tube introduit à haute latitude. Le test sans rotation confirme bien que des tubes d'intensité magnétique identique montent à la même vitesse quelque soit leur latitude initiale. Ainsi, nous obtenons un premier effet de la latitude d'introduction.

Comme nous l'avons également évoqué dans le paragraphe précédent, la déviation de la trajectoire de la structure vers les pôles est plus prononcée à hautes latitudes. En effet, l'écoulement zonal rétrograde crée une force de Coriolis locale liée au tube orientée vers l'axe de rotation. La force de flottaison, elle, est orientée selon la direction radiale et sa projection sur la direction perpendiculaire à l'axe de rotation tend donc à s'opposer à la force de Coriolis. Sa projection sur la direction parallèle à l'axe est responsable de la déviation vers les pôles évoquée plus tôt. Cette projection est proportionnelle à  $\cos \theta$  et comme c'est une fonction croissante de la latitude, la déviation apparaît plus importante à hautes latitudes.

Enfin, les termes de rotation agissant sur le tube ne sont pas les seuls à être dépendants de la latitude.

Ainsi, comme l'avait montré Spruit et van Ballegooijen (1982), le tube est sujet, lors de son ascension, à une force de courbure magnétique (ou hoop stresses) qui possède elle-même une composant orientée vers les pôles et qui agit sur l'évolution de la vitesse latitudinale  $v_\theta$ . Ce terme est proportionnel à  $B_\phi^2/(4\pi r\rho) \cot \theta$ , avec toujours  $\theta$  la colatitude. Ainsi, l'accélération dans la direction de  $\vec{e}_\theta$  étant proportionnelle à  $\cot \theta$ , elle est plus active à hautes latitudes et par conséquent, la déviation vers les pôles due à cet effet de courbure magnétique sera également plus prononcé lorsque le tube est introduit à hautes latitudes.

Ces effets sont représentés sur la figure 7.8 qui montre la différence d'évolution de tubes introduits à  $15^\circ$  et  $60^\circ$ . Nous remarquons notamment que le tube introduit à basse latitude a été plus freiné que le tube introduit à  $60^\circ$  (il atteint le haut du domaine en seulement 8 jours contre 7 jours pour le tube à haute latitude) et qu'il a été moins dévié de sa trajectoire radiale, pour les raisons évoquées précédemment.



F . 7.8 – Coupes de  $B_\phi$  dans le cas où le tube est introduit à  $15^\circ$  (figure de gauche) et  $60^\circ$  (figure de droite) lorsqu'il a environ atteint le haut du domaine.

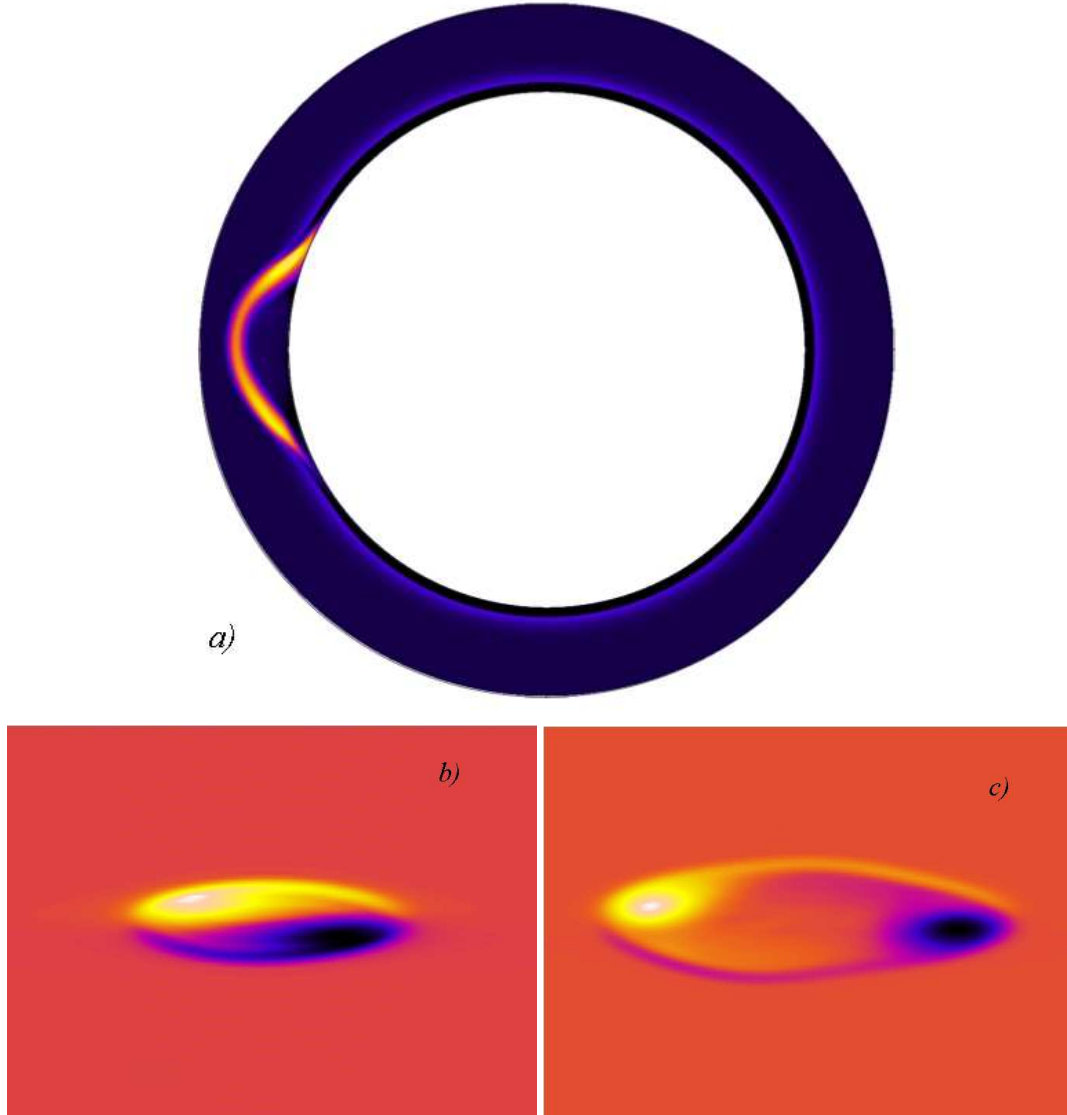
#### 7.2.4 Introduction de boucles $\Omega$ et régions émergentes

L'étude en géométrie sphérique de l'émergence de tubes de flux magnétiques dans une zone isentropique nous a permis de confirmer l'importance du twist des lignes de champ magnétique, de la latitude initiale du tube et de l'intensité initiale de champ magnétique. Dans les cas contenus dans l'article situé à la fin du chapitre, la structure magnétique est introduite de manière axisymétrique. Aucun effet non-axisymétrique n'agit sur la structure durant sa montée et de fait, le tube émerge de manière similaire à toutes les longitudes. Ces cas nous permettent donc d'apprécier le comportement du tube de flux et son déplacement à la fois en rayon et en latitude au sein d'une zone isentropique sans convection mais n'expliquent pas la formation de régions actives à des longitudes particulières comme on l'observe dans le Soleil. Ainsi, il est important d'introduire des effets non-axisymétriques dans ce type de modèles, par exemple en considérant un tube possédant une flottaison magnétique non uniforme suivant l'azimut (Abbott et al. 2000; Fan 2008). Pour réaliser ce type de modèle, on peut par exemple rendre le tube plus flottant (donc moins dense) sur une certaine portion en augmentant sa température sur cette portion, ou encore en imposant une entropie plus forte. Dans notre cas, une modulation en  $\phi$  est imposée sur la fluctuation d'entropie de manière à rendre seulement une portion flottante et maintenir le reste à une densité

plus forte, la fluctuation d'entropie possède alors initialement la dépendance en  $\phi$  suivante :

$$S'(r, \theta, \phi) \propto -K + \exp\left(-\left(\frac{\phi - \phi_0}{\phi_{extent}}\right)^2\right)$$

où  $K$  est une constante permettant de rendre le reste du tube plus ou moins dense (on peut par exemple même forcer l'équilibre mécanique en compensant la flottaison due à la présence de la structure magnétique), où  $\phi_0$  permet de choisir l'azimut du milieu de la portion plus flottante et où  $\phi_{extent}$  introduit une extension en azimut plus ou moins grande.



F . 7.9 – a) : Coupe de  $B_\phi$  à  $\theta = 45^\circ$ . b) et c) : vue du dessus du champ radial à 2 instants différents de l'émergence dans le cas où l'on impose une flottaison non uniforme le long de l'azimut  $\phi$ .

La figure 7.9 représente une coupe à latitude constante de la composante azimutale du champ magnétique après quelques jours d'évolution dans la zone isentropique et la structure de la région émergente (le champ radial) près de la limite supérieure du domaine, vue du dessus. On voit alors clairement sur cette figure que seulement une partie du tube émerge à la surface solaire, créant ainsi une région active bipo-

laire concentrée en longitude, mimant l'apparition de taches à la surface de notre étoile. La structure de cette région émergente est assez caractéristique de taches actives observées nommées "tongues", qui sont des régions possédant une structure allongée le long de la direction Est-Ouest, en forme d'un symbole Yin-Yang (López Fuentes et al. 2000). Cette forme est caractéristique de la quantité de twist introduite, un tube non torsadé n'aurait en effet pas exhiber le même type de structure lors de son émergence.

Nous notons sur cette figure le léger tilt de la droite reliant les deux polarités par rapport à la direction Est-Ouest. Ce tilt, comme on l'a vu, est effectivement observé pour les taches actives émergentes, ce phénomène est connu sous le nom de loi de Joy. Il serait dû à l'action de la force de Coriolis sur la boucle durant son ascension dans la zone convective qui tend à tordre la boucle dans le sens des aiguilles d'une montre dans l'hémisphère Nord (D'Silva et Choudhuri 1993). Toutefois, d'autres raisons ont été invoquées pour expliquer une telle orientation des régions actives bipolaires. Fan et al. (1994) ont par exemple prédit théoriquement une relation entre l'angle de tilt  $\lambda_t$ , la latitude d'émergence  $\theta_{em}$ , l'intensité magnétique initiale  $B_0$  et le flux magnétique  $\Phi$  du type  $\lambda_t \propto \theta_{em} B_0^{-5/4} \phi^{1/4}$ , indiquant que le flux magnétique serait d'une grande importance dans l'établissement de la loi de Joy. Des travaux observationnels récents de Kosovichev et Stenflo (2007) semblent indiquer le contraire. Ils ont effectué une étude systématique sur plus de 500 régions émergentes observées avec l'instrument MDI de SOHO entre 1996 et 2006, en utilisant des magnétogrammes du disque complet obtenus avec une cadence de 96 mn. Ils trouvent alors d'une part qu'il n'y a pas de relation entre le flux total et l'angle de tilt, écartant alors l'hypothèse de Fan et al. (1994). D'autre part, leur étude indique que l'angle de tilt initial peut être assez différent de la loi de Joy mais que les polarités opposées semblent se réarranger rapidement après l'émergence pour obtenir la bonne orientation. Ceci semblerait mettre en défaut la thèse selon laquelle la force de Coriolis agissant dans l'intérieur solaire sur les structures flottantes serait la responsable du tilt. Ce serait effectivement plutôt la rotation différentielle dans les couches de sous-surface du Soleil qui créeraient cette orientation particulière lors de l'émergence. Enfin, ces résultats doivent être nuancés car l'intensité du twist des lignes de champ ainsi que les mouvements convectifs dans le Soleil sont très susceptibles de modifier l'orientation des taches actives lors de leur émergence, comme nous le verrons dans le chapitre suivant.

La figure 7.9 montre également qu'une asymétrie existe entre les deux taches émergentes. En effet, lors de sa montée, la boucle conserve son moment cinétique ce qui induit un écoulement rétrograde au sein du tube (e.g. Caligari et al. (1995)). Cet écoulement rétrograde a alors pour effet de causer une différence de vitesse entre le sommet de la boucle et ses pieds et procure ainsi à la boucle une forme asymétrique. Cette asymétrie durant l'émergence de la boucle a pour effet de créer des différences entre la polarité de tête et la polarité de queue de la région émergente. En effet, la tache de tête va s'éloigner plus rapidement de la région émergente comparativement à la tache de queue. De plus, cette asymétrie pourrait également expliquer le fait que la ligne d'inversion semble être plus près de la tache de queue que de la tache de tête. Ces caractéristiques ont été observées grâce à des magnétogrammes vectoriels (van Driel-Gesztelyi et Petrovay 1990). De plus, dans nos simulations, l'intensité du champ magnétique dans la polarité de queue est plus importante que l'intensité de la tache de tête, ce résultat apparaissait également dans des simulations de type "tubes fins" notamment dans Fan et Fisher (1996). Ainsi, la structure des régions émergentes dans ce type de simulations est assez conforme aux observations et c'est donc grâce au fait que les structures magnétiques puissent s'arquer que nous obtenons un champ radial en surface similaire à ce qui peut être observé dans les régions actives. Toutefois, dans ces travaux récents, Fan (2008) souligne que si le twist initial des lignes de champ est négatif (ou "left-handed") conformément aux observations, les structures émergentes sont orientées dans la direction opposée à celle imposée par la loi de Joy. Elle précise que pour que la loi de Joy soit réalisée tout en ayant le bon signe du twist (i.e. celui qui est conforme aux observations), il faut que ce twist soit faible pour que l'action de la force de Coriolis (qui donne à la région bipolaire la bonne orientation) soit dominante. Dans nos cas, le tube a toujours été introduit avec un twist positif, donnant ainsi la bonne orientation des

taches lors de leur émergence. Il convient donc aujourd'hui de mieux comprendre l'origine de la loi de Joy et le rôle du twist des lignes de champ dans son établissement.

### 7.2.5 Conclusions

L'introduction de tubes de champ magnétique dans une zone stable a permis d'identifier l'influence de certains paramètres tels que le twist des lignes de champ, l'intensité initiale de champ magnétique, la latitude initiale du tube ou encore l'effet global de la rotation. Dans la mesure où ce type de modèles nous permet de mieux comprendre la création de régions actives à la surface de notre étoile, il convient d'introduire des effets non-axisymétriques conduisant à l'émergence de longitudes privilégiées. En imposant une modulation azimutale de la flottaison du tube, on obtient des structures arquées qui émergent à la surface sous forme de régions bipolaires aux caractéristiques assez proches de ce qui peut être observé. Notre but à présent est de progresser vers des modèles plus réalistes de l'émergence de flux magnétique au sein du Soleil. On peut noter par exemple que la non-axisymétrie des structures magnétiques pourraient être dues aux instabilités MHD existant en zone radiative Brun et Zahn (2006); Zahn et al. (2007) ou dans la tachocline. Par exemple, l'instabilité de Tayler  $m=1$  (Tayler 1973) serait éventuellement en mesure de créer à partir d'un champ toroidal axisymétrique, une structure en forme de boucle  $\Omega$  qui serait par la suite flottante dans la zone convective. Ce n'est pas à ce type de modèles auxquels nous nous sommes intéressés dans le chapitre suivant mais ils constituent indéniablement une perspective intéressante à notre travail. C'est plutôt aux mouvements de matière dans la zone convective et à leurs effets sur un tube de flux sur lesquels nous nous sommes concentrés. Dans notre étoile, au-dessus de  $0.713R_{\odot}$ , des mouvements convectifs agitent le plasma et sont susceptibles d'interagir avec un champ magnétique confiné du type de celui que l'on a introduit dans ces modèles isentropiques. En effet, dans un certain régime de paramètres, les écoulements ascendants et descendants vont être en mesure de déformer le tube durant sa montée et donc de favoriser des zones d'émergence, comme l'ont déjà montré Fan et al. (2003) dans leur étude en géométrie cartésienne. L'étude de ces cas en zone convective sphérique 3D en présence d'écoulements à grande échelle et la structure des régions émergentes est l'objet du chapitre suivant.

---

# **3D non-linear evolution of a magnetic flux tube in a spherical shell : the isentropic case**

L. Jouve & A.S. Brun

Astronomische Nachrichten, 2007, 328, N°10, pp. 1104-1107



# 3-D non-linear evolution of a magnetic flux tube in a spherical shell: The isentropic case

L. Jouve<sup>\*</sup> and A.S. Brun

Laboratoire AIM, CEA/DSM-CNRS-Université Paris Diderot, DAPNIA/SAp, 91191 Gif sur Yvette, France

Received 2007 Aug 31, accepted 2007 Nov 14

Published online 2007 Dec 15

**Key words** magnetohydrodynamics (MHD) – methods: numerical – Sun: interior – Sun: magnetic fields

We present recent 3-D MHD numerical simulations of the non-linear dynamical evolution of magnetic flux tubes in an adiabatically stratified convection zone in spherical geometry, using the anelastic spherical harmonic (ASH) code. We seek to understand the mechanism of emergence of strong toroidal fields from the base of the solar convection zone to the solar surface as active regions. We confirm the results obtained in cartesian geometry that flux tubes that are not twisted split into two counter vortices before reaching the top of the convection zone. Moreover, we find that twisted tubes undergo the poleward-slip instability due to an unbalanced magnetic curvature force which gives the tube a poleward motion both in the non-rotating and in the rotating case. This poleward drift is found to be more pronounced on tubes originally located at high latitudes. Finally, rotation is found to decrease the rise velocity of the flux tubes through the convection zone, especially when the tube is introduced at low latitudes.

© 2007 WILEY-VCH Verlag GmbH & Co. KGaA, Weinheim

## 1 Introduction

The Sun possesses a large variety of magnetic phenomena such as sunspots following an 11-yr cycle, explosive flares or CME's. Such active regions on the solar surface are believed to take their origin from strong toroidal fields created at the base of the convection zone (CZ). We thus need to understand the rising mechanisms of strong toroidal structures through the CZ. Many models carried out since the 80's relied on the assumption that toroidal flux is organized in the form of discrete flux tubes which will rise cohesively from the base of the CZ up to the solar surface (see Cattaneo, Brummell & Cline 2006, however, for a less idealized idea of the topology of buoyant flux structures). The first models using “thin flux tube approximation” (Spruit 1981) showed that the initial strength of magnetic field was an important parameter in the evolution of the tube. They also showed that an uncompensated magnetic curvature force could deflect the trajectory of the tube poleward, making the tube emerge at very high latitudes, contrary to what is observed in the Sun (Spruit & van Ballegoijen 1982; Moreno-Insertis, Schüssler & Ferriz Mas 1992). These results were also obtained in axisymmetric simulations of flux tubes in a rotating background (Choudhuri & Gilman 1987). More sophisticated multidimensional models in cartesian geometry were then developed (see review of Fan 2004). These calculations showed that a sufficient twist is needed to maintain the coherence of the tube during its rise (e.g. Emonet & Moreno-Insertis 1998). We here present the first attempt to study the 3-D full MHD evolution of toroidal flux tubes in spherical geometry, focusing on the effects of the twist of

the field lines, of rotation and of the initial latitude of the tube on its emergence.

The paper is organized in the following manner. In Sect. 2, we present the initialization of the model; in Sect. 3 we discuss the effects of the twist of the field lines, of a background rotation and of the initial latitude on the dynamical evolution of the flux tube and we conclude in Sect. 4.

## 2 The model: initial conditions and background state

We use the ASH code (anelastic spherical harmonic, see Brun, Miesch & Toomre 2004 for details) to solve in three dimensions the MHD equations in a convective spherical shell. ASH uses the anelastic approximation that filters sound waves without suppressing the effects of density stratification. Solar values are used for the rotation rate and luminosity, and the initial stratification is obtained from a one-dimensional solar structure model. All the simulations are computed in a shell with  $r \in [0.7, 0.96] R_{\odot}$  with the resolution  $N_r = N_{\theta} = N_{\phi}/2 = 256$ .

To compute the model, we introduce at the starting time a torus of magnetic field in entropy equilibrium with the surrounding medium at the base of the computational domain and we let this MHD-simulation evolve. In this first paper, we will not address how such coherent idealized magnetic flux tubes are created within the Sun. This regular axisymmetric magnetic structure is embedded in an unmagnetized stratified medium. We choose for simplicity to keep the tube axisymmetric. We could have introduced an inhomogeneous tube with respect to longitude in our 3-D simulation, to study for example  $\Omega$ -loops emergence. However, our

<sup>\*</sup> Corresponding author: ljouve@cea.fr

main goal here is to have a reference case to which we will compare our fully convective non isentropic simulations in a follow up paper (Jouve & Brun 2008). In order to keep a divergenceless magnetic field, we use a toroidal-poloidal decomposition,

$$\mathbf{B} = \nabla \times \nabla \times (C \mathbf{e}_r) + \nabla \times (A \mathbf{e}_r). \quad (1)$$

The expressions used for the potentials  $A$  and  $C$  for the flux tubes are

$$A = -B_0 r \exp \left[ - \left( \frac{r - R_t}{a} \right)^2 \right] \times \left[ 1 + \tanh \left( 2 \frac{\theta - \theta_t}{a/R_t} \right) \right], \quad (2)$$

$$C = -B_0 \frac{a^2}{2} q \exp \left[ - \left( \frac{r - R_t}{a} \right)^2 \right] \times \left[ 1 + \tanh \left( 2 \frac{\theta - \theta_t}{a/R_t} \right) \right], \quad (3)$$

where  $B_0$  is a measure of the initial field strength,  $a$  is the tube radius,  $(R_t, \theta_t)$  is the position of the tube center and  $q$  is the twist parameter. The entropy gradient of the background state is set to zero so that we do not trigger the convection instability in this study. The density contrast between the top and the bottom of the CZ is here about 40 and the tube radius is set to  $2 \times 10^9$  cm, about 0.4 times the pressure scale height at the base of the CZ. We compute an untwisted case (the initial field is exclusively oriented in the direction of the tube, i.e.  $q = 0$ ), a twisted case (with a twist above the threshold of Eq. 4), cases with tubes located at three different latitudes (namely at  $15^\circ$ ,  $45^\circ$  and  $60^\circ$ ) in a rigidly rotating shell and we will compare them with a non-rotating computation.

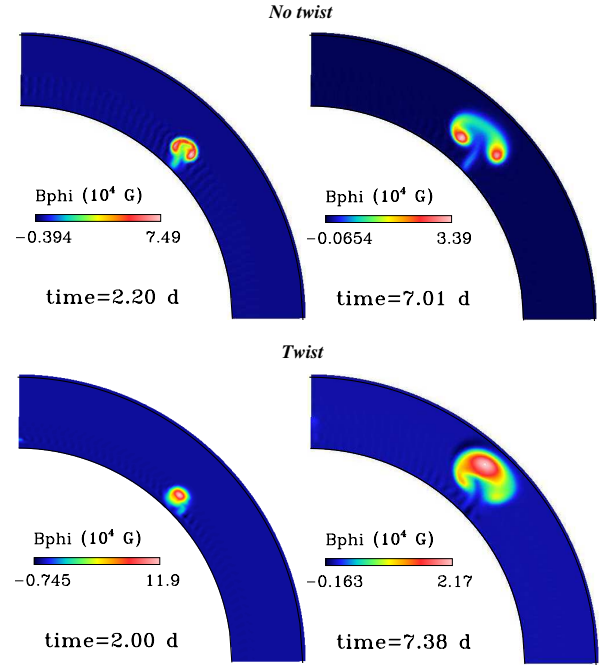
### 3 Dynamical evolution of the tube

Since the tube is introduced in entropy and pressure equilibria it possesses a lower density than the surrounding medium. Consequently, the tube is buoyant and begins to rise.

#### 3.1 Untwisted vs. twisted tubes

Figure 1 shows the results of the evolution, in a shell rotating at the rate  $\Omega_0 = 2.6 \times 10^{-6} \text{ rad s}^{-1}$ , of a flux tube with an initial intensity of  $1.8 \times 10^5$  G and located at a latitude of  $45^\circ$  in both the untwisted case and in the twisted case (with a twist above the threshold, see discussion below), at two instants of the dynamical evolution.

We clearly see in the case without twist (top row of Fig. 1), the formation of two counter vortices, splitting the tube in two parts while it rises. As shown in Emonet & Moreno-Insertis (1998), this splitting can be understood by studying the equation for azimuthal vorticity. If we do not have any twist, the projection of the Lorentz force on the



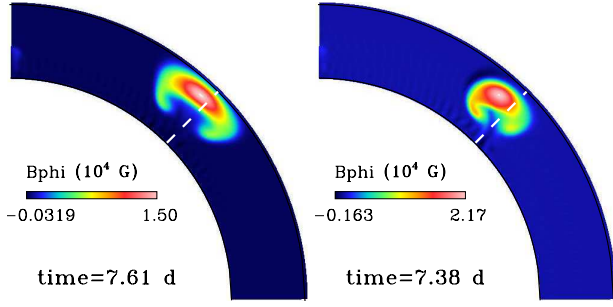
**Fig. 1** (online colour at: [www.an-journal.org](http://www.an-journal.org)) The four panels are snapshots of  $B_\phi$  for the untwisted case (two upper panels) and the twisted case (two lower panels), cut at a specific longitude, shown in a northern quadrant of the sphere, after 2 days (left panels) and 7 days (right panels) of evolution.

transverse plane, which constitutes a sink of vorticity, vanishes. Consequently, no processes can counteract the generation of vorticity due to the gravitational torque which results in the formation of two counter vortices as the tube rises. In the twisted case (lower row of Fig. 1), with a twist above a certain threshold, magnetic tension prevents vorticity to be created in the main body of the tube by counteracting the deformation of the field lines: the tube remains coherent during its rise.

By setting the gravitational torque to be equal to the projection of the Lorentz force in the equation for the azimuthal vorticity, we can determine the threshold above which the twist of the field lines can counteract the creation of two counter vortices inside the tube. Defining the pitch angle  $\psi$  as the angle between the direction of the vector magnetic field and the longitudinal direction, we derive

$$\sin \psi = \frac{\sqrt{(B_r^2 + B_\theta^2)}}{B} \geq \sqrt{\frac{a}{H_p}} \times \sqrt{\left| \frac{\Delta \rho}{\rho} \right| \frac{\beta}{2}}, \quad (4)$$

where  $H_p$  is the pressure scale height at the base of the CZ,  $\Delta \rho / \rho$  is the density deficit inside the tube compared to the background stratification divided by the background density at the tube center and  $\beta$  is the plasma- $\beta$  associated with the tube. In our case, the threshold value is equal to 0.32 (corresponding to a pitch angle of  $18.7^\circ$ ). In the twisted case, we then use for  $\sin \psi$  a value of 0.52 (corresponding to a pitch angle of  $31.3^\circ$ ), i.e. well above the threshold, so that the tube is able to rise cohesively through the entire CZ.



**Fig. 2** (online colour at: [www.an-journal.org](http://www.an-journal.org)) Cut at a constant longitude of  $B_\phi$  after about 7 days of evolution of a flux tube initially located at the base of the CZ at  $\theta = 45^\circ$  in the case of a non-rotating shell (left panel) and in a rotating case (right panel). The dashed lines represent the purely radial trajectory in each case.

This amount of twist can be related to the winding degree  $n$  of the field lines by the following formula:

$$n = \frac{\pi R_t \sin \theta_t}{2a} \tan \psi, \quad (5)$$

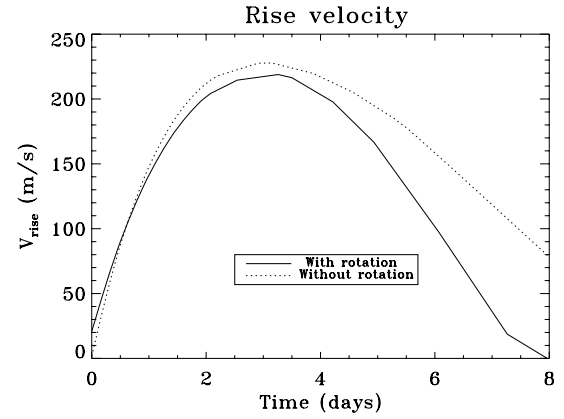
which gives in our case a winding degree of about 17. At the threshold, this would correspond to a winding degree of about 9.

### 3.2 Effects of rotation

To investigate the influence of rotation in our simulations, we compute a case where we remove the reference frame rotation. The initial latitude of the magnetic torus is still  $45^\circ$  and the tube is still introduced at the base of the convection zone, i.e. at about  $0.75 R_\odot$ . Figure 2 shows the behavior of the tube in the non-rotating case (left panels) and in the rotating case after about 7 days of evolution.

The most striking point is that in the non-rotating case, the tube remains much more symmetric with respect to the trajectory of the apex in a constant longitude plane. On the contrary, in the rotating case, we clearly see the distortion of the tube caused by the Coriolis force, the flux tends to be concentrated in the lobe which is closer to the rotation axis.

Figure 2 also shows the poleward slip of the flux tube characterized by the deviation to the purely radial trajectory represented by the dashed line. In the non-rotating case, the latitudinal component of the magnetic curvature acts to drag the tube poleward as it cannot be compensated by any equatorward force. The deviation angle to the radial direction is determined by comparing the latitude of the maximum of  $B_\phi$  to its initial latitude. It is equal to  $1.7^\circ$  in this case. In the rotating case, a retrograde zonal flow is created inside the tube which induces a Coriolis force directed towards the Sun's rotation axis which acts to deflect the trajectory of the tube poleward. Thus, we note that the deviation to the radial trajectory in this case is even more pronounced, reaching the value of about  $3.8^\circ$ . Another striking difference between the two configurations resides in the rise velocity. Indeed, looking at Fig. 2, we see that at about the same instant, the tube



**Fig. 3** Rise velocity of the flux tube in the rotating and non-rotating cases.

in the rotating case has not risen as high in the CZ as the tube in the non rotating case.

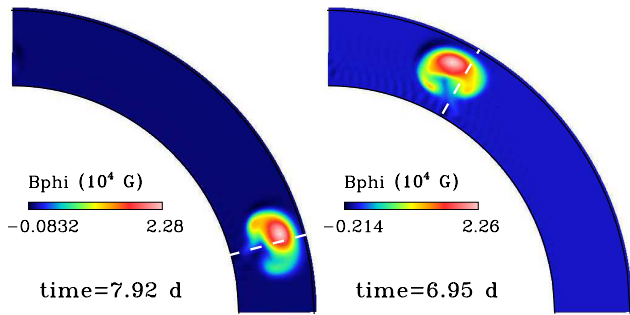
By following the position of the maximum of  $B_\phi$  with respect to time, we are able to determine the profile of the rise velocity of the tube. Figure 3 shows the evolution of the rise velocity of the flux tube in both cases. We note that the accelerating phase is similar, the maximum speed is about the same (about  $220 \text{ m s}^{-1}$ ) but the decelerating phase is significantly modified in the rotating case. Indeed, the radial component of the centrifugal force decreases the tube velocity so that after 6 days of evolution, the rise velocity of the tube in the non-rotating case is about 1.5 times that of the tube in the rotating case. This can be explained by looking at the equation of evolution of the radial velocity in the simplified model of a thin axisymmetric flux tube in spherical geometry (Moreno-Insertis et al. 1992) which reads (assuming that the rotation rate  $\Omega$  of the tube is equal to the rotation rate of the surrounding medium and neglecting the advection terms):

$$\frac{\partial v_r}{\partial t} = -\frac{\Delta \rho}{\rho} (g - r \sin^2 \theta \Omega^2) - \frac{B_\phi^2}{4\pi r \rho} + 2 \sin \theta v_\phi \Omega. \quad (6)$$

The first term on the r.h.s of the equation is the buoyancy term which is modified by an extra term coming from the rotation and which has the effect of limiting the efficiency of buoyancy, thus resulting in a slower emergence in the rotating case.

### 3.3 Influence of the initial latitude

Since our computations are made in a spherical shell, we are able to check the influence of spherical geometry on the dynamical evolution of the tube. We can test for instance the influence of the initial latitude of the tube on its emergence. Figure 4 shows the topology of  $B_\phi$  in a constant longitude plane for flux tubes initially located at different latitudes. The snapshots are chosen such that the tubes have reached the same height in the CZ. We note that the tube at the latitude of  $15^\circ$  is delayed by almost one day in comparison to the tube at the latitude of  $60^\circ$ , we thus conclude that



**Fig. 4** (online colour at: [www.an-journal.org](http://www.an-journal.org)) Same format as Fig. 2 for a flux tube initially located at the base of the CZ at a latitude of  $15^\circ$  and  $60^\circ$ , in a rotating shell.

tubes located at higher latitudes, in a rotating background, are faster. In the non-rotating case, the rise velocity is the same for both tubes. It is again the modified buoyancy term of Eq. 6 that is responsible for the lower rise velocity of the tube at low latitudes, since an increase in  $\theta$  causes an increase of  $r \sin^2 \theta \Omega^2$  and thus a decrease of the efficiency of buoyancy to drive the tube upward.

Figure 4 indicates that the initial latitude of the flux tube has also an influence on the deviation to the purely radial trajectory due to the poleward slip we mentioned before. In the case of a high latitude tube, the deviation reaches the value of  $3.1^\circ$  whereas in the low latitude case, the poleward slip is small, reaching only the value of  $1.5^\circ$ . This result is also true for tubes introduced in a non-rotating shell and can be understood by looking at the very simplified model of an axisymmetric thin flux tube rising in a non-rotating shell. As Moreno-Insertis et al. (1992) indicate, we can understand the poleward drift in writing the equation for the  $\theta$ -component of the velocity in the non-rotating case, neglecting the advection terms

$$\frac{\partial v_\theta}{\partial t} = -\frac{B_\phi^2}{4\pi r \rho} \cot \theta. \quad (7)$$

This equation indicates that the acceleration in the  $\theta$ -direction is proportional to  $\cot \theta$  which is a decreasing function of  $\theta$  between 0 and  $\pi/2$ . As  $\theta$  is here the colatitude, the acceleration at higher latitudes is thus more rapidly active than at low latitudes and as a consequence, the poleward drift is much more visible for a flux tube originally located at a latitude of  $60^\circ$ .

## 4 Conclusion

We have carried out the first study of the 3-D full MHD evolution in a spherical shell of a buoyant magnetic flux rope in an adiabatically stratified convective zone, with special emphasis on the effects of rotation and of the initial latitude of the tube. We confirm several results obtained in different configurations such as in cartesian coordinates (e.g. Emonet & Moreno-Insertis 1998) or within the thin flux tube approximation (e.g. Caligari, Moreno-Insertis & Schüssler 1995).

To be able to rise cohesively up to the solar surface, we confirm that a sufficient amount of twist of the field lines is needed. Moreover, we see in our simulations that twisted flux tubes can be strongly influenced by a background rotation which has two major effects: decreasing the rise velocity through the spherical shell and distorting the flux tube such that more flux gets concentrated closer to the rotation axis. In all these simulations, a poleward drift of the tube is observed due to the non-compensated curvature force linked to the magnetic tension existing in the tube. Nevertheless, the spherical nature of these calculations enables to show that this poleward drift is minimized in the case where the tubes originate at low latitudes. This leads to consider that these low latitudes flux tubes could emerge at the surface in the observed solar activity belt. In this present work where flux tubes evolve in an isentropic background, 3-D effects do not play any role as our tubes remain axisymmetric during their rise.

On the contrary, interactions with fully developed convection will lead to a modulation of the magnetic field in the azimuthal direction and thus to a creation of particularly active longitudes at the solar surface. The model has thus now to be improved especially by computing a fully developed convective case which will enable us to study the non-linear interactions of these flux tubes with self-consistently generated differential rotation, meridional flows and convective plumes. Such efforts are under way (Jouve & Brun 2006, 2008).

**Acknowledgements.** We wish to thank the organizers of the Flux Emergence Workshop held in St Andrews in June 2007 and the 5th Potsdam Thinkshop for their invitations and for the very helpful discussions we had during the meetings.

## References

- Brun, A.S., Miesch, S.M., Toomre, J.: 2004, *ApJ* 614, 1073
- Caligari, P., Moreno-Insertis, F., Schüssler, M.: 1995, *ApJ* 441, 886
- Cattaneo, F., Brummell, N.H., Cline, K.S.: 2006, *MNRAS* 365, 727
- Choudhuri, A., Gilman, P.: 1987, *ApJ* 316, 788
- Emonet, T., Moreno-Insertis, F.: 1998, *ApJ* 492, 804
- Fan, Y.: 2004, *LRSP* 1, 1
- Jouve, L., Brun, A.S.: 2006, in: D. Barret, F. Casoli, G. Lagache, A. Lecavelier, L. Pagani (eds.), *SF2A-2006: Semaine de l'Astrophysique Française*, p. 473
- Jouve, L., Brun, A.S.: 2008, in prep.
- Moreno-Insertis, F., Schüssler, M., Ferriz Mas, A.: 1992, *A&A* 264, 686
- Spruit, H.C.: 1981, *A&A* 98, 155
- Spruit, H.C., van Ballegoijen, A.A.: 1982, *A&A* 106, 58



## Chapitre 8

# Evolution de tubes de champ magnétique en zone complètement convective

### Sommaire

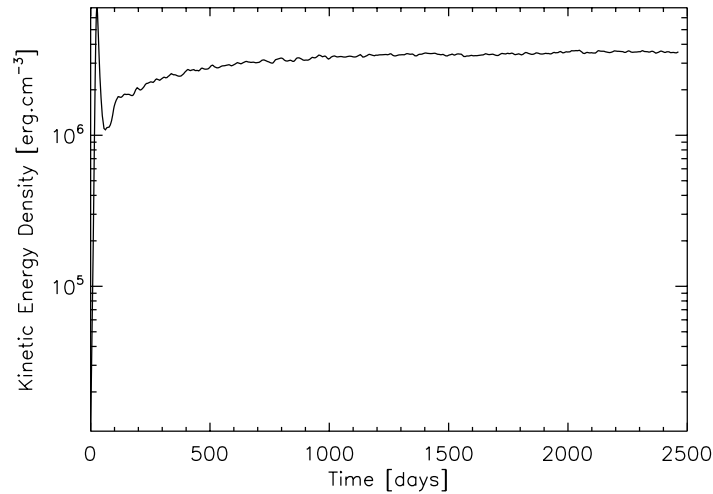
<b>8.1</b>	<b>Le modèle hydrodynamique</b>	<b>141</b>
8.1.1	Propriétés de la convection	142
8.1.2	Création des champs de vitesse grande échelle	144
<b>8.2</b>	<b>Introduction de tubes de flux dans la convection développée</b>	<b>147</b>
8.2.1	Conditions initiales	147
8.2.2	Les nouveaux paramètres fondamentaux et la comparaison aux cas isentropiques	148
<b>8.3</b>	<b>L'interaction avec la convection</b>	<b>149</b>
8.3.1	Au coeur de la zone convective	149
8.3.2	L'évolution à plus long terme	151
<b>8.4</b>	<b>Les structures émergentes</b>	<b>153</b>
8.4.1	Existence de longitudes actives	153
8.4.2	Tilt des régions actives	154
<b>8.5</b>	<b>Les champs de vitesse à grande échelle et leur influence sur la structure magnétique</b>	<b>155</b>
8.5.1	La rotation différentielle	155
8.5.2	La circulation méridienne	157
<b>8.6</b>	<b>Effets de l'introduction d'une atmosphère</b>	<b>159</b>
8.6.1	L'atmosphère solaire et les modèles existants	159
8.6.2	Le modèle hydrodynamique	161
8.6.3	Premiers résultats	164
8.6.4	Perspectives	165

Nous étudions dans cette partie la dynamique d'un tube de champ magnétique introduit dans une zone où la convection turbulente est complètement développée. Le chapitre précédent présente les résultats des calculs en zone marginalement stable, qui vont nous servir de référence pour étudier les effets propres de l'interaction entre la convection turbulente et la structure magnétique.

### 8.1 Le modèle hydrodynamique

De la même manière que dans le cas isentropique, notre modèle est une description fidèle bien que simplifiée de la zone convective solaire, nous adoptons les valeurs réelles du flux de chaleur imposé

à la base du domaine, du taux de rotation, de la masse et du rayon. Le domaine s'étend toujours de  $0.72R_\odot$  à  $0.96R_\odot$ , nous nous concentrons donc sur la partie centrale de la zone convective, sans pour l'instant traiter la pénétration convective dans l'intérieur radiatif ou les couches atmosphériques. L'état de référence est également issu d'un modèle 1D de structure d'étoile calculé avec le code CESAM qui utilise la théorie classique de la longueur de mélange pour traiter la convection. Dans ce modèle, la convection se développe peu à peu car on impose initialement un gradient radial d'entropie négatif et que les effets dissipatifs sont insuffisants pour empêcher son déclenchement. On a donc  $dS/dr = -10^{-7} < 0$  et  $Ra = 5.9 \times 10^4 > Ra_c$ , l'instabilité de convection se développe, comme on peut le voir sur la courbe de croissance de l'énergie cinétique de la figure 8.1. La densité de référence varie dans ces cas d'un facteur 24 entre le bas et le haut de notre domaine de calcul. L'influence des mouvements non résolus sur l'écoulement sont pris en compte via les diffusivités SGS  $\nu$ ,  $\kappa$  et  $\eta$  qui au milieu de la zone convective ont les valeurs suivantes :  $\nu = 2.64 \times 10^{12} \text{ cm}^2.\text{s}^{-1}$ ,  $\kappa = 1.05 \times 10^{13} \text{ cm}^2.\text{s}^{-1}$  et  $\eta = 2.64 \times 10^{12} \text{ cm}^2.\text{s}^{-1}$ , ce qui donne les valeurs suivantes pour les nombres de Reynolds et de Prandtl :  $Re = \nu_{conv}(r_{top} - r_{bot})/\nu_{midCZ} = 120$ ,  $P_m = 1$  et  $P_e = 0.25$  (où l'échelle spatiale caractéristique choisie est la profondeur de la zone convective). Dans tous les cas présentés ici, la coquille sphérique est en rotation à un taux de  $\Omega = 2.6 \times 10^{-6} \text{ rad.s}^{-1}$ , conduisant à un nombre de Taylor  $Ta = 3.5 \times 10^5$ . Le nombre de Rossby convectif est alors  $Roc = Ra/(TaPr) = 0.82 < 1$ . Toutes les simulations que nous présentons dans ce chapitre sont effectuées avec une résolution de  $N_r = 256$ ,  $N_\theta = 512$ ,  $N_\phi = 1024$  qui nous permet de traiter correctement l'évolution de tubes de rayon  $2 \times 10^9 \text{ cm}$ , i.e. un dixième de la profondeur de la zone convective. Le nombre de points situés dans le tube axisymétrique au temps initial de la simulation est donc d'environ 50 en rayons et 8 en latitude.

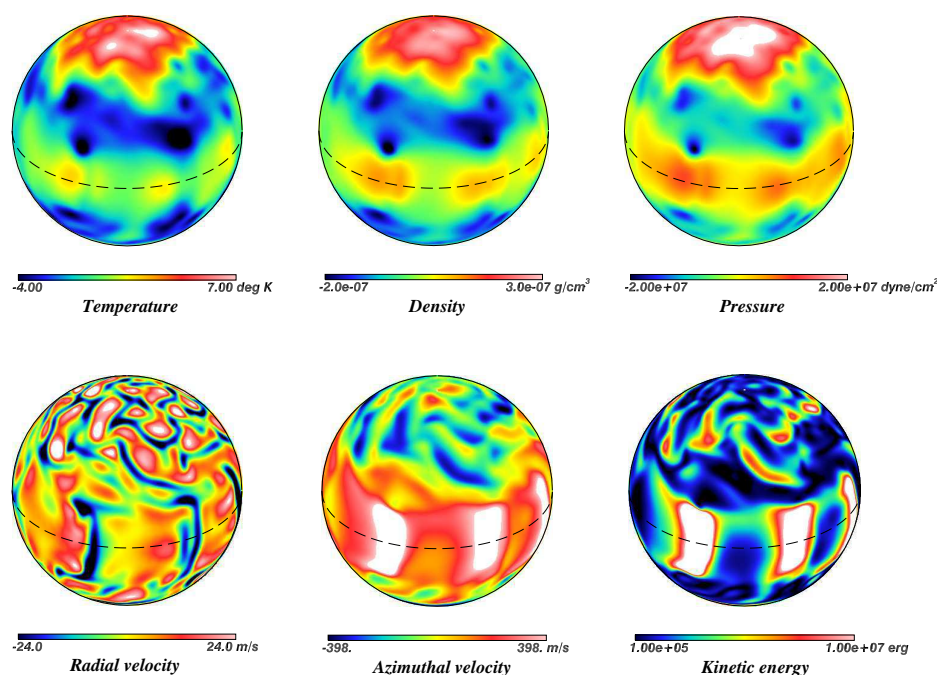


F . 8.1 – Densité d'énergie cinétique du modèle hydrodynamique, la croissance exponentielle est due au déclenchement de la convection puis l'énergie atteint sa phase de saturation et le système est alors dans un état statistiquement stationnaire.

### 8.1.1 Propriétés de la convection

Le déclenchement de la convection (lorsque  $Ra > Ra_c$ ) conduit à la formation de motifs convectifs complexes dépendant du temps. La présence de rotation a pour effet de procurer aux mouvements convectifs un aspect moins isotrope, surtout dans la bande équatoriale où il y a une tendance à l'alignement avec l'axe de rotation des lignes de flots descendants. La redistribution du moment cinétique par





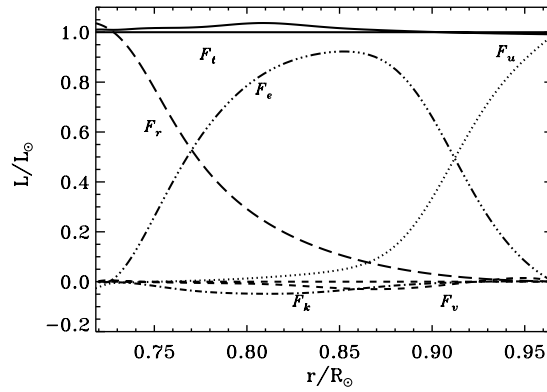
F . 8.2 – Variables thermodynamiques et variables associées aux mouvements convectifs du modèle hydrodynamique à  $0.95R_{\odot}$

notamment les tenseurs de Reynolds rend la rotation différentielle, avec une accélération de l'équateur par rapport aux pôles dans les cas suffisamment turbulents. La figure 8.2 représente les fluctuations de température, densité et pression établies après que le système a atteint un état statistiquement stationnaire ainsi que les motifs convectifs, la vitesse azimutale (représentant la rotation différentielle) et l'énergie cinétique associée.

Les profils de fluctuations de température, densité et pression sont représentés dans la partie supérieure de la figure 8.2. Dans ce modèle convectif en rotation, nous voyons sur le profil de température qu'à la surface, 3 bandes se dessinent de l'équateur aux pôles, respectivement tiède, froide et chaude. Cette répartition en 3 bandes se retrouve sur les profils de fluctuation de densité et de pression. La corrélation entre les zones chaudes (resp. froides) et la vitesse radiale majoritairement positive (resp. négative) est visible et confirme que le transport de l'énergie par les mouvements convectifs se fait bien vers l'extérieur de l'étoile, le flux d'enthalpie est positif dans toute la coquille sphérique. Les motifs convectifs sont complexes et montrent une très nette différence de comportement entre la bande équatoriale et les plus hautes latitudes. Près de l'équateur, les lignes d'écoulements descendants tendent à être alignés avec l'axe de rotation de l'étoile pour réduire les effets de la force de Coriolis alors qu'à plus haute latitude, le réseau convectif est beaucoup plus isotrope. L'asymétrie très claire dans la bande équatoriale entre les écoulements montants (étendus et peu intenses) et les flots descendants (étroits et très intenses) est également moins visible à haute latitude. Cette asymétrie ressort très clairement dans le profil d'énergie cinétique. En effet, l'énergie cinétique est largement dominante là où les flots descendants se concentrent et ce comportement est responsable d'un transport d'énergie dirigé vers l'intérieur de l'étoile.

Nous avons ici évoqué le transport d'énergie dans la zone convective par les différents processus





F . 8.3 – Dépendance radiale des principaux flux qui transportent l'énergie dans le modèle convectif utilisé.

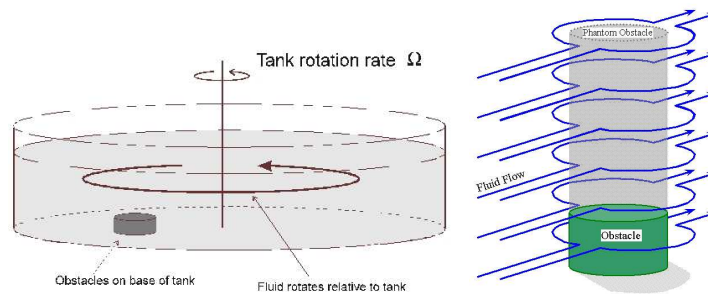
physiques mis en jeu. La figure 8.3 représente la moyenne sur la latitude et la longitude des différents flux d'énergie définis dans le chapitre 7. Elle permet de nous intéresser à l'importance relative de chacun de ces flux dans toute la coquille sphérique lorsque le système a atteint un état statistiquement stationnaire.

Nous voyons sur la figure 8.3 que lorsque le système a atteint son équilibre, la convection s'est développée au coeur de la coquille sphérique jusqu'à atteindre une luminosité équivalente d'environ 90% de la luminosité totale. Dans les parties basse et haute du domaine, les flux radiatifs et inrésolus transportent respectivement l'énergie là où le flux d'enthalpie est faible. Les flux visqueux et d'énergie cinétique sont quant à eux très faibles dans tout le domaine, même si le flux d'énergie cinétique reste supérieur au flux visqueux. Notons que dans les simulations plus turbulentes de Miesch et al. (2008), le flux d'énergie cinétique est très fortement négatif, atteignant entre 50 et 70% de la luminosité de l'étoile et le flux d'enthalpie est alors sur-lumineux. Nous remarquons, conformément au profil observé d'énergie cinétique de la figure 8.2, que le flux d'énergie cinétique est négatif dans tout le domaine du fait de l'asymétrie entre les lignes très fines et vigoureuses d'écoulements descendants et les zones très larges et moins intenses de flots ascendants.

### 8.1.2 Création des champs de vitesse grande échelle

Dans ces simulations, la volonté est de se rapprocher le plus possible d'un modèle réaliste de la zone convective solaire. Grâce à l'héliosismologie, le profil de rotation différentielle établi dans le Soleil est bien connu dans la zone convective turbulente (voir chapitre 1). L'équateur est environ 30% plus rapide que les pôles à la surface et la variation de  $\Omega$  par rapport au rayon est pratiquement nulle au sein de la zone convective. Le profil de vitesse angulaire est donc conique, ce qui apporte une contrainte importante pour les modèles de convection turbulente en domaine sphérique. En effet, dans de nombreuses simulations (e.g. Glatzmaier 1987), le théorème de Taylor-Proudman tend à s'appliquer : la vitesse angulaire est alors dans ce cas constante sur des cylindres alignés avec l'axe de rotation. La figure 8.4 en est l'illustration dans une expérience simple : un réservoir est en mouvement de rotation rigide avec un vitesse angulaire  $\Omega$ . Lorsque l'état stationnaire est atteint, un petit cylindre (dont la hauteur représente une fraction de la hauteur du réservoir) est placé au fond du réservoir. Si le taux de rotation est légèrement augmenté, un mouvement relatif autour de l'obstacle se crée et la structure de l'écoulement se retrouve sur toute la hauteur du réservoir au-dessus de l'obstacle, créant ainsi un cylindre virtuel appelé colonne de Taylor.

Dans ce cas hydrodynamique, c'est l'effet cumulé d'un vent thermique et des tenseurs de Reynolds associés aux fortes plumes convectives qui est à l'origine de la rotation différentielle (Brummell et al.

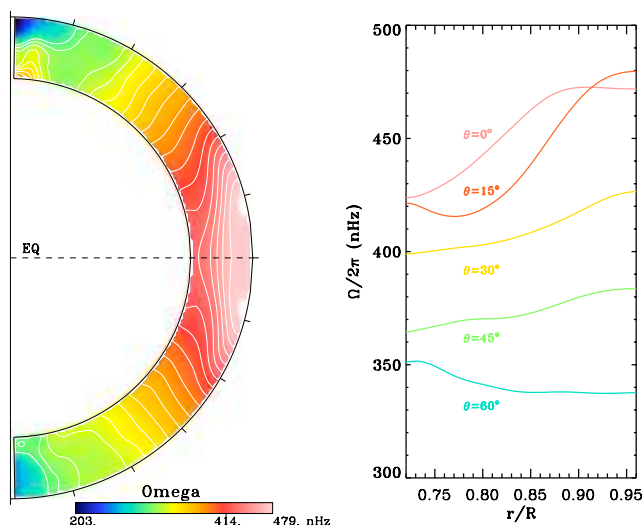


F . 8.4 – Illustration du théorème de Taylor-Proudman : lorsque le fluide est mis en mouvement de rotation, une colonne de Taylor se forme au-dessus de l'obstacle, le mouvement devient bidimensionnel dans le plan perpendiculaire au vecteur rotation. Tiré de <http://www-paoc.mit.edu/labweb/lab6/gfd-6.htm> et <http://einstein.atmos.colostate.edu/mcnoldy/spintank>.

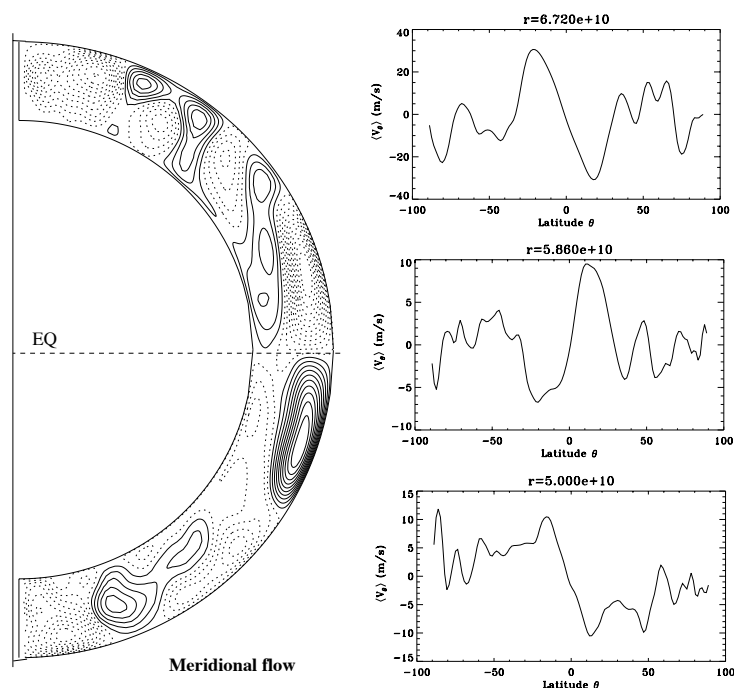
1998; Miesch et al. 2000). De récents travaux (Brun et Toomre 2002; Robinson 2004; Rempel 2004 et Rudiger et Kitchatinov 1997) semblent montrer que les tenseurs de Reynolds seraient à l'origine de l'accélération équatoriale et que ce serait le vent thermique le responsable du profil conique de la rotation. Ce vent est établi principalement par transport anisotrope en latitude dans la zone convective mais les tenseurs de Reynolds et de Maxwell (dans le cas MHD) jouent également un rôle dans son établissement. Dans les simulations présentées ici, l'influence de la tachocline est prise en compte : une variation latitudinale d'entropie, associée à une variation de quelques degrés K, est appliquée au bas du domaine de calcul pour renforcer ce vent thermique et ainsi obtenir un profil de rotation conique. Ce modèle hydrodynamique permettant la formation d'une rotation différentielle conique plus en accord avec les observations correspond au cas AB3 de Miesch et al. (2006). La figure 8.5 représente le profil de rotation différentielle obtenu dans notre modèle hydrodynamique AB3. Nous constatons sur ces figures qu'à moyennes latitudes, la variation du taux de rotation en fonction du rayon est pratiquement nulle, assurant ainsi un profil conique pour la rotation. On obtient également une décroissance monotone de la vitesse en fonction de la latitude dans le plan méridien, avec un contraste  $\Delta\Omega$  d'environ 35% entre l'équateur et les pôles, légèrement supérieur à ce qui est observé dans le Soleil. Nous avons donc avec ce modèle la possibilité de mimer avec une assez grande précision l'écoulement zonal à grandes échelles dans le Soleil.

La circulation méridienne est quant à elle beaucoup plus fluctuante dans la zone convective. La variation temporelle est très forte, ce qui demande une moyenne sur des temps très longs pour obtenir un profil moyen stable. Il est important de noter que la circulation méridienne est un écoulement difficile à mesurer du fait de sa faible intensité comparé à l'écoulement zonal moyen (rotation différentielle). Elle est issue de la compétition entre de multiples processus physiques qui s'expriment via les forces de flottaison, les tenseurs de Reynolds, les gradients de pression ou encore la force de Coriolis. Sa génération et son maintien sont dès lors délicats à étudier et sa très forte variabilité temporelle en fait un écoulement au profil difficile à établir avec précision.

Une moyenne temporelle suffisamment longue de la circulation méridienne fait apparaître des structures relativement stables comme le montre la figure 8.6. L'écoulement apparaît alors composé de plusieurs cellules à la fois en latitude et en rayon. En effet, si l'on trace les coupes de  $\langle v_\theta \rangle$  à différents rayons (panneaux de droite de la figure 8.6), l'écoulement apparaît multicellulaire en latitude à tous les rayons ( $v_\theta$  change de signe en fonction de la latitude). De plus, conformément aux inversions héliosismiques de l'écoulement près de la surface, nous obtenons bien ici une cellule dirigée vers les pôles à la surface dans chaque hémisphère, d'une intensité d'environ  $30 \text{ m.s}^{-1}$ . Par contre, si l'on descend plus profondément dans la zone convective, on voit que l'écoulement près de l'équateur est dirigé vers l'équateur au milieu



F . 8.5 – Profil de vitesse angulaire générée par la convection dans le cas AB3 de Miesch et al. (2006) où une variation latitudinale d'entropie est appliquée au bas du domaine. La figure de gauche représente la moyenne azimutale de  $v_\phi$  dans le plan méridien et les courbes de droite représentent le taux de rotation en fonction du rayon à différentes latitudes.



F . 8.6 – Profil de circulation méridienne générée par la convection. La figure de gauche montre la fonction de courant associée à la circulation et les 3 figures de droite montrent des coupes de  $v_\theta$  moyenné en temps et en longitude à la surface, au milieu de la zone convective et à la base du domaine.

du domaine et de nouveau vers les pôles à la base, suggérant l'existence de deux cellules en rayon. Des indications observationnelles (Mitra-Kraev et Thompson 2007) montrent effectivement qu'il est possible qu'un profil complexe multicellulaire tel que celui-ci existe dans le Soleil, le chapitre 4 étudie en détails l'influence d'un tel profil sur des modèles de dynamo 2D champ moyen.

## 8.2 Introduction de tubes de flux dans la convection développée

### 8.2.1 Conditions initiales

Nous venons de décrire le modèle hydrodynamique dans lequel nous allons introduire notre structure toroidale. Il est d'ores et déjà clair que la présence de convection et de champs de vitesse à grande échelle est en mesure de significativement modifier le comportement du tube de flux par rapport au cas isentropique. De ce fait, de nouveaux paramètres importants vont émerger tels que notamment l'intensité initiale du champ. Dans ce travail, nous avons donc considéré plusieurs conditions magnétiques initiales. Le tube est introduit de la même manière que dans les cas axisymétriques décrits précédemment : un profil gaussien en  $r$  et  $\theta$ , sans modulation en longitude. Le twist initial des lignes de champ, l'intensité magnétique initiale ou encore la latitude d'introduction sont des paramètres variables de nos simulations. Leur influence est testée dans les modèles dont les paramètres sont donnés dans la table 8.1 où nous rappelons également les paramètres importants du modèle hydrodynamique.

Parameters	CAnt	CBnt	CAt	CBt	CCt	CAt0	CAt15	CAt60	CAt75
$B_0$	$4.4B_{eq}$	$11B_{eq}$	$4.4B_{eq}$	$11B_{eq}$	$1.1B_{eq}$	$4.4B_{eq}$	$4.4B_{eq}$	$4.4B_{eq}$	$4.4B_{eq}$
$\Phi_0/10^{24}$	1.13	2.82	1.13	2.82	0.28	1.13	1.13	1.13	1.13
$\theta_t$	45	45	45	45	45	0	15	60	75
$\sin \psi$	0	0	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5
$\sin \psi_{min}$	0.42	0.42	0.42	0.42	0.42	0.42	0.42	0.42	0.42
$Re_t = \frac{v_{rise}(r_{top}-r_{bot})}{\nu_{midCZ}}$	130	360	130	360	30	130	130	130	130
$a^2/\eta(days)$	46	46	46	46	46	46	46	46	46

T . 8.1 – Paramètres clés des simulations en zone convective turbulente.  $B_{eq}$  représente ici l'intensité du champ dont l'énergie est égale à l'énergie cinétique des plus forts flots descendants, i.e.  $B_{eq}^2/8\pi = 1/2\rho v_{max}^2$ . On a  $B_{eq} = 4.5 \times 10^4$  G.

Notons quelques points importants ici :

- le paramètre  $\Phi_0$  indique le flux magnétique qui traverse la section circulaire du tube à l'instant initial, il varie linéairement avec l'intensité du champ  $B_0$ .
- $\sin \psi_{min}$  indique l'angle de pitch minimal que les lignes de champ doivent posséder dans le cas isentropique pour que le tube ne perde pas sa cohérence durant son ascension, son expression est la suivante :

$$\sin \psi_{min} = \sqrt{\frac{a}{H_p}} \times \sqrt{\left| \frac{\Delta \rho}{\rho} \right| \frac{\beta}{2}} \quad (8.1)$$

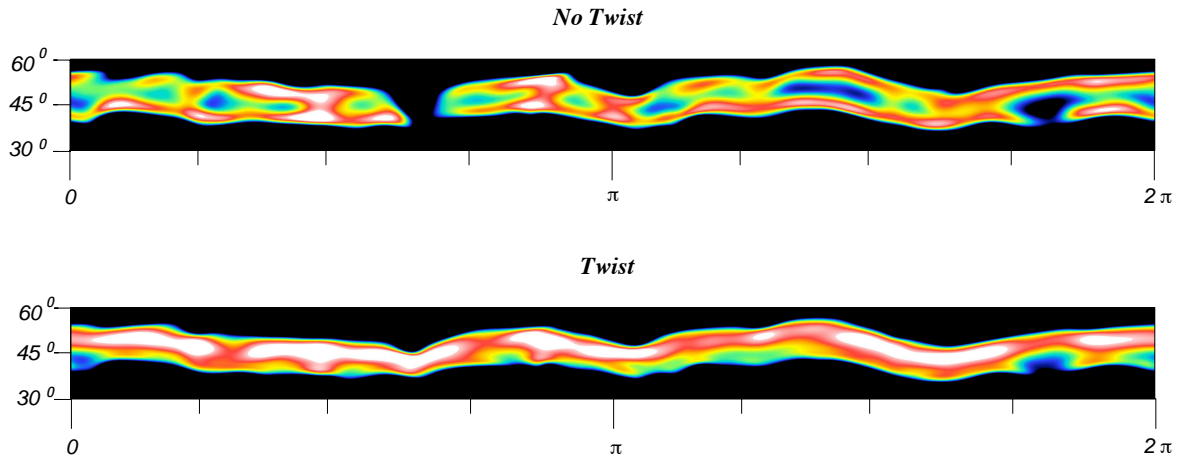
où  $H_p$  est l'échelle de hauteur de pression définie plus haut,  $\beta$  le rapport de la pression du gaz sur la pression magnétique associée au tube et  $\Delta \rho$  le contraste de densité entre l'intérieur et l'extérieur du tube.

- Le nombres de Reynolds  $Re_t$  (associé à la montée du tube) est calculé en prenant comme vitesse caractéristique la vitesse de montée du tube, pour échelle de longueur l'épaisseur de la coquille sphérique et pour valeur de la viscosité  $\nu$  au milieu de la zone convective.

- Nous verrons enfin que la valeur du temps diffusif  $a^2/\eta$  où  $a$  est le rayon du tube est très supérieure au temps de montée du tube dans la zone convective dans tous les cas, assurant ainsi un comportement non diffusif des tubes de flux lors de leur ascension.

### 8.2.2 Les nouveaux paramètres fondamentaux et la comparaison aux cas isentropiques

Nous avons vu précédemment que dans le cas isentropique, le twist des lignes de champ magnétique était un paramètre clé dans le comportement du tube lors de son ascension. Un angle minimal est nécessaire entre la direction du champ transverse et la direction du champ longitudinal, celui-ci étant calculé en égalant le terme de production de vorticité et le terme de puits. Dans le cas où le tube est introduit dans une zone complètement convective, les conclusions sont les mêmes, les simulations montrent qu'un twist minimal des lignes de champ est nécessaire pour maintenir la cohérence du tube lors de sa montée. Toutefois, des effets non-axisymétriques peuvent à présent agir sur la structure magnétique, du fait de la présence de mouvements convectifs anisotropes. Abbett et al. (2000) a montré que la courbure d'une boucle  $\Omega$  pouvait apporter un terme supplémentaire de tension magnétique capable de lutter contre la création de vortex au sein du tube. Ainsi, il est naturel de penser que, les mouvements convectifs créant des structures arquées de type boucles  $\Omega$ , le seuil de twist pourrait être réduit par rapport au cas isentropique. Toutefois, dans notre cas, nous verrons que la courbure des lignes de champ due aux mouvements convectifs n'est pas très importante et donc que le seuil du twist ne semble pas être fortement modifié par rapport aux cas isentropiques.



F . 8.7 – Zoom dans le plan  $(\theta, \phi)$  du champ  $B_\phi$  au sein d'un tube non-torsadé (en haut) et torsadé (en bas).

La figure 8.7 représente un zoom sur la bande latitudinale de localisation du tube. Nous remarquons ici une nouvelle propriété du twist des lignes de champ. En effet, si l'on observe attentivement les zones où le tube a été retenu plus en profondeur par les lignes de flots descendants (comme on va le voir en détails dans la section suivante), on voit que le tube non-torsadé est plus sensible à l'action de la convection. Ce comportement est du au fait que les 2 vortex contrarotatifs créés lors de la montée du tube non-torsadé contiennent une intensité magnétique beaucoup moins importante que le tube torsadé qui reste intègre lors de son ascension. Ainsi, l'intensité magnétique étant fortement diminuée dans le cas non-torsadé, la déformation du tube par la convection est beaucoup plus nette. Ainsi, ceci va nous amener à considérer que l'intensité initiale du tube de flux est à nouveau un paramètre fondamental de l'évolution en zone convective puisque les flots ascendants et descendants n'auront pas la même influence sur un tube plus ou moins fort.

La latitude d'introduction du tube reste un paramètre important pour sa trajectoire de montée. En effet, on retrouve le fait que la force de courbure due à la tension magnétique tend à dévier le tube vers les pôles lorsque son intensité initiale est suffisamment faible. De plus, la force de Coriolis agissant encore une fois pour modifier la trajectoire de montée n'est pas la même à toutes les latitudes et donc un tube introduit à hautes latitudes sera plus dévié vers les pôles et moins freiné lors de son ascension. Ces conclusions étaient déjà vérifiées dans le cas isentropique. Dans le cas convectif, s'ajoute les effets de la non-uniformité de la rotation. En effet, la convection et les tenseurs de Reynolds associés créent dans ce cas une redistribution du moment cinétique qui génère une rotation différentielle comme on l'observe dans le Soleil. Ainsi, il est probable que les effets de la rotation différentielle soient observables dans le comportement de tubes introduits à différentes latitudes, ceci sera l'objet de la discussion de la section 8.5.

L'écoulement zonal à grandes échelles est très susceptible d'influencer le comportement des tubes de flux. L'écoulement dans le plan perpendiculaire (la circulation méridienne) joue également probablement un rôle dans l'advection des structures magnétiques. Les simulations en zone convective nous permettent de créer ces flots à grande échelle de manière auto-consistante, en résolvant les équations de la MHD en 3D. Ainsi, nous allons pouvoir analyser l'interaction entre nos tubes de champs magnétiques et les écoulements à grande échelle au sein d'une coquille convective. Ceci fera l'objet de la section 8.5 mais pour le moment, nous allons analyser en détails l'interaction entre les mouvements convectifs (champ de vitesse radial principalement) et la structure magnétique.

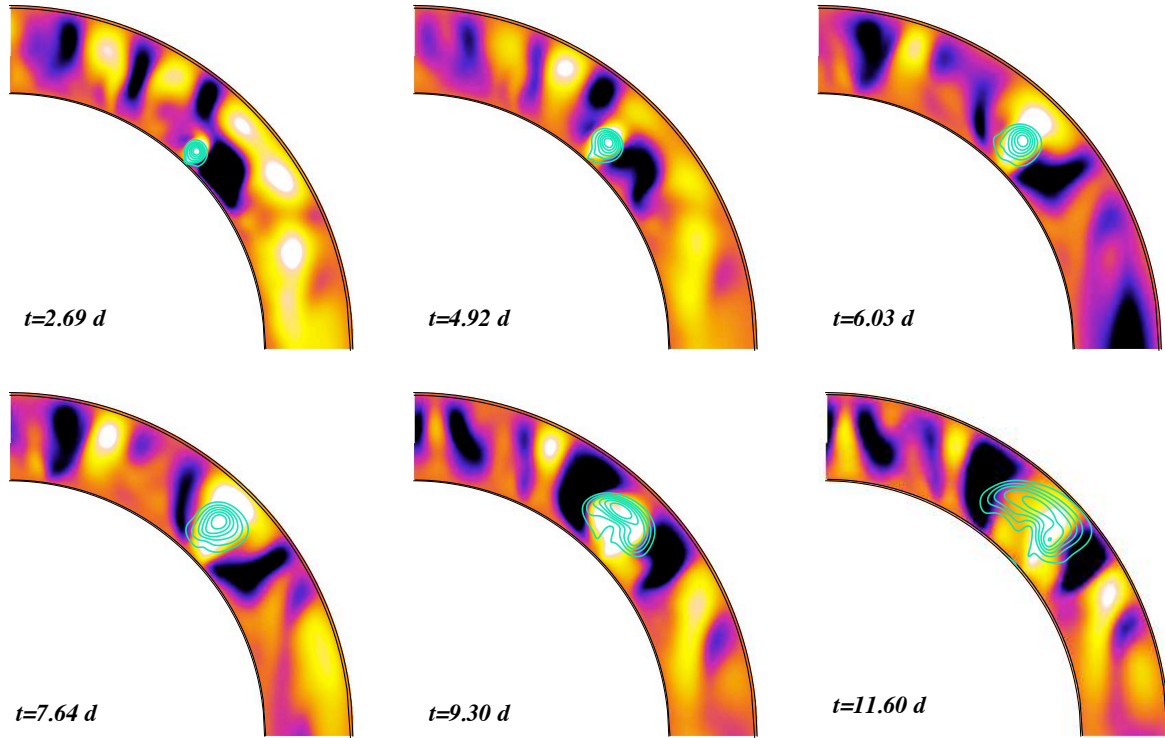
## 8.3 L'interaction avec la convection

Ces modèles en zone convective turbulente et leur comparaison avec les modèles précédents en zone marginalement stable nous permettent d'apprécier l'influence des mouvements convectifs sur le comportement du tube de flux. Les larges flots ascendants et les fines colonnes de flots descendants sont en effet en mesure de perturber l'axisymétrie du tube et la présence de la structure magnétique est très susceptible de modifier localement l'écoulement via la rétroaction de la force de Lorentz, justifiant ainsi nos calculs non linéaires MHD. Nous détaillons donc ici les interactions entre le tube de flux et son environnement convectif.

### 8.3.1 Au coeur de la zone convective

Comme nous nous focalisons ici sur l'interaction entre un tube de champ magnétique et la convection dans laquelle il va évoluer, nous nous intéressons particulièrement au cas CAt de la table 8.1, c'est à dire au cas d'un tube introduit à la latitude de  $45^\circ$  dans l'hémisphère Nord, avec un enroulement initial des lignes de champ d'environ 17 tours et une intensité initiale de  $2 \times 10^5$  G (i.e. 4.4 fois le champ magnétique d'équipartition).

La figure 8.8 montre l'évolution dans le quadrant supérieur droit du plan méridien (coupe à une longitude donnée) de la composante  $B_\phi$  du champ magnétique en fonction du temps, à partir de son introduction à la base de la zone convective et jusqu'à ce qu'il atteigne le haut du domaine. Les contours du champ magnétique sont superposés à la vitesse radiale représentant la convection environnante. Cette figure montre clairement la déformation du tube lors de ses 12 jours d'ascension. Ainsi, la forme circulaire du tube introduit initialement à la base du domaine se change peu à peu en une ellipse du fait de l'aplatissement du tube au niveau de son apex (zone située autour de l'axe du tube). La périphérie et en particulier les ailes du tube dans lesquelles l'intensité magnétique est plus faible a plus de difficultés à lutter contre l'action des flots descendants et la structure magnétique développe alors une forme caractéristique visible notamment sur l'avant dernière image de la figure 8.8, où l'on voit nettement la différence de montée du centre du tube par rapport à la périphérie. Notons que si le tube n'était pas torsadé (si la



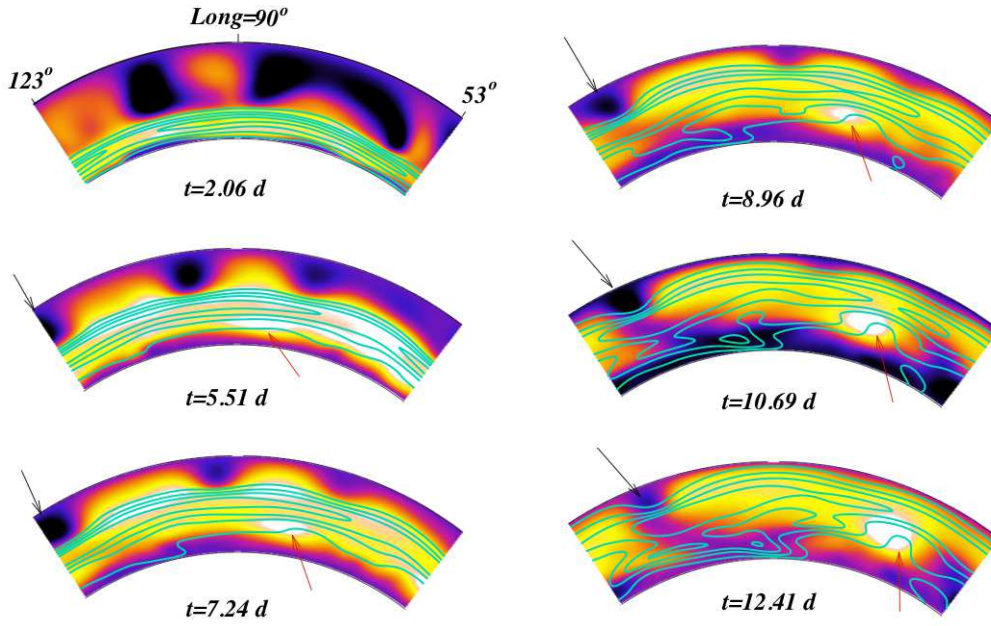
F . 8.8 – Evolution au cours du temps de la composante  $B_\phi$  (contours turquoise) du tube de champ torsadé dans le plan méridien, superposée à la vitesse radiale (couleurs). Les zones bleues/noires indiquent les flots descendants et les zones jaunes/blanches les flots ascendants.

tension magnétique n'était pas présente), c'est précisément cette différence de force de flottaison qui conduirait le tube à se séparer en 2 vortex contrarotatifs. Si l'on considère la structure de la convection sur cette avant dernière image où le tube a bien développé cette forme d'ellipsoïde, on constate qu'elle est constituée de 2 forts flots descendants à la périphérie du tube et d'un fort flot ascendant au centre. Cette structure particulière est liée à la force de Lorentz localement créée par le tube de flux et est également à l'origine de la différence de vitesse de montée entre l'axe du tube et ses ailes. Cette remarque nous amène donc à considérer qu'il existe une réelle interaction entre la structure magnétique et son environnement convectif, que le tube n'est pas passif lors de son ascension mais au contraire est à l'origine de modifications importantes des motifs convectifs observés.

La figure 8.9 nous permet d'analyser l'interaction entre le tube et la vitesse radiale dans un autre plan, le plan  $(r, \phi)$ , à la latitude particulière de  $45^\circ$ , où l'axe du tube se situe initialement. Cette nouvelle vue nous montre la déformation du tube en longitude due à l'effet des flots ascendants et descendants, nous éclairant ainsi sur la formation de longitudes privilégiées lors de l'émergence des régions actives.

Tout d'abord nous retrouvons sur cette figure l'impact de la structure magnétique sur la dynamique de la convection. En effet, on voit sur chaque image le fort flot ascendant créé par la présence du tube et la force de Lorentz associée. Il est très intéressant dans cette figure de se concentrer sur le suivi d'une zone particulière d'écoulement montant (flèche rouge) et une autre zone particulière d'écoulement descendant (flèche noire). Cette procédure nous permet de nous focaliser sur la déformation des lignes de champ magnétique dans ces zones aux propriétés différentes. On voit très clairement sur cette figure que dans les zones de vitesse radiale négative (flots descendants), les lignes de champ sont compressées et retenues dans l'intérieur solaire, la force de flottaison est alors en compétition avec la convection pour





F . 8.9 – Evolution au cours du temps de la composante  $B_\phi$  (contours turquoise) du tube de champ torsadé dans une portion du plan rayon-longitude ( $r, \phi$ ), superposée à la vitesse radiale (couleurs).

amener le tube vers le haut du domaine. Au contraire, dans les zones de vitesse radiale positive, les lignes de champ sont tirées vers le haut de la zone convective et aucune force hormis la force de Coriolis créée par le tube ne tend à s'opposer au mouvement. Ainsi, la vitesse de montée du tube qui était en zone isentropique de  $210 \text{ m.s}^{-1}$  est dans les zones de flots ascendants d'environ  $150 \text{ m.s}^{-1}$  et dans les zones de flots descendants d'environ  $110 \text{ m.s}^{-1}$ . Ainsi, ces zones ascendantes sont très susceptibles d'être des régions privilégiées d'émergence de flux magnétique à grande échelle et donc de régions actives, si toutefois de grandes cellules convectives existent dans les couches supérieures du Soleil.

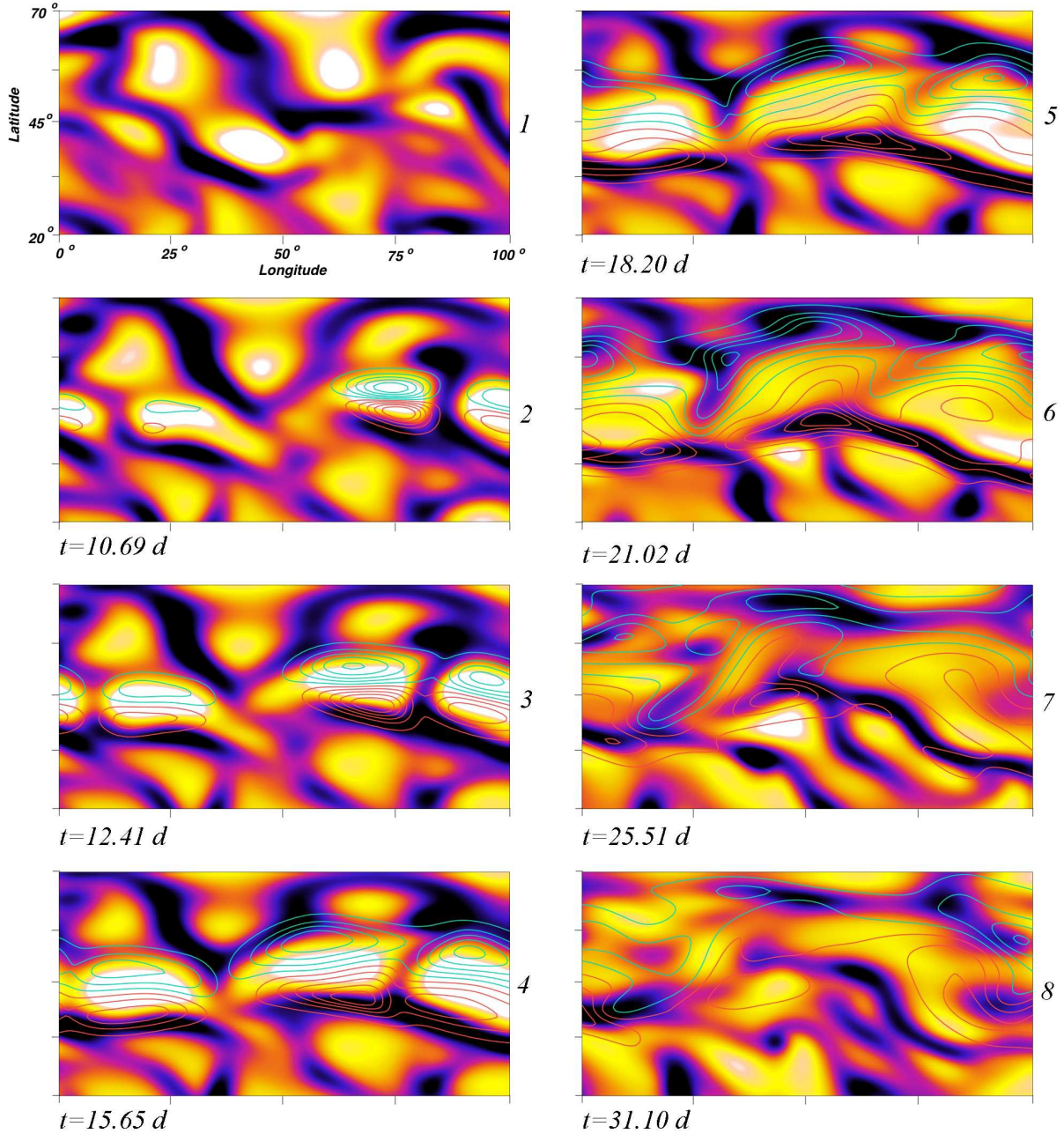
Ainsi, la présence de mouvements convectifs a permis de procurer à notre tube de flux une structure non-axisymétrique nécessaire à l'émergence de champ magnétique localisée à des longitudes privilégiées. Nous nous intéressons maintenant aux propriétés de ces régions actives et en particulier à leur interaction avec la convection après l'émergence.

### 8.3.2 L'évolution à plus long terme

La figure 8.10 montre la structure des composante radiales du champ magnétique et du champ de vitesse telles qu'elles peuvent être observées dans une portion du plan latitude-longitude près de la frontière supérieure, à  $r = 0.96R_\odot$  de notre simulation. On retrouve sur cette nouvelle vue la forme particulière des motifs convectifs lors de l'émergence : un fort flot ascendant est créé au niveau de l'axe du tube alors que deux forts flots descendants se dessinent à la périphérie. On peut également constater l'influence importante de l'émergence du tube sur la structure globale de la convection. En effet, le fort flot descendant situé sur la première image (avant l'émergence) entre  $90^\circ$  et  $100^\circ$  de longitude et entre  $35^\circ$  et  $60^\circ$  de latitude est clairement modifié par l'apparition du champ magnétique sur la deuxième image. Ainsi, la création du fort écoulement ascendant tend à réduire la ligne de flot descendant et à pratiquement la supprimer plus tard après l'émergence. Toutefois, cette colonne descendante est si intense qu'elle parvient à persister tout au long de l'évolution plus tardive et son empreinte est encore visible après plus de 20 jours d'évolution (dernière image). Celle-ci est d'ailleurs à l'origine de la forme particulière des régions



émergeant dans cette zone. On constate en effet que 2 régions actives bipolaires émergent de manière distincte puisqu'elles sont séparées par cette ligne de flot descendant qui tend à retenir le champ magnétique en profondeur. Ainsi, nous retrouvons bien ici l'effet perturbateur de la structure magnétique sur la convection via la force de Lorentz qui semble posséder une contribution très forte dans les premiers stades de l'émergence et vice versa.



F . 8.10 – Zoom dans le plan  $(\theta, \phi)$  de l'évolution d'une zone d'émergence de champ radial (contours colorés) au sein de la convection (couleurs) à  $0.96R_{\odot}$ .

L'étude de l'évolution de la structure magnétique après émergence montre également quelques caractéristiques intéressantes. Sur les images 2,3 et 4, le champ magnétique apparaissant à la surface par

flottaison a tendance à dominer l'évolution globale du système, les motifs convectifs sont fortement perturbés et le tube magnétique poursuit son émergence. Plus tard dans la simulation, le champ radial est de plus en plus advecté horizontalement par la convection (images 5 et 6), tendant ainsi à séparer les zones de polarité opposée des taches bipolaires. Les images 7 et 8 correspondant à environ 15 et 20 jours d'évolution après les premiers signes d'émergence montrent l'étirement des lignes de champ par les mouvements convectifs. De plus, on retrouve ici les caractéristiques connues de la magneto-convection (Proctor et Weiss 1982; Weiss et al. 2002; Brun et al. 2004), notamment le fait que le champ magnétique radial tend à se concentrer à la périphérie des cellules convectives, dans les lignes de flots descendants. Le tube perd alors complètement sa forme originale et devient soumis aux mouvements turbulents de la zone convective près du haut du domaine.

Nous notons enfin sur cette figure que l'orientation des taches émergentes est dans un premier temps Nord-Sud mais devient peu à peu Est-Ouest du fait des mouvements convectifs et de la forme arquée de la structure magnétique dont on voit apparaître de plus en plus les pieds. Toutefois, nous allons voir que différents paramètres peuvent jouer un rôle important dans le tilt des régions actives tels que le twist initial des lignes, l'intensité du champ ou la structure de la convection dans la zone d'émergence. Les observations du cycle solaire donnent des contraintes importantes sur cette caractéristique de l'émergence qu'est le tilt des taches, en effet, la loi de Joy stipule que statistiquement, l'angle que fait la droite reliant les deux polarités de la région bipolaire est d'environ  $10^\circ$  lors de l'émergence à moyennes latitudes et que celui-ci diminue avec l'avancée du cycle. Ainsi, nous allons nous intéresser plus particulièrement à cette caractéristique robuste du cycle dans la section suivante.

## 8.4 Les structures émergentes

### 8.4.1 Existence de longitudes actives

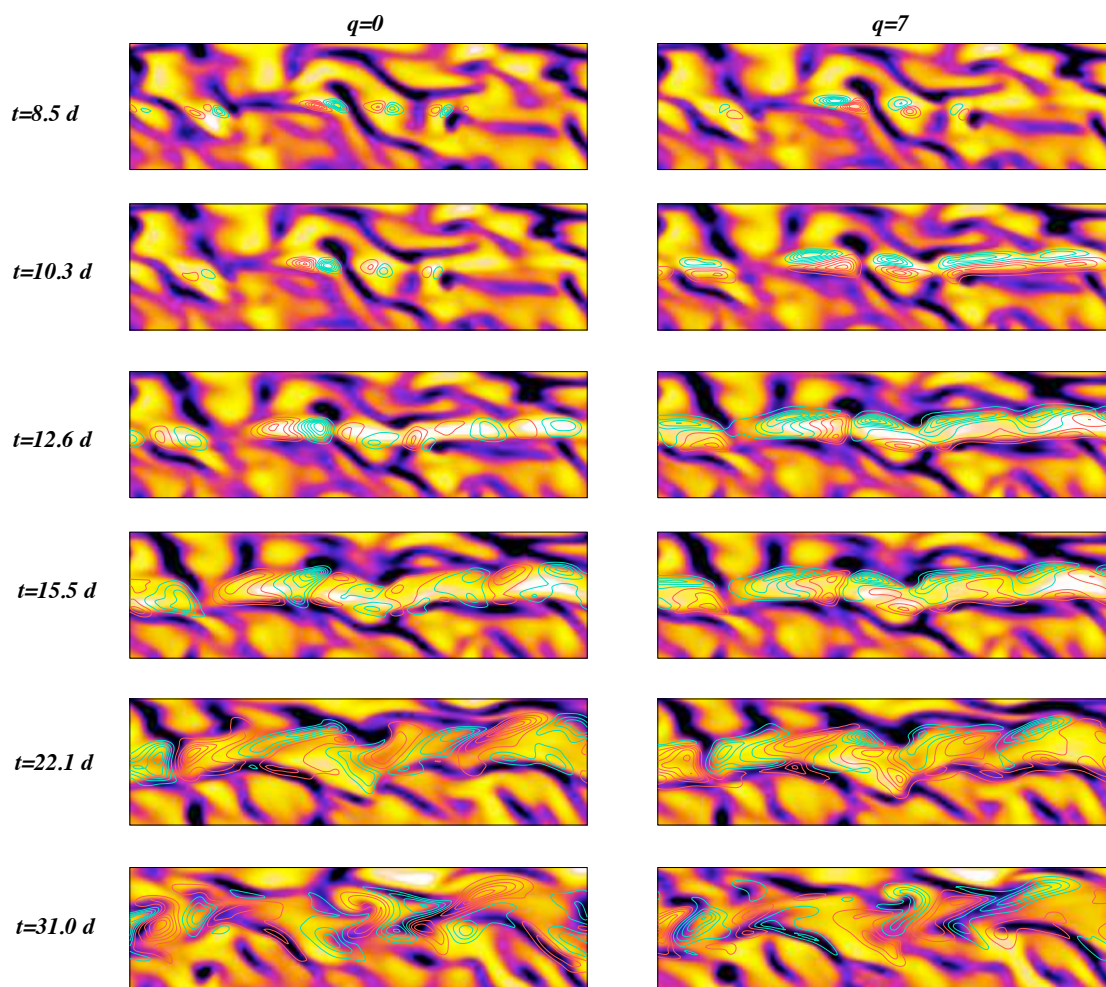
Nous venons de voir comment les mouvements convectifs permettent de créer une déformation importante d'un tube de champ introduit de manière axisymétrique pour donner finalement une émergence à des longitudes particulières. Toutefois, en procédant à une étude de paramètres, on constate qu'un tel comportement n'est observable que dans une gamme réduite d'intensité initiale. En effet, si le tube de champ est introduit à environ 11 fois le champ d'équipartition à la base de la zone convective, son ascension très rapide (environ 4 jours dans nos paramètres du modèle) se fait de manière quasiment axisymétrique. Le champ de vitesse créé localement par la force de Lorentz venant du tube domine totalement le champ de vitesse global et la convection environnante n'a que très peu d'impact sur le comportement du tube. Dans ce cas, l'émergence va se faire à environ toutes les longitudes, avec une très faible modulation ne procurant pas à la structure une courbure suffisante pour faire apparaître une émergence Est-Ouest. Au contraire, si le tube est introduit à une intensité initiale d'environ 1.5 fois l'équipartition, les flots descendants sont suffisamment intenses pour lutter contre la flottaison magnétique et le tube perd alors sa flottaison par diffusion avant d'avoir pu parcourir la distance qui le sépare du haut du domaine. Ainsi, dans ce cas, la structure magnétique est fortement déformée en longitude du fait de sa faible intensité mais ne parvient pas à émerger à la surface.

Ainsi, l'existence de longitudes actives localisées n'est observée dans ces simulations que dans une gamme particulière de champ magnétique initiale où la flottaison de la structure émergente lutte "d'égal à égal" contre l'action des flots convectifs. Un champ magnétique initial d'une intensité environ égale à  $4.4B_{eq} = 2 \times 10^5$  G est ainsi un bon candidat pour créer des structures émergentes modulées en longitude. Brummell et al. (2002a); Cline et al. (2003b) ont montré qu'un cisaillement en vitesse localisé dans la tachocline était en mesure d'amplifier des champs magnétiques jusqu'à des valeurs de l'ordre de la centaine de kiloGauss mais la génération de champs aussi intenses répartis sur toute la base de la zone convective reste toutefois difficile à expliquer. Les modèles 3D de zone convective avec tachocline

(Browning et al. 2006) doivent donc être poursuivis pour mieux comprendre les mécanismes de création du champ et pour pouvoir quantifier précisément l'énergie magnétique générée dans cette zone de fort cisaillement qu'est la tachocline.

### 8.4.2 Tilt des régions actives

Nous nous plaçons donc dans le cas où le champ magnétique initial est dans une gamme de valeurs lui permettant de créer des longitudes actives localisées. Nous avons vu sur la figure 8.10 que l'orientation des taches bipolaires étaient préférentiellement Nord-Sud initialement puis dépendait fortement de la structure de la convection dans la zone d'émergence. Cette orientation particulière lors de l'émergence est due à l'existence de twist et c'est le champ radial issu du twist des lignes que l'on voit apparaître en premier lorsqu'on observe à rayon constant dans un plan latitude-longitude. Puis, si la structure est suffisamment arquée, une contribution au champ magnétique radial est apportée par les pieds de la boucle formée par les mouvements convectifs et on observe ainsi une orientation qui devient de plus en plus Est-Ouest et non plus purement Nord-Sud.



F . 8.11 – Zoom dans le plan  $(\theta, \phi)$  d'une zone d'émergence de champ radial (contours colorés) au sein de la convection (couleurs) à  $0.96R_{\odot}$  dans un cas sans twist et dans un cas où le twist est juste au-dessus du seuil de cohérence.

La figure 8.11 illustre ce phénomène. On y représente l'émergence de régions actives dans le cas non torsadé et dans le cas où le twist est juste au-dessus du seuil nécessaire au maintien de la cohérence du tube. On voit clairement sur cette figure que dans le cas non-torsadé, la seule contribution au champ radial provenant des portions arquées formées par les mouvements convectifs, l'orientation des régions actives émergentes est pratiquement purement Est-Ouest. Dans ce cas et contrairement à ce que l'on obtenait pour la boucle  $\Omega$  introduite dans la zone isentropique, la force de Coriolis n'a pas pu agir suffisamment sur la boucle pour produire le tilt observé à la surface du Soleil, probablement du fait de la faible courbure de la boucle formée uniquement par la convection. On constate toutefois sur la figure 8.11 que dans un cas faiblement torsadé, l'orientation des taches bipolaires lors de l'émergence est assez proche de ce qui peut être observé car les contributions au champ magnétique radial provenant du twist des lignes et des pieds de la boucle sont du même ordre et se combinent pour donner un angle de tilt satisfaisant. Par conséquent, il est important de contraindre mieux le paramètre de twist car on constate encore une fois qu'il est d'une grande importance pour une des principales caractéristiques robustes du cycle solaire.

D'autre part, même si le twist des lignes de champ dans la structure émergente semble principalement contrôler l'angle de tilt des régions actives, l'advection par la convection peut significativement agir pour modifier cette orientation. Ainsi, sur la figure 8.10, lors du premier stade de l'émergence, les régions actives possèdent des orientations assez similaires majoritairement Nord-Sud et l'évolution plus tardive est très différente selon leur position par rapport à la convection environnante. En effet, la tache qui émerge la plus à l'Ouest adopte une orientation Est-Ouest et un angle de tilt positif très clairs sur l'image 5 alors que la tache émergeant le plus à l'Est adopte plutôt un angle de tilt négatif visible sur l'image 6. C'est l'advection par la vitesse horizontale  $v_\theta$  qui est ici à l'origine du tilt des taches actives dans l'évolution tardive. Ainsi, on note que les mouvements convectifs influencent significativement les propriétés des régions actives et qu'il serait hâtif de conclure que seul le twist des lignes de champ contrôle leur tilt lors de l'émergence.

## 8.5 Les champs de vitesse à grande échelle et leur influence sur la structure magnétique

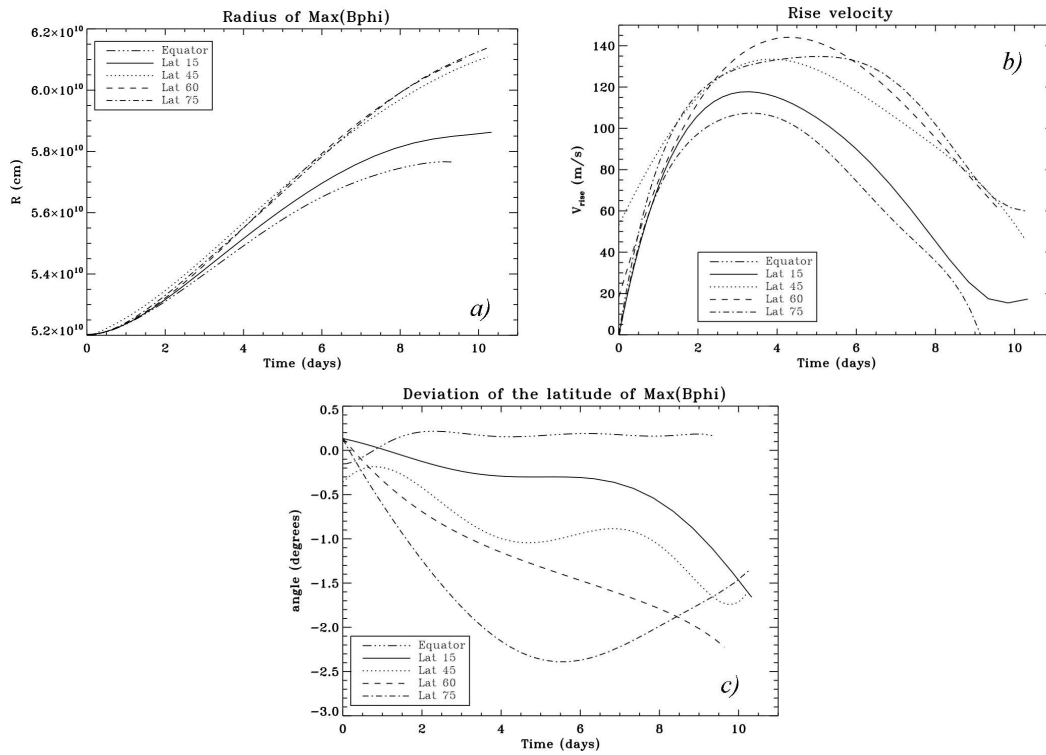
Un des grands avantages de ces simulations 3D de convection turbulente est la génération auto-consistante des écoulements moyens. En effet, la redistribution du moment cinétique par les tenseurs de Reynolds ou la circulation méridienne crée naturellement une rotation différentielle avec un équateur rapide et des pôles lents, comme on l'observe dans le Soleil. Comme on l'a vu en introduction de ce chapitre, une manipulation sur le gradient d'entropie à la base de la zone convective permet de mimer la présence d'une tachocline et ainsi de procurer à la rotation différentielle un profil plus solaire. Le maintien de la circulation méridienne est quant à lui subtil car il repose sur l'équilibre entre tenseurs de Reynolds, force de Coriolis, forces de flottaison et tenseurs de Maxwell dans les cas magnétiques. La circulation méridienne est également naturellement générée dans nos simulations hydrodynamiques où une fois l'état d'équilibre atteint, la structure magnétique est introduite. Nous nous proposons donc dans cette section d'étudier l'interaction entre ces champs de vitesse moyens et le champ magnétique du tube.

### 8.5.1 La rotation différentielle

Au coeur de la zone convective, notre vitesse angulaire varie principalement en latitude, est environ constante en rayon aux moyennes latitudes et le profil devient cylindrique en-dessous de  $25^\circ$ . Ainsi, pour tester l'influence de la rotation différentielle sur les structures magnétiques, celles-ci sont introduites à différentes latitudes dans l'hémisphère Nord, de l'équateur à  $75^\circ$ . Premièrement, on retrouve les conclusions des simulations en zone stable pour lesquelles un tube introduit à plus basse latitude est à la fois



plus freiné dans son ascension et moins dévié vers les pôles du fait de la dépendance latitudinale respective de la force centrifuge et de Coriolis. La figure 8.12 montre l'évolution temporelle de tubes introduits à différentes latitudes soit à l'équateur, à 15, 45, 60 ou 75°. La figure a) montre l'évolution de la position radiale de l'axe du tube en fonction du temps, la b) représente la vitesse de chaque tube en fonction du temps et enfin la c) montre la déviation de la position angulaire de l'axe du tube. Sur les figures a) et b) les tubes introduits à l'équateur ou à 15° ont clairement un comportement différents des autres. Ils atteignent leur vitesse maximale très tôt et la phase de décélération est si importante qu'ils stoppent pratiquement leur ascension lorsqu'ils atteignent le milieu de la zone convective. Les tubes situés initialement à des latitudes plus élevées sont au contraire en mesure de continuer leur ascension dans la zone convective jusqu'à atteindre la frontière supérieure où des conditions potentielles ont été imposées pour le champ magnétique (conduisant à un champ toroidal nul) et des conditions impénétrables pour le champ de vitesse ( $v_r = 0$ ). Dans le cas de tubes en zone stable, nous avons montré que la vitesse radiale était proportionnelle à la flottaison modifiée par la force centrifuge  $g - r \sin^2 \theta \Omega^2$  avec  $\theta$  la colatitude et  $\Omega$  le taux de rotation. Pour une rotation solide, une augmentation de la colatitude  $\theta$  cause donc une diminution de ce terme et donc de l'efficacité de la flottaison. Ainsi, un tube introduit à plus basse latitude a plus de difficultés à émerger dans le cas d'une rotation uniforme. Dans ce cas avec convection, la rotation est différentielle et les basses latitudes sont plus rapides que les pôles, ce qui crée alors un contraste encore plus important entre la vitesse de montée de tubes introduits à basse latitude et à haute latitude.



F . 8.12 – Comparaison du comportement de tubes introduits à différentes latitudes. Le graphe a) montre l'évolution de la position radiale de l'axe du tube, le deuxième présente la vitesse de chaque tube en fonction du temps et le troisième montre l'évolution de l'angle de déviation du tube (i.e. la différence entre la latitude de l'axe à l'instant  $t$  et la latitude d'introduction).

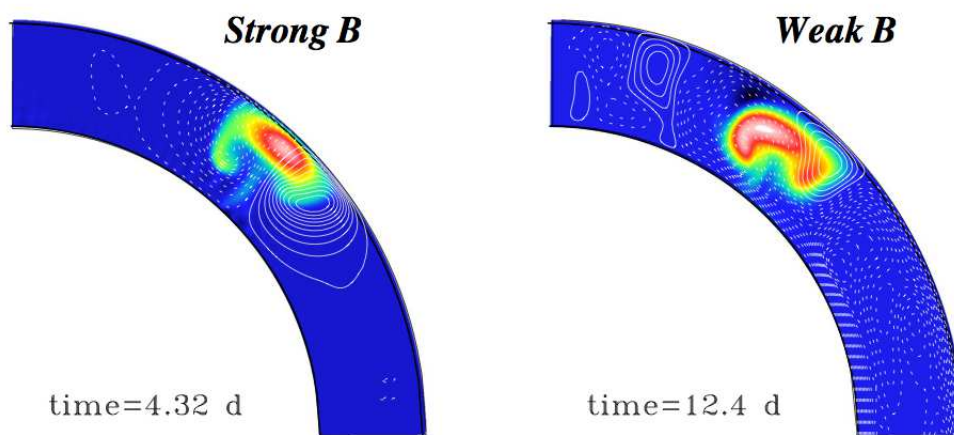
Nous remarquons d'autre part sur la figure 8.12 b) que la vitesse de montée des tubes de flux est réduite par rapport aux cas en zone isentropique sans convection. Lorsque le tube était introduit à 45°

en zone stable, la vitesse maximale atteinte était d'environ  $220 \text{ m.s}^{-1}$  alors qu'elle n'est plus que de  $130 \text{ m.s}^{-1}$  ici. Ce freinage est dû principalement à la présence d'écoulements descendants qui ont tendance à retenir la structure magnétique vers l'intérieur et ainsi à diminuer la vitesse moyenne globale du tube à travers la coquille convective.

Enfin, la figure 8.12 c) confirme que la force de Coriolis agit fortement à hautes latitudes pour dévier le tube de champ magnétique de sa trajectoire radiale. On remarque en particulier que le tube introduit à l'équateur n'a pas été du tout dévié durant son ascension. Toutefois, on note que malgré une vitesse de montée plus faible, la déviation à la trajectoire radiale dans le cas convectif est plus faible que dans le cas stable. Un tube introduit à  $45^\circ$  n'est ici dévié que de  $1^\circ$  après 7 jours d'évolution contre plus de  $4^\circ$  dans le cas isentropique au même instant.

### 8.5.2 La circulation méridienne

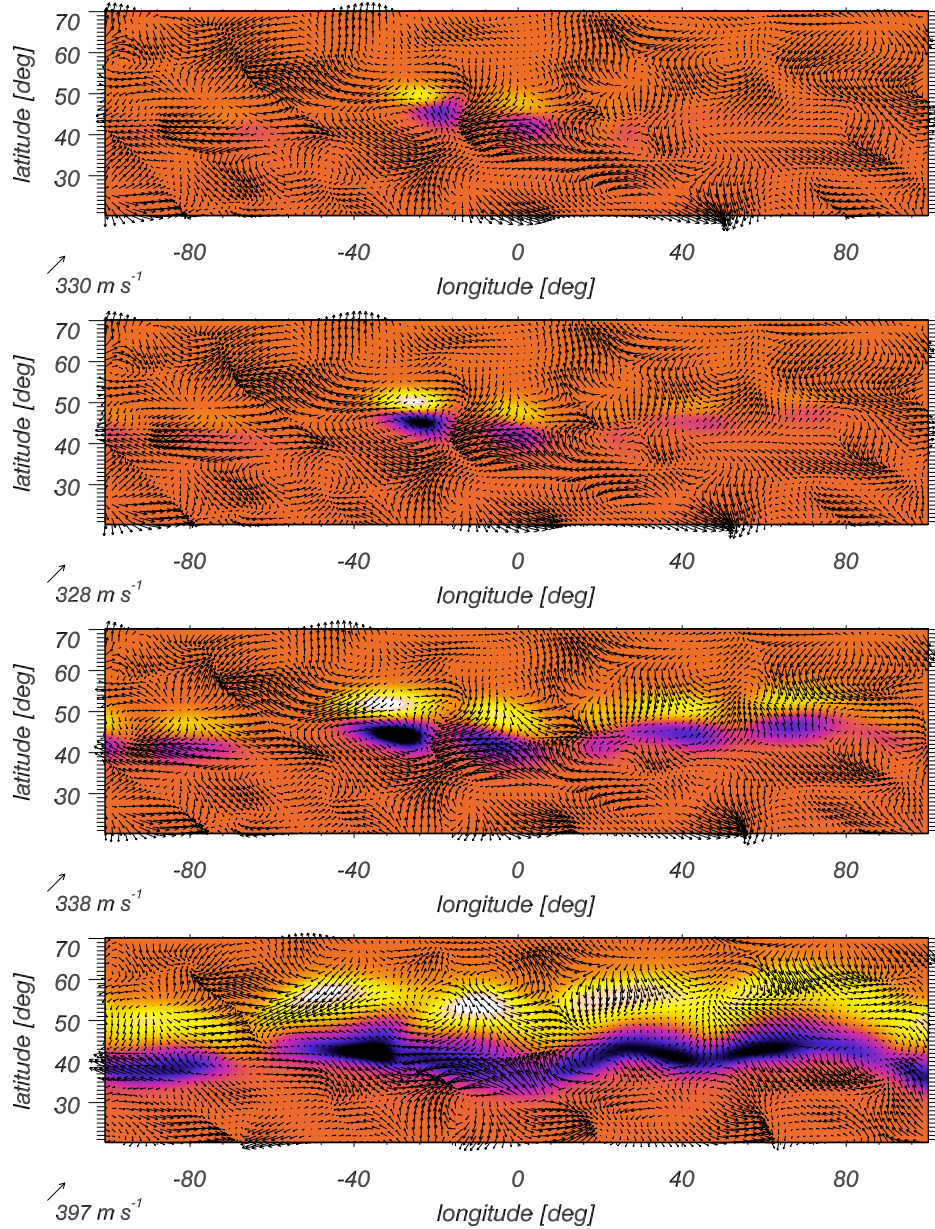
Penchons nous à présent sur les effets de l'écoulement moyen dans le plan perpendiculaire à la direction azimutale : la circulation méridienne. Cette circulation doit son origine aux forces de flottaison, des gradients de pression, des tenseurs de Reynolds et de la force de Coriolis agissant sur l'écoulement zonal moyen. Les tenseurs de Maxwell participent également activement au maintien de ce faible écoulement méridien. Il est donc vraisemblable que la présence d'un champ magnétique confiné et les tenseurs de Maxwell associés soient en mesure de déstabiliser cet équilibre et d'affecter profondément la structure de cette circulation méridienne.



F . 8.13 – Composante  $B_\phi$  du champ magnétique (couleurs) superposée à la circulation méridienne instantanée (contours blancs), dans le cas d'un champ fort (à gauche) et d'un champ faible (à droite). Les traits pleins indiquent une circulation dans le sens horaire et les pointillés dans le sens anti-horaire.

La figure 8.13 montre la structure de la circulation méridienne en présence d'un tube de champ magnétique initialement introduit avec une intensité de plus de  $11B_{eq}$  (à gauche) et d'environ  $4B_{eq}$  (à droite). Dans le cas où le champ magnétique est le plus fort, la circulation méridienne adopte une structure très symétrique concentrée autour de l'axe du tube. Dans ce cas, la vitesse méridienne observée est principalement créée par la force de Lorentz rétroagissant sur le champ de vitesse et la contribution des autres forces participant au maintien de la circulation est complètement effacée. La situation est clairement différente dans le cas d'un tube de flux introduit avec une intensité initiale plus faible. Dans ce cas, la vitesse créée par le tube lui-même est du même ordre de grandeur que la circulation générée par les processus hydrodynamiques et ainsi la structure magnétique est susceptible d'être advectée dans une direction particulière, selon qu'elle sera située au cœur d'une région de vitesse méridienne orientée vers

les pôles ou vers l'équateur. Dans le cas particulier de la figure 8.13, à cette longitude spécifique, lorsque le tube atteint le haut du domaine, il semble être sensible au transport par la circulation méridienne majoritairement orientée vers le pôle Nord dans cette région et sa forme est alors beaucoup moins symétrique que dans le cas B fort.



F . 8.14 – Superposition du champ radial (couleurs) et du champ de vitesse de surface sur une portion du plan longitude-latitude. Dans ce cas, le tube de champ a été introduit à  $45^\circ$  avec une intensité de  $4.4B_{eq}$ .

Il est également intéressant de se concentrer sur l'influence de la structure magnétique émergente sur le champ de vitesse de surface. Ainsi, la figure 8.14 montre la superposition du champ radial des régions actives émergentes dans le cas où le champ initial est d'environ  $4B_{eq}$  et du champ de vitesse de surface sur une portion du plan latitude-longitude. L'étude observationnelle de Švanda et al. (2008)

sur les données MDI/SOHO a montré que l'écoulement horizontal à grande échelle était sensible à la présence de champ magnétique confiné tel que celui qu'on introduit dans nos simulations et qui produit des taches bipolaires lors de l'émergence. La figure 8.14 permet d'apprécier cette sensibilité et ainsi de montrer la réponse de l'écoulement horizontal à la présence de taches actives. A l'instant de la première image, le tube n'a encore pratiquement pas émerger, le champ de vitesse possède alors sa structure non-modifiée par la présence de champ magnétique. Au fur et à mesure de l'émergence, on constate en effet des modifications notables de la structure du champ de vitesse horizontale. Premièrement, la norme de la vitesse est augmentée, on note en effet une accélération du flot dans les zones d'émergences due à la structure particulière de l'écoulement créé par le tube comme on l'a vu. D'autre part, les régions de flots convergents deviennent plus confinées entre les régions d'émergence. En effet, si l'on se concentre sur la zone située juste en-dessous de la région bipolaire émergeant autour de  $-20^\circ$  de longitude, on observe que la convergence du flot se fait sur une ligne de plus en plus fine et de plus en plus alignée avec la direction horizontale (dernière image notamment). Enfin, on constate également une accélération de l'écoulement zonal dans la direction rétrograde dans les zones d'émergence, correspondant à la vitesse azimutale créée localement par le tube du fait de la conservation de son moment cinétique. Ainsi, il est clair sur ces simulations que l'apparition de régions magnétisées à la surface de notre zone convective modélisée influence localement très fortement la structure du champ de vitesse horizontal, ce qui semble être confirmé par les observations (Haber et al. 2003, 2004; Hindman et al. 2004; Gizon et al. 2001; Gizon 2004).

## 8.6 Effets de l'introduction d'une atmosphère

### 8.6.1 L'atmosphère solaire et les modèles existants

#### L'atmosphère solaire en bref

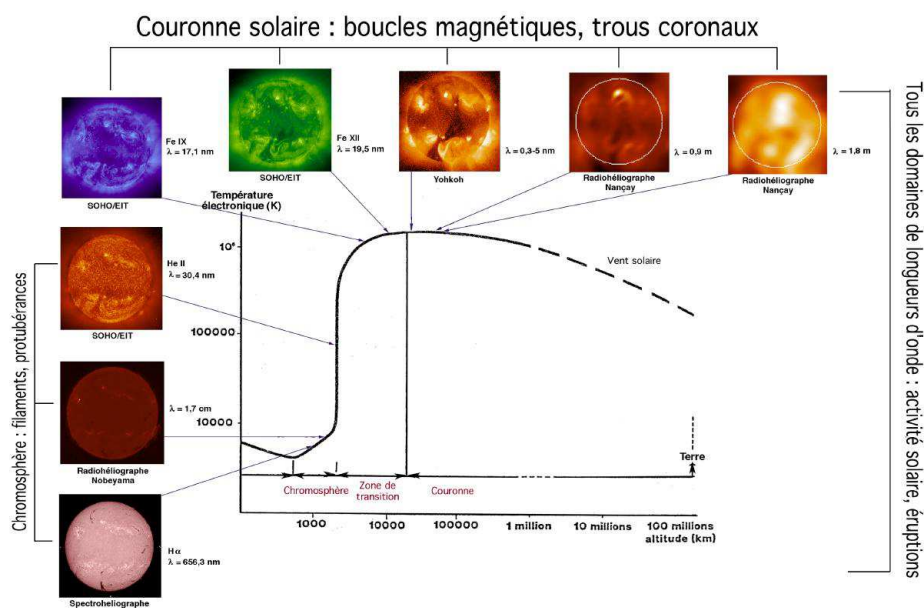
La physique de l'atmosphère solaire est très différente de la physique de l'intérieur de l'étoile du fait des conditions de pression, température et densité qui varient fortement dans les 5 derniers Mm de la zone convective. L'atmosphère solaire est composée de 3 parties principales aux propriétés distinctes : la chromosphère, la zone de transition et la couronne. Le champ magnétique est dans ces zones le principal responsable de la structure et de la variabilité, ce qui fait de l'émergence de flux magnétique dans ces zones un sujet d'investigations de choix.

Les figures 8.15 et 8.16 représentent respectivement la variation de température et de plasma  $\beta$  (rapport de la pression du gaz sur la pression magnétique) dans l'atmosphère solaire. Ces figures nous permettent de nous concentrer sur les propriétés de chaque zone.

La chromosphère représente la transition dynamique entre le minimum de température atteint dans la photosphère et le milieu très chaud (à plus d'un million de degrés) et dilué (où la densité particulière est de moins de  $10^8 \text{ cm}^{-3}$ ) constituant la couronne. Son nom vient de son aspect coloré lorsqu'elle est observée lors d'une éclipse totale où la raie rouge  $H_\alpha$  à 656.3 nm domine particulièrement le spectre. Dans cette zone, la pression du gaz chute beaucoup plus rapidement que l'intensité du champ magnétique et le paramètre  $\beta$  du plasma franchit alors la transition vers un régime dominé par  $\mathbf{B}$ . Les structures les plus visibles dans la chromosphère sont les jets de plasma appelés spicules qui peuvent s'étendre à plus de 10000 km au-dessus de la surface et qui sont très sensibles aux conditions magnétiques locales.

La région de transition séparant la chromosphère de la couronne est le siège d'une élévation rapide de la température comme on le voit sur la figure 8.15. Il est plus approprié d'imaginer la zone de transition comme un régime particulier de températures plutôt que comme une couche géométrique bien définie. En effet, cette zone est à la fois très inhomogène spatialement et de plus, la transition vers les hautes températures est si fine qu'on obtient presque une discontinuité en  $T$ . Dans cette région, le  $\beta$  du plasma





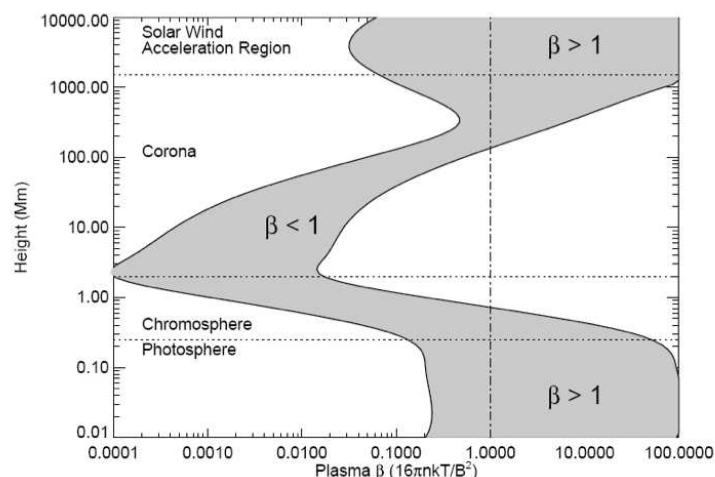
F . 8.15 – Courbe de variation de la température "électronique" en fonction de l'altitude dans l'atmosphère solaire. Crédit : LESIA, Observatoire de Paris.

devient très faible et le champ magnétique domine donc très largement toute la dynamique.

Enfin, au-dessus de la région de transition le profil de température devient plus plat et nous entrons alors dans une zone beaucoup plus étendue que le Soleil lui-même : la couronne. Elle est, de par la dissipation spatialement et temporellement intermittente de son champ magnétique, une source puissante d'émissions d'ultraviolets extrêmes et de rayons X. Les boucles corales reliant les zones de champ magnétique de polarité opposée y apparaissent très brillantes. Les régions où la couronne est absente sont appelées trous coronaux et sont le lieu de naissance du vent solaire rapide. Dans cette région, on remarque que même si le plasma  $\beta$  tend à augmenter, le champ magnétique reste toujours largement dominant.

### La modélisation de l'émergence dans l'atmosphère

L'une des enjeux cruciaux concernant l'émergence de flux dans le Soleil reste aujourd'hui de comprendre comment le champ magnétique flottant dans la zone convectivement instable interne parvient à se manifester dans la zone stable et raréfiée que constitue l'atmosphère solaire. Les premiers travaux concernant cette question ont été conduits par Shibata et al. (1989) qui ont montré que l'instabilité de flottaison magnétique pouvait à elle-seule expliquer la manière dont le champ s'étend dynamiquement de la photosphère vers l'atmosphère stable. De nombreuses simulations 2D et 3D ont ensuite vu le jour et plus particulièrement des simulations 3D permettant de modéliser l'émergence de tube torsadé à travers plusieurs couches isothermes à différentes températures représentant la chromosphère et la couronne (Magara 2004; Manchester et al. 2004; Archontis et al. 2004; Galsgaard et al. 2005). Dans ces simulations, le tube flottant ralentit lors de sa rencontre avec la photosphère, le flux magnétique s'accumule alors dans cette région et un fort gradient de pression magnétique est établi. L'instabilité de flottaison dans la zone stable se déclenche alors (Newcomb 1961) et le flux s'étend dans l'atmosphère. Des champs de vitesse sont alors établis du fait de la présence de tension magnétique et des mouvements particuliers



F . 8.16 – Variation du paramètre  $\beta = P_{gaz}/P_{mag}$  du plasma dans l'atmosphère solaire. Tiré de Gary (2001).

des pieds des boucles émergentes sont observés. Ainsi, du fait de ces écoulements particuliers, les zones de polarité opposée s'éloignent l'une de l'autre et adoptent une orientation Est-Ouest. D'autre part, de nombreuses simulations montrent que l'émergence de la totalité du tube de flux reste difficile du fait du plasma dense situé dans les parties concaves de la structure magnétique torsadée et que la partie inférieure et même dans certaines conditions l'axe du tube pourraient rester piéger sous la photosphère. Manchester et al. (2004) montrent toutefois que le degré d'enroulement des lignes de champ pourrait dans ce cas être responsable de la difficulté qu'aurait le tube à émerger intégralement.

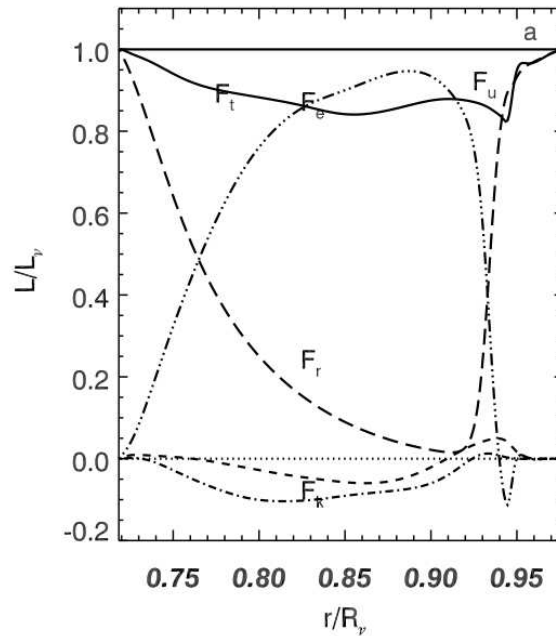
Les effets de l'interaction entre le champ émergent et le champ coronal existant a également été le sujet de nombreuses simulations (Archontis et al. 2005; Isobe et al. 2005) qui ont montré que les processus de reconnexion dépendaient fortement de la configuration du système et de l'orientation des champs l'un par rapport à l'autre. D'autre part, le problème difficile de la transition d'une région à fort plasma  $\beta$  à faible plasma  $\beta$  fait l'objet de nombreux travaux de modélisation (Amari et al. 2004, 2008) où un traitement différent est utilisé pour les 2 zones séparées par la couche photosphérique.

Récemment, des modèles 3D ont été développés comme celui de Cheung et al. (2007) qui considère l'émergence de flux de la zone convective vers la photosphère avec un traitement détaillé du transfert radiatif photosphérique mais qui exclut les couches supérieures de l'atmosphère. La modélisation de ces couches est en constante amélioration. Par exemple, Hansteen (2004); Hansteen et al. (2007); Abbett (2007) ont étudié des simulations MHD 3D incluant la zone convective de sous-surface, la chromosphère, la zone de transition et la basse couronne avec transfert radiatif et processus de conduction. Ainsi, récemment, Martínez-Sykora et al. (2008) ont étudié l'émergence d'un tube de champ torsadé horizontal dans ce type de modèles et les réponses variées des différentes parties de l'atmosphère. Ils ont montré que les signes de cette émergence étaient visibles à tous les niveaux du Soleil externe et ont identifié précisément ceux qui seraient en mesure d'être détectés dans les données haute résolution du satellite Hinode par exemple.

### 8.6.2 Le modèle hydrodynamique

Le but de nos simulations est d'étudier l'émergence de flux magnétique de la *base* de la zone convective jusque dans l'atmosphère. Cette étude exclut donc un traitement des différentes couches de l'atmosphère aussi sophistiqué que dans les modèles résumés dans la section précédente qui ne traitent que des

derniers Mm de la zone convective où la pression et la densité ont déjà fortement chuté. Le modèle hydrodynamique que nous adoptons ici décrit donc toute la zone convective et une région stablement stratifiée y est superposée pour modéliser notre atmosphère. Ainsi, une manipulation est pratiquée à la fois sur le gradient d'entropie et sur le flux radiatif pour que la zone supérieure soit stable (sans convection) et que le transport d'énergie dans cette zone se fasse par rayonnement.



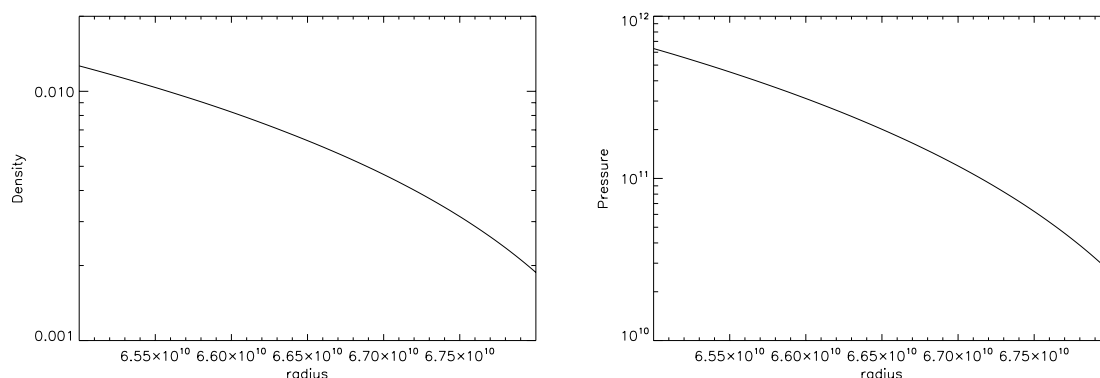
F . 8.17 – Dépendance radiale des flux d'énergie dans le modèle avec atmosphère.

La dépendance radiale des différents flux d'énergie jouant un rôle dans ce système ainsi que la variation dans les derniers Mm de la coquille sphérique de la densité et de la pression du modèle de référence sont représentés sur les figures 8.17 et 8.18.

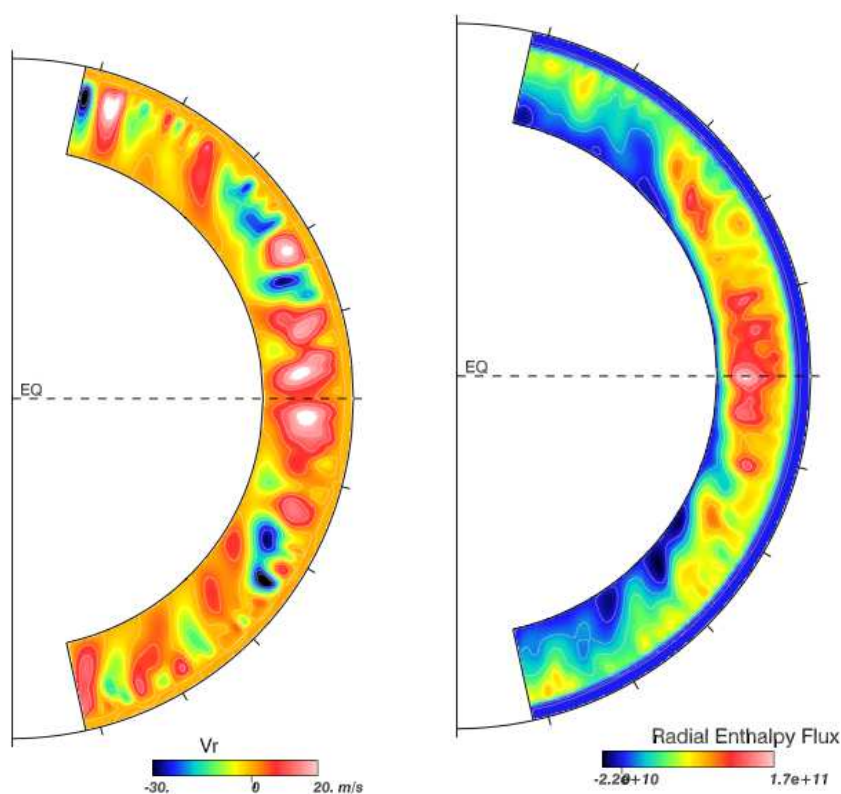
Au coeur de la zone convective, le flux d'enthalpie qui représente le transport d'énergie par convection domine et atteint environ 90% de la luminosité totale de l'étoile. Le flux radiatif, quant à lui, transporte l'énergie là où la convection n'est pas efficace c'est à dire à la base du domaine et dans la zone où l'on a créé une zone stable représentant l'atmosphère. On peut constater que près de la limite inférieure de cette zone stable, le flux d'enthalpie devient légèrement négatif, ce qui traduit une pénétration sur une certaine profondeur de la convection dans l'atmosphère qui se produit effectivement dans la photosphère solaire. Les flux visqueux et d'énergie cinétique restent très faibles et négatifs dans ces modèles, comme dans les cas purement convectifs présentés précédemment.

Notons également que la pression du gaz en haut du domaine est maintenant proche de  $10^{10}$  dynes.cm<sup>-2</sup> et que si notre champ magnétique près de la surface est proche de  $10^5$  G, le  $\beta$  du plasma atteint pratiquement la valeur de 1. Nous passerions alors en augmentant l'extension radiale du modèle par la transition d'une dynamique dominée par les mouvements du plasma à un régime dominé par le champ magnétique, comme c'est le cas dans l'atmosphère solaire réelle. Ce travail est en cours, dans les cas présentés dans la section suivante, la pression du gaz reste encore dominante mais l'ajout d'une zone stable de surface nous permet d'apprécier le comportement du tube lorsqu'il atteint l'interface.

La figure 8.19 montre plus en détails la structure de la convection dans la coquille sphérique. La vitesse radiale ainsi que le flux d'enthalpie moyennés en longitude sont ici représentés dans le plan méridien. Sur cette figure, on distingue nettement la zone stable de surface qui va représenter notre at-



F . 8.18 – Variation de la densité et de la pression de référence dans les parties supérieures du domaine (de 650 Mm à 680 Mm) dans le cas avec atmosphère.



F . 8.19 – Vitesse radiale et flux d'enthalpie moyennés en longitude dans le cas hydrodynamique avec atmosphère, représentés dans le plan méridien.

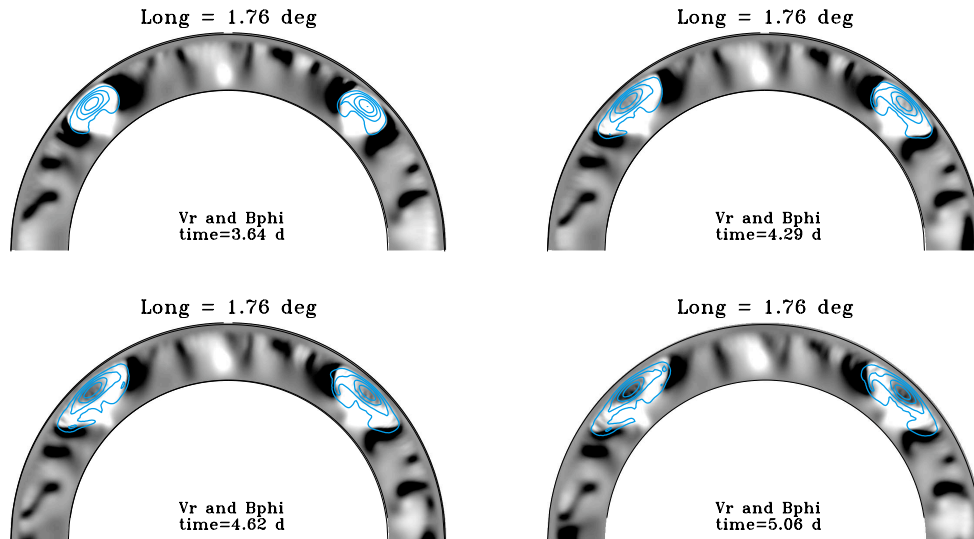
mosphère dans laquelle les mouvements verticaux et le flux d'enthalpie sont nuls. Au cœur de la zone convective au contraire, la convection est complètement développée et le comportement d'un tube de champ magnétique plongé en son sein sera très similaire aux simulations déjà présentées. Nous allons donc ici nous focaliser sur le comportement du tube de flux lorsqu'il atteint l'interface entre la zone convective et l'atmosphère et nous intéresser particulièrement aux différences avec le cas d'un mur impenétrable où des conditions potentielles étaient imposées sur le champ magnétique (modèles convectifs

précédents).

Le modèle hydrodynamique étant équilibré et la convection complètement développée au coeur du domaine, la structure magnétique torique est introduite comme précédemment, de manière axisymétrique, à une position donnée qui sera ici  $0.75R_{\odot}$  et  $45^{\circ}$  et avec une intensité initiale d'environ  $11B_{eq}$ . Les premiers résultats de ces calculs en cours sont résumés dans la section suivante.

### 8.6.3 Premiers résultats

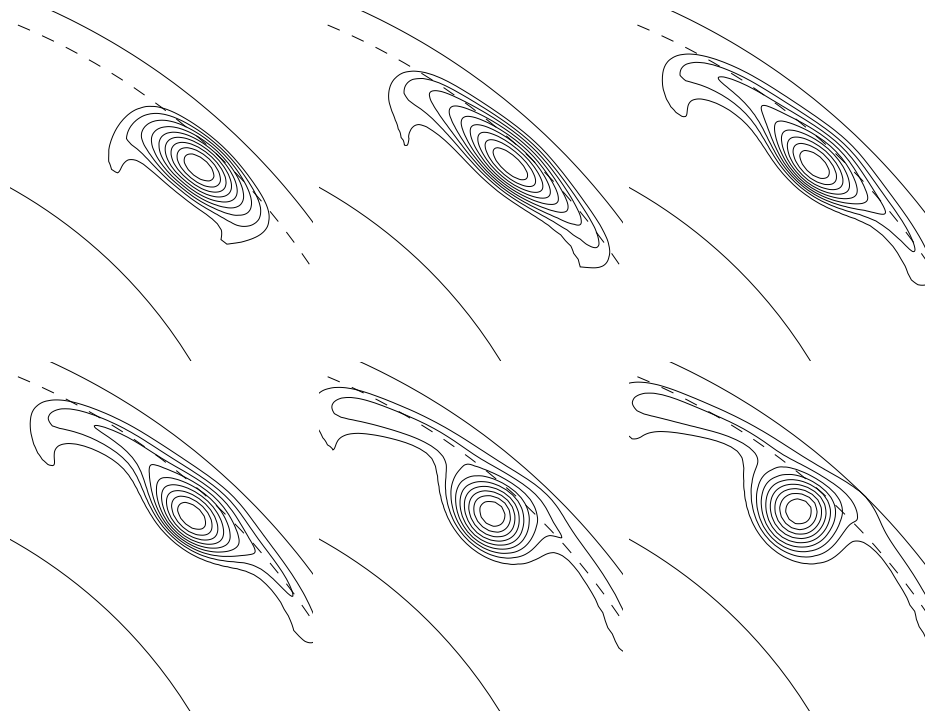
Comme on l'a évoqué précédemment, nous nous intéressons particulièrement ici au comportement du tube à l'interface zone convective/zone stable. Ainsi, la figure 8.20 représente les derniers jours d'évolution du tube dans notre modèle dans un plan méridien, dans l'hémisphère Nord et à une certaine longitude. Les contours de la composante  $B_{\phi}$  du champ magnétique sont représentés en couleurs et superposés à la vitesse radiale représentant la convection, les contours noirs étant associés aux flots descendants et les blancs aux flots montants. On retrouve ici l'écoulement local caractéristique créé par le tube lors de son ascension, un fort flot montant près de l'axe accompagné de flots descendants plus fins sur les côtés de la structure. Contrairement au cas purement convectif. Cet écoulement particulier va avoir des conséquences sur la structure du champ de vitesse dans la zone stable et sur la réponse de celle-ci sur le champ de vitesse en haut de la zone convective. En effet, lorsque le tube rencontre l'atmosphère, il est fortement freiné du fait de la stratification stable défavorable à l'efficacité de la flottaison magnétique. En effet, on constate particulièrement sur les 2 dernières images de la figure 8.20 qu'un fort flot descendant est créé à l'endroit même où l'apex du tube commence à entrer en contact avec la zone stable, cet écoulement descendant a alors pour effet tout d'abord de supprimer le flot montant qui était associé à l'axe du tube puis de le dépasser largement de manière à stopper totalement la progression de la structure magnétique dans l'atmosphère. Le tube n'est alors plus suffisamment flottant pour lutter contre ces nouveaux flots descendants et il s'étend alors horizontalement sans que l'axe du tube ne parvienne à émerger.



F . 8.20 – Derniers jours d'évolution du tube de champ magnétique (contours) plongé dans un modèle hydrodynamique avec atmosphère. On se concentre ici sur le comportement du tube à l'interface.

Dans ce cas, la progression du tube est rendue très difficile par la présence d'une zone stable relativement rigide (le gradient d'entropie ou la superadiabaticité maximale est ici d'environ  $\delta = 5 \times 10^{-4}$ ) mais une empreinte du champ magnétique est toutefois visible dans l'atmosphère. L'intensité magnétique du

champ émergent se situe entre  $-10\text{ G}$  et  $10\text{ G}$  c'est à dire au moins 2 ordres de grandeurs en-dessous des régions actives que l'on voyait émerger dans le cas de la zone purement convective. On retrouve la structure particulière de la convection en-dessous de l'interface avec de forts et étroits flots descendants et de larges et plus faibles flots montants et on devine le champ de vitesse caractéristique créé par la structure magnétique.



F . 8.21 – Evolution du champ magnétique poloidal moyenné en longitude lorsqu'il approche de l'interface zone convective / atmosphère.

La figure 8.21 montre le champ poloidal lorsqu'il tente d'émerger dans l'atmosphère. On peut constater que l'axe du tube se rapproche tout d'abord de l'interface du fait de la flottaison magnétique (2 premières images). Le tube se comprime ensuite lorsqu'il atteint la région rigide qui freine son mouvement. Lorsque la structure magnétique se heurte réellement à l'interface et qu'un flot descendant se crée au niveau de l'axe du tube comme on l'a vu sur la figure 8.20, le tube a un mouvement de "rebond" contre la zone stable et l'axe est stoppé dans son ascension et a même une tendance à être repoussé vers l'intérieur de l'étoile. L'émergence dans la zone stable modélisant notre atmosphère est donc très difficile ici.

La rigidité de la zone stable est un paramètre sur lequel on peut agir dans l'objectif de permettre au tube de pénétrer plus profondément dans l'atmosphère lors de l'émergence. On procède donc au même calcul mais avec une subadiabaticité dans la zone stable de seulement  $5 \times 10^{-7}$ . Dans ce cas, la structure magnétique pénètre effectivement plus profondément au-delà de l'interface, créant des régions dans l'atmosphère où le champ radial peut atteindre plus de  $10^2\text{ G}$  lors de l'émergence. Toutefois, ce travail est en cours et une analyse plus poussée reste à être effectuée pour connaître le réel impact de la rigidité de la zone stable de surface.

#### 8.6.4 Perspectives

Ce travail de l'introduction d'une atmosphère dans notre modèle en est encore à sa phase préliminaire. En effet, une extension du rayon conduisant à une chute plus importante de la densité et de la

pression (et donc à un plasma  $\beta$  éventuellement inférieur à 1) dans le cadre d'une telle modélisation cause des problèmes d'instabilités numériques notamment sur le gradient d'entropie. L'imposition d'une zone stable de surface implique en effet entre autres une transition brutale dans le profil du gradient d'entropie qui semble difficile à gérer. De plus, l'utilisation de l'approximation anélastique (comme dans le code ASH) est normalement justifiée lorsque le paramètre  $\beta$  du plasma reste très supérieur à 1 puisque la dérivation des équations anélastiques se fait par un développement des équations de la MHD complètement compressible par rapport aux variables  $\delta$  la subadiabaticité et  $\beta^{-1}$ , tout deux supposés petits devant 1 (Lantz et Fan 1999). Ainsi, l'existence de problèmes numériques liés à l'utilisation de l'approximation anélastique n'est pas exclue dans le cas d'une atmosphère étendue.

D'autres solutions pourraient être envisagées de manière à modéliser une atmosphère de manière moins contraignante pour notre modèle numérique. Les premières couches de l'atmosphère pourraient en effet être modélisées par différentes zones isothermes comme dans certains modèles multidimensionnels évoqués dans la section précédente. Pour ce faire, on peut par exemple utiliser la loi de refroidissement de Newton qui affirme que la variation temporelle de température d'un objet peut s'écrire comme un coefficient de proportionnalité multiplié par la différence entre la température du milieu et celle de l'objet. Un terme du type  $kf(r)/\tau (\bar{T} + T' - T_{atmo})/\bar{T}$  (avec  $f(r)$  une fonction marche de type  $1 + \tanh$  permettant de choisir l'extension de la zone de transition,  $k$  le coefficient de proportionnalité,  $\tau$  un temps caractéristique de refroidissement et  $T_{atmo}$  la température désirée) serait dans ce cas introduit dans l'équation d'évolution de l'entropie car dans ASH c'est la variation de l'entropie et non de la température que l'on traite. D'autres problèmes numériques peuvent alors survenir, liés à l'utilisation de l'approximation anélastique mais cette approche pourrait donner des résultats plus réalistes.

## **Quatrième partie**

# **Conclusion et perspectives**

---





## Conclusions et perspectives

Mon travail de thèse s'est principalement porté sur l'étude des processus dynamiques et leurs interactions dans l'étoile que l'on connaît le mieux : notre Soleil. Nous vivons aujourd'hui à une époque de formidables développement d'outils à la fois observationnels et numériques qui nous permettent de progresser pas à pas vers une meilleure compréhension de la dynamique interne solaire. Toutefois, même si le Soleil peut apparaître comme l'un des objets astrophysiques les mieux connus, de très nombreuses questions restent encore en suspens concernant les mécanismes physiques agissant en son sein. J'énumère ici quelques unes de ces questions en insistant sur les éléments de réponses que j'ai pu apporter via mes simulations numériques multidimensionnelles (2D avec le code STELEM et 3D avec ASH) et sur les perspectives et futurs travaux à envisager aujourd'hui pour progresser dans notre quête de la compréhension de la dynamique stellaire.

### Peut-on se fier aux modèles de Babcock-Leighton ?

Depuis les années 50, de grands progrès ont été accomplis dans la compréhension de l'effet dynamo à l'origine du magnétisme solaire via des modèles 2D utilisant la théorie des champs moyens (Krause et Raedler 1980) puis via des modèles MHD 3D sophistiqués (e.g. Brun et al. (2004)). La correspondance entre ces deux types de modèles reste difficile à établir. En particulier la prise en compte dans les modèles 2D champ moyen de l'effet  $\alpha$ , générateur de champ poloidal issu des mouvements hélicitaires dans la zone convective solaire, est délicate. Pour que l'effet dynamo soit effectif, nous avons vu que toutes les composantes du champ magnétique devaient être en permanence régénérées dans l'intérieur stellaire. Aujourd'hui, grâce au développement de l'héliosismologie globale qui nous a fournit de très bonnes informations sur la rotation différentielle dans le Soleil (Thompson et al. 2003), il est communément accepté que le champ toroidal est créé par le cisaillement du champ poloidal principalement dans la zone de transition entre les régions radiative et convective : la tachocline. Par contre, le rôle respectif des mécanismes responsables de la conversion de champ toroidal en champ poloidal est moins clair. Que ce soit par les modèles de dynamo  $\alpha\Omega$  proposés pour la première fois par Parker (1955a) ou par les modèles de Babcock-Leighton (Babcock 1961; Leighton 1964, 1969) utilisés notamment par Wang et al. (1991) ou Dikpati et Charbonneau (1999), de nombreuses caractéristiques du cycle solaire sont en mesure d'être reproduites. De plus, l'inclusion de la circulation méridienne dans le modèle de BL ainsi que la prise en compte du processus physique de dissipation des régions actives constituent des éléments très attractifs de ce modèle. On est alors en mesure de reproduire le cycle de 22 ans en imposant une vitesse méridienne de surface d'environ  $20 \text{ m.s}^{-1}$  conforme aux observations, la branche équatoriale du champ toroidal correspondant à la migration des taches solaires observées grâce au diagramme papillon, ou encore un champ polaire de quelques dizaines de Gauss en choisissant bien les coefficients du terme source de champ poloidal (Dikpati et al. 2004). La circulation méridienne étant un des ingrédients clés de ce type de modèles, nous avons donc besoin de contraintes observationnelles sur cet élément. Mais l'écoulement méridien est difficile à détecter même avec les outils sophistiqués d'observation aujourd'hui à notre disposition comme les techniques d'héliosismologie locale (diagramme en anneaux,

analyse temps-distance,..., voir revue de Gizon et Birch (2005)) et est donc mal connu dans les couches profondes du Soleil, c'est à dire en dessous de  $0.9R_{\odot}$ . Des données à la fois observationnelles (Haber et al. 2002; Mitra-Kraev et Thompson 2007) et numériques (Brun et Toomre 2002) indiquent ainsi qu'une circulation plus complexe qu'une grande cellule par hémisphère pourrait éventuellement exister au moins pendant une certaine durée au cours du cycle. Une des parties de ma thèse a donc consisté à confronter l'idée des modèles de BL avec l'introduction d'une circulation méridienne à plusieurs cellules à la fois en latitude et en rayon. J'ai pour ce faire utilisé le code 2D éléments finis STELEM qui a été validé grâce à un benchmark impliquant 8 codes et 5 instituts dans le monde. Nous avons vu qu'en restant dans une gamme de paramètres raisonnables pour ce que l'on connaît actuellement du Soleil, c'est à dire une vitesse méridienne maximale entre 10 et 20  $\text{m.s}^{-1}$  et une diffusivité magnétique effective autour de  $10^{11} \text{ cm}^2.\text{s}^{-1}$ , les modèles à circulation méridienne complexe étaient en mesure de reproduire un champ magnétique cyclique évoluant avec une période d'environ 22 ans. Ces modèles maintiennent un champ toroidal antisymétrique par rapport à l'équateur, en accord avec les observations. Toutefois, le diagramme papillon obtenu par ces modèles est très fortement perturbé, en particulier, la branche équatoriale du champ toroidal représentant la migration des régions actives des moyennes latitudes vers l'équateur durant le cycle n'est plus reproduite. De plus, la symétrie dipolaire est très peu robuste aux modifications des paramètres et en particulier, la configuration dominante devient quadrupolaire dès que la vitesse méridienne ou que la conductivité magnétique turbulente dépassent certaines valeurs qui sont tout à fait susceptibles d'être atteintes dans l'intérieur solaire. La principale conclusion de ce travail a été que ces modèles sont très sensibles à une modification du parcours advectif créé par l'écoulement méridien, ce qui en soit constitue un défaut majeur de ces modèles. Pour le modèle à 2 cellules en rayon par exemple, on a la relation suivante :  $T \propto v_0^{-0.93}$ , ce qui impliquerait une modification de la période du cycle comparable à la modification de l'amplitude de la circulation. Les observations (Snodgrass et Dailey 1996) et de récentes simulations (Miesch et al. 2008) montrent que la variation temporelle de l'amplitude et du profil de ce flot est très importante (au moins sur des temps courts) alors que la forme du diagramme papillon observé est loin d'être aussi variable. Ainsi, ce travail montre que ces modèles accordent peut-être un rôle trop crucial à la CM et que le terme source de champ poloidal n'est probablement pas du à la seule dissipation des régions actives dans la photosphère. Un effet  $\alpha$  est vraisemblablement également présent dans la zone convective, ce qui limiterait l'influence de la CM. De plus, si cet effet est localisé à la base de la zone convective, il aurait un rôle stabilisateur pour la configuration dipolaire (Dikpati et Gilman 2001). De nouveaux modèles incluant à la fois un effet  $\alpha$  à la base de la zone convective ou distribué et un terme source de type Babcock-Leighton ainsi qu'une circulation méridienne variable au cours du temps doivent aujourd'hui être confrontés aux observations pour déterminer le rôle respectif de chacun de ces effets dans la régénération du champ magnétique solaire.

Pour se forger une opinion encore plus ferme sur les modèles de BL, il est donc absolument nécessaire d'obtenir des informations plus précises sur la circulation méridienne au sein de la zone convective profonde. Seules des techniques d'observation très sophistiquées seront éventuellement en mesure d'accomplir cette tâche et les instruments à bord de SDO (notamment HMI) sont de bons candidats pour remplir une telle mission. Du point de vue des simulations, une perspective intéressante est de se tourner vers les autres étoiles aux profils d'écoulements moyens différents. Ces profils peuvent être déterminés par des modèles 3D tels que ceux de Brown et al. (2007, 2008) pour des Soleils jeunes (à rotation rapide) puis réincorporés dans des modèles de dynamo 2D BL champ moyen. Les caractéristiques des cycles stellaires tels que leur période ou leur amplitude peuvent alors être comparés aux observations du projet H&K du Mt Wilson qui ont permis d'établir des liens entre la période du cycle et le taux de rotation par exemple. Un tel travail est en cours en collaboration avec Sacha Brun et Ben Brown et semble montrer que les modèles de Babcock-Leighton ne sont pas en accord avec les tendances déduites des observations. La période du cycle est en effet réduite dans les modèles lorsque le taux de rotation est augmenté (car l'amplitude la CM diminue) alors que c'est la tendance inverse dans les observations. Ainsi, ces

modèles sont encore une fois confrontés à de grandes difficultés du fait de leur trop grande sensibilité à la structure et à l'intensité du flot méridien. Des modèles  $\alpha\Omega$  incluant les effets de rétroaction du champ magnétique (Saar et Brandenburg 1999) semblent être plus en accord avec les observations. Les informations de plus en plus précises que nous acquérons aujourd'hui sur les autres étoiles semblent donc également montrer qu'il est nécessaire de se tourner vers un modèle plus complet incluant un terme source de Babcock-Leighton mais aussi un effet  $\alpha$  dans la zone convective stellaire.

### Peut-on prévoir les futurs cycles ?

Dans la mesure où, comme on vient de le voir, le rôle respectif des mécanismes globaux de régénération du champ magnétique à grandes échelles dans le Soleil n'est pas connu avec certitude, il peut paraître prématuré de se risquer à faire des prévisions des cycles avec ce type de modèles. Toutefois, certaines techniques permettent de contourner ce manque de connaissance des processus physiques réels en introduisant dans les modèles des données issues des observations. C'est le cas de l'assimilation de données, méthode intensivement utilisée en météorologie ou en océanographie depuis des années. J'ai ainsi entamé durant ma deuxième année de thèse une collaboration avec Olivier Talagrand professeur à l'Ecole Normale Supérieure et expert dans le domaine de l'assimilation de données en météo. L'application de ces outils mathématiques sophistiqués de prévision à la physique solaire commence aujourd'hui à se développer (Dikpati et Gilman 2006; Kitiashvili et Kosovichev 2008; Bélanger et al. 2007). Un programme intitulé "observations and models of the solar cycle" financé par l'International Space Science Institute de Bern et dirigé par A. Kosovichev permet à un groupe de travail dont je fais partie de travailler sur ces questions de manière à améliorer les techniques de prédiction de l'activité solaire. Deux types d'assimilation de données existent : l'assimilation séquentielle qui consiste à corriger les sorties du modèle à chaque fois qu'une observation est disponible et l'assimilation variationnelle qui consiste à minimiser l'erreur entre les sorties du modèles et les observations sur toute une plage temporelle. Ce processus de minimisation exige de calculer le gradient de cette fonction mesurant l'écart aux observations (appelée fonction de coût) et le calcul de ce gradient se fait en développant l'adjoint du modèle numérique. Nous avons donc développé l'adjoint d'un code de dynamo  $\alpha\Omega$  cartésien simple qui va pouvoir à présent nous servir tout d'abord pour une étude de sensibilité aux paramètres puis éventuellement pour l'assimilation de données proprement dites. Toutefois, ce modèle numérique très simple n'a pas la prétention de reproduire le cycle solaire réel et une vraie assimilation dans ce type de modèle n'a qu'un intérêt limité. En revanche, ce travail constitue à la fois un premier pas vers l'utilisation d'outils de prévision perfectionnés en physique solaire et une première étape nécessaire au développement d'un code 2D  $(\theta, \phi)$  adjoint par exemple dans lequel certains effets seraient prescrits (comme l'émergence de flux magnétique vers la surface) et dans lequel une véritable assimilation de données permettrait de prévoir ce que le Soleil nous réserve dans ses cycles futurs. Une telle perspective est très attractive car ceci fournirait un moyen de mieux anticiper les éventuels phénomènes violents liés aux maxima solaires et leurs conséquences sur Terre.

De plus, ce travail de prévision des cycles solaires futurs est également important pour contraindre les modèles climatiques sur Terre. En effet, on a vu dans le chapitre 5 que la variabilité solaire est aujourd'hui soupçonnée de jouer un rôle dans les modifications du climat terrestre (voir Bard et Frank (2006)). Grâce à l'instrument SORCE, la "constante solaire" a pu être mesurée précisément : elle varie en phase avec le cycle solaire d'environ 0.1% (Lean et al. 2005). Mais d'autre part, les variations de l'irradiance ne sont pas homogènes spectralement. En effet, la variabilité en UV est un ordre de grandeur supérieure à la variabilité de l'irradiance totale. Cette grande variabilité du flux UV serait susceptible de modifier la chimie de l'atmosphère (Haigh 2003) et donc de jouer un rôle dans le réchauffement climatique. Enfin, Svensmark (1998) prétend que le champ magnétique du vent solaire influencerait les rayons cosmiques responsables de la formation de nuages, ce qui aurait donc des conséquences directes

sur le climat terrestre. Des instruments comme SDO ou PICARD vont prochainement nous fournir des informations plus précises sur la variabilité de notre étoile dans différentes longueurs d'ondes, permettant ainsi sa prise en compte plus fine dans les modèles climatiques de circulation générale.

### **D'où viennent les régions actives et leurs caractéristiques ?**

Les taches observées à la surface des étoiles sont les manifestations les plus flagrantes d'une activité magnétique interne à grande échelle. Elles sont supposées être issues de fortes structures toroidales créées par effet  $\Omega$  à la base de la zone convective et soumises à la flottaison magnétique qui les entraîne vers la surface de l'étoile. De nombreuses simulations de ce phénomène d'émergence, pouvant être vu comme une étape clé du processus dynamo, ont été réalisées à la fois en 2D et en 3D. Ces simulations ont soit impliqué diverses approximations (notamment l'approximation *thin flux tube*, Spruit (1981)) soit ont été réalisées en géométrie cartésienne (Fan et al. 2003), soit n'ont pas tenu compte de l'effet des mouvements convectifs sur la structure émergente (Emonet et Moreno-Insertis 1998; Fan 2008). Grâce au code 3D ASH, nous avons pu réaliser pour la première fois des simulations d'émergence de structures magnétiques dans une zone convective turbulente sphérique en rotation. Nous avons isolé l'effet propre de la convection en comparant les résultats de ces simulations avec des cas en zone isentropique (non convective). Des résultats connus tels que l'importance de la torsion des lignes de champ magnétique dans la cohérence du tube lors de sa montée (Emonet et Moreno-Insertis 1998) ou la tendance qu'à la force de Coriolis de fortement dévier le tube vers les pôles lorsque l'intensité magnétique initiale est inférieure à environ  $1.3 \times 10^5$  G (Fan 2008) ont pu être confirmés. D'autre part, l'implication de cette émergence de flux à grandes échelles étant la formation de régions actives, nous nous sommes concentrés sur la forme et les caractéristiques des longitudes privilégiées créées en haut de notre domaine de calcul. On trouve qu'en plus d'être influencé par la force de Coriolis, le tilt des régions bipolaires est modifié par les mouvements convectifs qui tendent à advecter les deux taches indépendamment l'une de l'autre. Il est donc absolument nécessaire de prendre en compte l'effet de la convection dans l'angle de tilt et non d'expliquer la loi de Joy uniquement par la rotation et la force de Coriolis induite. De plus, des études récentes (Kosovichev et Stenflo 2007) montrent que la loi de Joy pourrait être éventuellement due à la rotation différentielle dans les couches de sous-surface et non uniquement à la force de Coriolis interne. D'autre part la formation de boucles  $\Omega$  plus ou moins arquées par les mouvements convectifs verticaux (selon l'amplitude du champ par rapport à l'amplitude de la vitesse radiale) est également susceptible de fortement modifier l'orientation des taches lors de leur émergence. Ainsi, on montre que les simulations d'émergence de tubes de flux dans une zone convective sont indispensables à la meilleure compréhension des différentes caractéristiques des taches solaires bipolaires. Enfin, ces simulations en zone complètement convective sont les premières à pouvoir fournir une information sur l'influence des écoulements moyens créés naturellement sur la structure magnétique émergente. En effet, on n'impose ici aucun champ de vitesse, la rotation différentielle et la circulation méridienne sont générées par la redistribution de moment cinétique au sein de l'étoile et adoptent un profil, après équilibre, proche de ce qui peut être obtenu dans le Soleil. On trouve alors que la rotation différentielle tend à rendre plus difficile l'émergence de tubes à très basses latitudes (en-dessous de  $20^\circ$ ) si le champ magnétique à la base de la zone convective ne dépasse pas plusieurs centaines de kiloGauss, qui peuvent être délicats à générer par effet  $\Omega$ . Brummell et al. (2002a); Cline et al. (2003b) ont en effet montré qu'un cisaillement en vitesse localisé dans la tachocline était en mesure d'amplifier des champs magnétiques jusqu'à des valeurs de l'ordre de la centaine de kiloGauss mais la génération de champs aussi intenses répartis sur toute la base de la zone convective reste difficile à expliquer. La circulation méridienne quant à elle influence la latitude d'émergence des tubes suffisamment faibles et l'écoulement de surface se trouve fortement modifié dans les régions actives comme le montre également les études observationnelles de Hindman et al. (2004); Haber et al. (2004); Švanda et al. (2008).

---

Ces modèles sont la première étape vers des simulations plus réalistes de structures émergentes. Celles-ci pourraient inclure des rayons de tubes de flux plus faibles, comme l'a récemment réalisé Fan (2008) dans ses travaux en zone non convective ou des diffusivités moins élevées de manière à ce que la zone émergente reste peu étendue en latitude près de la surface, comme on l'observe dans le Soleil. Cette perspective devra alors s'accompagner d'une augmentation de la résolution numérique de manière à conserver un nombre de points suffisants pour décrire la section du tube. Cette amélioration de la résolution nous permettra alors d'augmenter également le nombre de Reynolds cinétique de manière à encore mieux caractériser l'influence des mouvements convectifs et de la turbulence sur le tore magnétique flottant.

En plus de nous renseigner sur la structure des régions actives due à l'émergence de flux de la base de la zone convective à la surface, ces modèles non-linéaires 3D nous fournissent des contraintes sur les modèles 2D de dynamo Babcock-Leighton. En effet, dans ces modèles, le couplage magnétique entre la tachocline et la surface solaire est prise en compte uniquement par la proportionnalité entre le terme source de champ poloidal et le champ toroidal à la base. Ainsi, le processus d'émergence de flux est implicitement contenu dans ces modèles mais incorporé de manière très simplifiée. Forts des résultats des calculs 3D, nous pouvons envisager une modélisation plus fine du processus d'émergence. Un quenching du terme source lorsque le champ est trop faible pour émerger a déjà été pris en compte dans certains modèles (Charbonneau et al. 2005). D'autres améliorations sont possibles : par exemple l'introduction d'une variation de la circulation méridienne ou de la latitude d'émergence (via la dépendance en latitude du terme source) avec l'intensité du champ toroidal. Le temps de montée du tube (qui dépend de son intensité) pourrait également être introduit via une dépendance temporelle du terme source. L'amélioration des modèles 2D grâce aux apports des modèles 3D doit donc être étudiée.

Un des buts de mes travaux de recherche jusqu'à aujourd'hui étant d'améliorer notre compréhension de la dynamo stellaire sous ses différentes formes (petites/grandes échelles notamment), il serait intéressant de s'intéresser au comportement d'un tel tube de champ magnétique introduit dans une zone où un champ dynamo petites échelles préexiste. L'interaction entre les différentes échelles pourrait alors être étudiée via une analyse des spectres d'énergies magnétique et cinétique et la comparaison pourrait être faite avec nos cas en zone convective non magnétisée. De plus, l'émergence de flux serait probablement influencée par les courants ambiants et il serait intéressant d'étudier les régions actives qui en résulteraient dans ce cas.

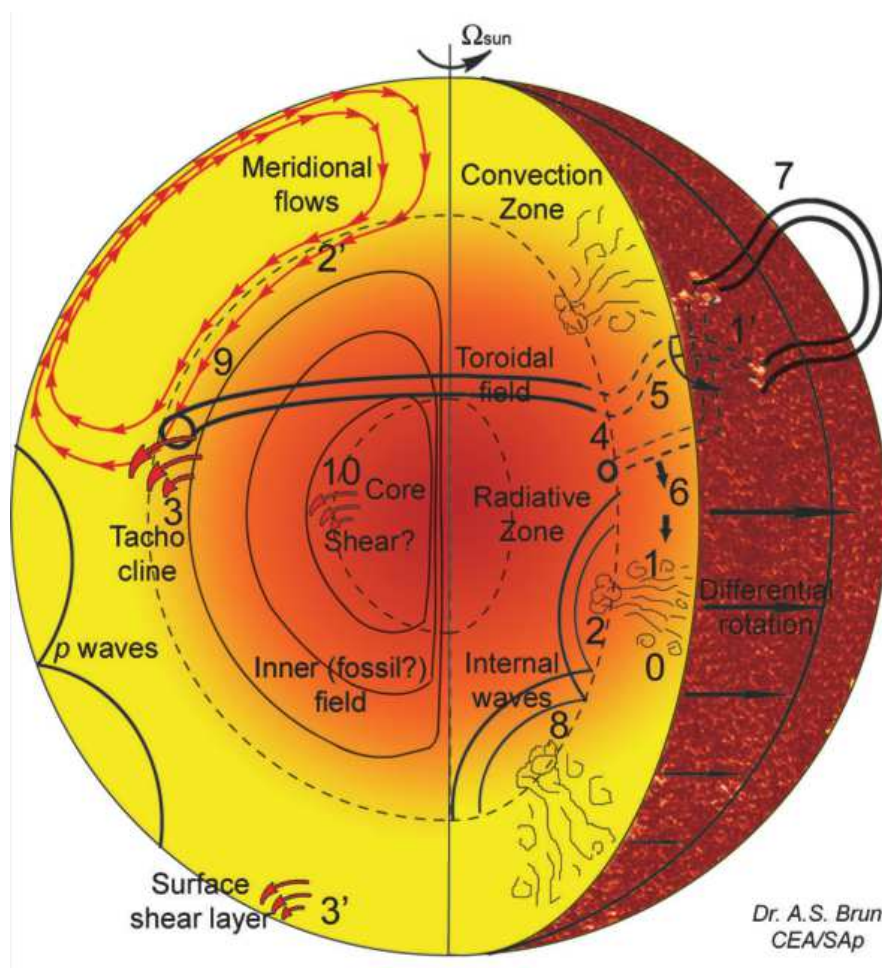
Enfin, ces travaux comme tout travail de recherche implique de nouvelles interrogations telles que l'origine des fortes structures toroidales flottantes. De nombreux travaux ont été menés pour comprendre la déstabilisation de ces structures toroidales (Cattaneo et Hughes (1988), Matthews et al. (1995), Wissink et al. (2000)) mais d'autres comme la série de papiers de Cline et al. (2003b,a); Brummell et al. (2002a) se sont concentrés sur la formation de structures toroidales précédant leur déstabilisation. Ils ont considéré un effet  $\Omega$  particulier agissant sur un champ poloidal initial quelconque dans la tachocline. Dans ce cas, le comportement des structures toroidales ainsi créées dépend fortement du champ de vitesse imposé et de la gamme de paramètres. La tachocline semble avoir un rôle prépondérant dans la formation de champ magnétique organisé à grandes échelles et donc une autre possibilité d'investigations serait l'introduction de tubes de flux dans un modèle hydrodynamique avec tachocline tel que celui de Browning et al. (2006) de manière à étudier la déstabilisation des structures conduisant à l'émergence. Il est envisageable qu'une telle structure toroidale en zone légèrement subadiabatique pourrait être soumise à l'instabilité non-axisymétrique  $m=1$  de Tayler (Tayler 1973; Spruit 2002; Zahn et al. 2007) et donc former des structures arquées flottantes. De telles idées demandent aujourd'hui à être approfondies.

## Comment faire le lien avec l'extérieur solaire ?

L'un des objectifs de ce travail de thèse est de progresser sur la compréhension des processus physiques régissant les mouvements du plasma dans l'ensemble des couches composant le Soleil. Le traitement des zones de transition entre ces différentes couches est la plupart du temps un problème difficile comme on le voit pour l'introduction d'une tachocline dans les modèles 3D. Dans mon travail de thèse, je me suis intéressée à une autre transition : entre la zone convective et l'atmosphère. En effet, d'après les observations de TRACE et celles, plus récentes, d'Hinode, l'émergence de flux magnétique a un impact sur toutes les différentes couches de l'atmosphère, jusque dans la couronne. De nombreuses simulations 2D et 3D ont vu le jour et plus particulièrement des simulations 3D permettant de modéliser l'émergence de tube torsadé à travers plusieurs couches isothermes à différentes températures représentant la chromosphère et la couronne (Magara 2004; Manchester et al. 2004; Archontis et al. 2004; Galsgaard et al. 2005). D'autres travaux se sont concentrés sur le rôle de l'émergence dans le déclenchement de phénomènes éruptifs violents tels que les CMEs (Török et Kliem 2003; Amari et al. 2003a,b), soulignant l'importance de mieux comprendre les phénomènes d'émergence dans l'atmosphère solaire. Je me suis donc attachée à incorporer dans les modèles d'évolution non-linéaire de tubes de flux une couche supérieure représentant la partie basse de l'atmosphère (la photosphère et la base de la chromosphère) dans le but d'obtenir pour la première fois une simulation de l'évolution de tubes de flux *de la base de la zone convective jusque dans l'atmosphère*. Pour ce faire, nous avons développé un modèle hydrodynamique possédant une région convective turbulente en rotation et une zone stable de surface où les mouvements convectifs sont stoppés et où le flux radiatif reprend son rôle de transport d'énergie vers l'extérieur de l'étoile. Ce travail, qui est encore en phase de développement, a permis d'étudier l'émergence de tubes de flux à l'interface zone convective / zone stable de surface. On trouve que la structure magnétique a de grandes difficultés à franchir cette interface. La progression du tube de flux est complètement stoppée par la présence de l'atmosphère et les régions actives créées sont alors d'une intensité magnétique seulement de l'ordre de quelques dizaines de Gauss.

Ces modèles demandent donc à être améliorés, de manière à obtenir une véritable émergence dans une zone où la densité et la pression ont fortement chuté. Ainsi, si le rayon de notre Soleil modélisé est suffisamment étendu, la pression du gaz deviendra comparable à la pression magnétique associée au tube et une étude de la transition vers un plasma  $\beta$  inférieur à 1 sera envisageable. Aujourd'hui, des problèmes numériques liés à l'approximation anélastique limitent ces possibilités d'extension du rayon. Pour contrer de tels problèmes, une autre manière d'implémenter une atmosphère en haut de notre domaine est l'introduction dans les équations d'un terme de refroidissement de Newton, de manière à obtenir une zone isotherme de surface. Ce travail est en progression et permettra pour la première fois une étude de l'évolution non-linéaire de structures magnétiques flottantes de la base de la zone convective jusqu'à la basse atmosphère.

Ainsi, nous avançons vers une vue de plus en plus globale de notre étoile. Il est nécessaire aujourd'hui de s'orienter vers la modélisation du Soleil dans son ensemble pour avoir une vue globale des processus physiques agissant en son sein et leurs impacts sur son environnement, dont fait partie la Terre, c'est un des objectifs du projet STARS2 (dont le PI est Sacha Brun) dont le financement a débuté cette année. La figure 8.22 est une vue schématique des différents mécanismes agissant dans le Soleil. Nous voyons que de grandes avancées ont été réalisées mais que de nombreuses pièces manquent encore au grand puzzle solaire. N'oublions pas enfin que de nombreuses perspectives s'offrent à nous puisque les prochaines années verront l'envol de plusieurs missions dédiées au Soleil et aux étoiles. Les missions SDO, PICARD ou DynaMICCS devraient permettre une vision plus détaillée de sa dynamique et des processus responsables de ses cycles d'activité. On continuera par ce biais à scruter son intérieur grâce à la sismologie en espérant mesurer sans ambiguïté les modes de gravité qui apporteront des contraintes fortes sur la dynamique des couches profondes. De nouvelles expériences en laboratoire vont de plus permettre



F . 8.22 – Schéma théorique des processus physiques responsables du champ magnétique et des mouvements du plasma au sein du Soleil : 0 : Convection turbulente (plumes); 1 : Génération de champ magnétique (induction) (effet  $\alpha$ ) ou 1' : Tilt des régions actives (source de champ poloidal dans les modèles de BL); 2 : Pompage turbulent de B dans la tachocline ou 2' : Transport de B par la circulation méridienne de la zone convective dans la tachocline; 3 : Organisation du champ en structures toroïdales intenses par le fort cisaillement dans la tachocline ( $\Omega$  effect); 3' : dynamique de sous-surface ou taches solaires?; 4 : Champ toroïdal sujet à une instabilité MHD  $m=1$  ou  $m=2$ ; 5 : Montée + rotation (tilt) des structures toroïdales torsadées flottantes; 6 : Recyclage du champ faible dans la zone convective ou; 7 : Emergence de structures bipolaires à la surface; 8 : Interaction entre le champ dynamo, le champ interne (fossile?) dans la tachocline (cisaillement, turbulence, ondes); 9 : Instabilité du champ interne (configuration stable?) + cisaillement par effet  $\Omega$  à la frontière du coeur nucléaire?

d'étudier sur Terre (Ligne d'Intégration Laser, Laser Mega Joule) des phénomènes apparaissant dans les coeurs stellaires pour valider notre connaissance d'ingrédients fondamentaux dans la modélisation de ces objets astrophysiques, comme l'opacité ou l'équation d'état des plasmas. L'étude des étoiles à travers le diagramme HR bénéficiera des apports des projets d'astérosismologie CoRot ou Kepler, des mesures en spectropolarimétrie grâce à ESPaDOnS ou NARVAL et bien sûr des simulations numériques 1D, 2D et 3D. Ainsi, le but de ce travail d'analyse de tous les processus dynamiques existants dans les étoiles est de progresser vers des modèles MHD séculaires permettant la prise en compte fine de la dynamique de ces objets dans des modèles d'évolution stellaire.





## **Cinquième partie**

### **Annexes**

---



## Annexe A

# Nombres sans dimension

T . A.1 – Nombres sans dimension utiles dans l'étude MHD de système tels que les gaz stellaires.

Paramètre	Nom	Mesure de
$\Delta\nabla = \nabla - \nabla_{ad}$	superadiabaticité	Instabilité de Schwarzschild
$R_a = g\Delta\nabla d^4/\nu\kappa$	Nbre de Rayleigh	Instabilité de convection
$R_e = UL/\nu$	Nbre de Reynolds	Turbulence hydrodynamique
$R_m = UL/\eta$	Nbre de Reynolds magnétique	rapport induction / diffusion
$P_r = \nu/\kappa$	Nbre de Prandtl	rapport des diffusivités cinématique et thermique
$P_m = \nu/\eta$	Nbre de Prandtl magnétique	rapport des diffusivités cinématique et magnétique
$R_o = 2\pi U/\Omega L$	Nbre de Rossby	Influence de Coriolis sur l'écoulement
$T_a = 4\Omega^2 d^4/\nu^2$	Nbre de Taylor	Rapport rotation / dissipation visqueuse
$M_a = U/c_s$	Nbre de Mach	Rapport vitesse du fluide / vitesse du son
$\beta = 8\pi P/B^2$	plasma $\beta$	rapport pression du gaz/ pression magnétique



## Annexe B

# Le code Anelastic Spherical Harmonic (ASH)

### Sommaire

<b>B.1 Les Équations MHD anélastiques</b>	<b>181</b>
<b>B.2 La Méthode Numérique</b>	<b>182</b>

Dans cet appendice nous présentons brièvement le code anelastic spherical harmonic (ASH). Ce code repose sur une méthode spectrale de résolution des équations de la MHD et sur l'approche dite LES (Large Eddy Simulation) consistant à suivre fidèlement les grandes échelles dynamiques du système considéré et à paramétrer les petites échelles (SubGrid Scale modeling) inférieure à la résolution utilisée (voir plus loin).

Le code ASH est un code mûr, qui a produit plus de 6 années de publications scientifiques dans des revues majeures, aussi bien dans le contexte des applications parallèles qu'en dynamique des fluides astrophysiques ou en astronomie solaire/stellaire. Il a été développé à l'Université du Colorado, vers la fin des années 90 en s'inspirant d'une version monoprocesseur Fortran77 écrite par G. Glatzmaier au NCAR dans les années 80 (Glatzmaier 1984, 1985a,b). Il a été cependant écrit en partant de zéro dans une version moderne parallèle et Fortran90, notamment par T. Clune, M. Miesch et J. Elliott. Dans le cadre d'une collaboration franco-américaine impliquant entre autres J. Toomre, M. Miesch, Sacha Brun aux USA et Jean-Paul Zahn et S. Turck-Chièze en France, le code a été définitivement validé dans sa version hydrodynamique et étendu aux problèmes de MHD (par l'ajout de l'équation d'induction) ainsi qu'à d'autres étoiles que le Soleil (étoiles de type A, soleils jeunes). Plus récemment une version 1.3 a été développée et validée en France, entre autres sur les ordinateurs du CCRT au CEA et de l'IDRIS. Cette version plus complète vient d'être mise à la disposition de la collaboration dans le cadre du Memorandum of Understanding on Stellar Dynamics and Dynamos, signée entre les deux groupes.

### B.1 Les Équations MHD anélastiques

Le code global ASH résout dans une coquille sphérique tridimensionnelle en rotation, les équations de Navier Stokes, de continuité, d'énergie et d'induction dans l'approximation anélastique (i.e.  $\partial\rho/\partial t = 0$ , Gough (1969)), voir Clune et al. (1999); Miesch et al. (2000); Brun et al. (2004). L'approximation anélastique est utilisée afin de conserver les importants effets de la stratification en densité sans avoir à résoudre les ondes sonores, ce qui permet de satisfaire le critère de Courant en considérant la vitesse du fluide et donc d'utiliser des pas de temps plus grands. En décomposant les variables thermodynamiques  $\rho$ ,  $T$ ,  $S$  et  $P$  entre une partie à symétrie sphérique (symbole  $\bar{\phantom{x}}$ ) et une partie fluctuante, e.g.

$$\rho(r, \theta, \phi, t) \rightarrow \bar{\rho}(r, t) + \rho(r, \theta, \phi, t),$$

avec  $\epsilon \simeq |\rho|/\bar{\rho}$ , le paramètre d'expansion déterminant l'amplitude de la perturbation (proportionnel au nombre de Mach,  $M = v/c$ , au carré), on peut déduire des équations du chapitre 1, après linéarisation, les équations MHD dans cette approche anélastique qui filtre les ondes sonores mais conserve les ondes Alfvén et magnéto-sonores lentes :

$$\nabla \cdot (\bar{\rho} \mathbf{v}) = 0, \quad (\text{B.1})$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0, \quad (\text{B.2})$$

$$\begin{aligned} \bar{\rho} \left( \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v} + 2\boldsymbol{\Omega}_0 \times \mathbf{v} \right) &= -\nabla P + \rho \mathbf{g} + \frac{1}{4\pi} (\nabla \times \mathbf{B}) \times \mathbf{B} \\ &\quad - \nabla \cdot \bar{\mathcal{D}} - [\nabla \bar{P} - \bar{\rho} \mathbf{g}], \end{aligned} \quad (\text{B.3})$$

$$\begin{aligned} \bar{\rho} \bar{T} \frac{\partial S}{\partial t} + \bar{\rho} \bar{T} \mathbf{v} \cdot \nabla (\bar{S} + S) &= \nabla \cdot [\kappa_r \bar{\rho} c_p \nabla (\bar{T} + T) + \kappa \bar{\rho} \bar{T} \nabla (\bar{S} + S)] \\ &\quad + \frac{4\pi\eta}{c^2} \mathbf{j}^2 + 2\bar{\rho} v [e_{ij} e_{ij} - 1/3 (\nabla \cdot \mathbf{v})^2] + \bar{\rho} \epsilon, \end{aligned} \quad (\text{B.4})$$

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = \nabla \times (\mathbf{v} \times \mathbf{B}) - \nabla \times (\eta \nabla \times \mathbf{B}), \quad (\text{B.5})$$

avec  $\kappa$  la diffusivité thermique effective intervenant dans le terme extra SGS de diffusion de l'entropie,  $\bar{\rho} \epsilon$  le terme de chauffage et  $\bar{\mathcal{D}}$  le tenseur des contraintes visqueuses linéarisés, ce dernier possédant les composantes suivantes :

$$\bar{\mathcal{D}}_{ij} = -2\bar{\rho} v [e_{ij} - 1/3 (\nabla \cdot \mathbf{v}) \delta_{ij}], \quad (\text{B.6})$$

Nous complétons le jeu d'équations, en utilisant une équation d'état linéarisée :

$$\frac{\rho}{\bar{\rho}} = \frac{P}{\bar{P}} - \frac{T}{\bar{T}} = \frac{P}{\gamma \bar{P}} - \frac{S}{c_p}, \quad (\text{B.7})$$

où  $\gamma$  est l'exposant adiabatique, et en considérant l'équation d'état à l'ordre zéro :

$$\bar{P} = \mathcal{R} \bar{\rho} \bar{T}. \quad (\text{B.8})$$

Pour des considérations de précision numérique, le flux de masse et le champ magnétique restent à divergence nulle à la précision machine près par l'utilisation d'une représentation poloidale/toroidale :

$$\bar{\rho} \mathbf{v} = \nabla \times \nabla \times (W \hat{\mathbf{e}}_r) + \nabla \times (Z \hat{\mathbf{e}}_r), \quad (\text{B.9})$$

$$\mathbf{B} = \nabla \times \nabla \times (C \hat{\mathbf{e}}_r) + \nabla \times (A \hat{\mathbf{e}}_r). \quad (\text{B.10})$$

Les équations (B-1) et (B-2) sont donc réalisées par construction. En substituant cette décomposition dans les équations (B-3 - B-5) et en utilisant l'équation (B-7), pour éliminer  $\rho$  et  $T$  en faveur de  $S$  et  $P$ , on réduit le système à respectivement quatre (six) équations dans le cas hydrodynamique (MHD) pour les inconnues  $S$ ,  $P$ ,  $W$  et  $Z$  (et  $C$  et  $A$ ) (voir Clune et al. (1999) et Brun et al. (2004)).

## B.2 La Méthode Numérique

Le code ASH repose sur une méthode numérique dite pseudo-spectrale (Boyd 1989; Glatzmaier 1984; Clune et al. 1999). Les variables thermodynamiques, les trois composantes du flux de masse  $\mathbf{v}$  et

du champ magnétique  $\mathbf{B}$  (s'il est inclus) sont projetées sur les harmoniques sphériques  $Y_{\ell m}(\theta, \phi)$ <sup>1</sup> pour leur structure horizontale, comme par exemple pour la fonction de courant poloidale  $W$  :

$$W(r, \theta_i, \phi_j, t) = \sum_{m=-m_{\max}}^{m_{\max}} \sum_{\ell=|m|}^{\ell_{\max}(m)} W_{\ell}^m(r, t) Y_{\ell m}(\theta_i, \phi_j),$$

où  $\theta_i$  et  $\phi_j$  représentent respectivement le  $i^{\text{ème}}$  et  $j^{\text{ème}}$  points de grille latitudinaux et longitudinaux. Cette décomposition en harmoniques sphériques a l'avantage qu'elle permet une résolution spatiale homogène (évitant ainsi le problème de la convergence des méridiens aux pôles) si tous les multiplets  $m$  pour un degré  $\ell$  donné sont conservés (troncature dite triangulaire  $\ell_{\max}(m) = \ell_{\max} = m_{\max}$ , Boyd (1989)). La précision numérique est assurée en utilisant des points de maille vérifiant la quadrature de Gauss, c'est à dire les zéros de polynômes de Legendre pour la colatitude et des points équidistants en longitude pour Fourier. Afin d'éviter les problèmes d'aliasing des termes non linéaires (comme ceux d'advection) calculés dans l'espace physique et ensuite transformés vers l'espace spectral (évitant ainsi de calculer des convolutions), on applique la relation  $N_{\theta} \geq \frac{3\ell_{\max}+1}{2}$ ,  $N_{\phi} = 2N_{\theta}$ .

Pour leur structure radiale nous décomposons les grandeurs physiques sur les polynômes de Chebyshev  $T_n(r_k)$ , ce qui donne (pour la composante  $W$ ) :

$$W_{\ell}^m(r_k, t) = \frac{2}{N_r - 1} \sum_{n=1}^{N_r} W_{\ell n}^m(t) T_n(r_k), \text{ avec } 1 \leq k \leq N_r.$$

où  $\sum_{n=1}^{N_r}$  sous entend que les premier et dernier points sont multipliés par 1/2. Nous réécrivons cette décomposition sous la forme matricielle suivante, utile pour la suite :

$$W_{\ell}^m(r_k, t) = \mathcal{T}_{kn} W_{\ell n}^m(t),$$

où la sommation pour répétition d'indices s'applique à  $n$  et  $r_k$  correspond au  $k^{\text{ème}}$  point de collocation Gauss-Lobatto, racine des polynômes de Chebyshev en rayon. Pour les mêmes raisons d'aliasing apparaissant lors du calcul des termes non linéaires, nous n'utilisons en pratique que  $N_r' = N_r - 2$  points dans la direction radiale. Il est également possible d'utiliser deux domaines de Chebyshev avec le code ASH, ce qui nécessite d'imposer la continuité des fonctions et de leurs dérivées afin d'obtenir la continuité des variables thermodynamiques, des vitesses, des champs magnétiques ainsi que des contraintes visqueuses et du flux de chaleur diffusif.

L'évolution temporelle des équations peut alors s'écrire (en prenant encore ici  $W$  comme variable d'exemple) :

$$\frac{\partial}{\partial t} W_{\ell}^m(r_k, t) = \mathcal{L}_{\ell mk}^W(t) + \mathcal{N}_{\ell mk}^W(t),$$

où  $\mathcal{L}_{\ell mk}^W(t)$  et  $\mathcal{N}_{\ell mk}^W(t)$  représentent respectivement les termes linéaires et non linéaires auxquels on a rajouté les forces de Coriolis et Laplace. Ceci implique qu'il n'y a pas dans les termes linéaires de couplage en  $\ell$  et on peut alors écrire de façon formelle :

$$\mathcal{L}_{\ell mk}^W(t) = \mathcal{K}_{\ell, mk}^W W_{\ell n}^m(t),$$

ce qui sous entend qu'il n'y a pas de sommation sur  $\ell$  et ce qui permet d'écrire l'évolution temporelle de l'équation par exemple pour  $W$  comme :

$$\frac{\partial}{\partial t} \mathcal{T}_{kn} W_{\ell n}^m(t) = \mathcal{K}_{\ell, mk}^W W_{\ell n}^m(t) + \mathcal{N}_{\ell mk}^W(t).$$

<sup>1</sup>qui sont les fonctions propres du Laplacien horizontal  $\Delta_{\perp} Y_{\ell m} = -\frac{\ell(\ell+1)}{r^2} Y_{\ell m}$



Comme des dérivées radiales interviennent dans ces équations temporelles, il est pratique de travailler dans l'espace de Chebyshev pour les variables  $S$ ,  $P$ ,  $W$ , et  $Z$  (et  $C$  et  $A$ ).

Pour discrétiser dans le temps ces équations, nous utilisons un schéma numérique temporel dit semi-implicite, basé sur un algorithme Crank-Nicholson implicite d'ordre 2 pour les termes linéaires et un algorithme Adams-Bashforth explicite d'ordre 2 pour les termes non linéaires, les forces de Coriolis et de Laplace, c'est à dire :

$$\begin{aligned} \mathcal{T}_{kn} \left[ \frac{W_{\ell n}^m(t_{\sigma+1}) - W_{\ell n}^m(t_{\sigma})}{\Delta t} \right] &= \mathcal{K}_{\ell, mk}^W [\alpha_{CN} W_{\ell n}^m(t_{\sigma+1}) + (1 - \alpha_{CN}) W_{\ell n}^m(t_{\sigma})] \\ &+ \mathcal{N}_{\ell, mk}^W(t_{\sigma}) + \frac{1}{2} \frac{\Delta t}{\Delta t_{old}} [\mathcal{N}_{\ell, mk}^W(t_{\sigma}) - \mathcal{N}_{\ell, mk}^W(t_{\sigma-1})], \end{aligned}$$

avec  $\Delta t = t_{\sigma+1} - t_{\sigma}$ ,  $\Delta t_{old} = t_{\sigma} - t_{\sigma-1}$  et  $\alpha_{CN}$  un paramètre de contrôle caractérisant la méthode de Crank-Nicholson. En réarrangeant cette équation on obtient :

$$\begin{aligned} (\mathcal{T}_{kn} - \alpha_{CN} \Delta t \mathcal{K}_{\ell, mk}^W) W_{\ell n}^m(t_{\sigma+1}) &= (\mathcal{T}_{kn} + (1 - \alpha_{CN}) \Delta t \mathcal{K}_{\ell, mk}^W) W_{\ell n}^m(t_{\sigma}) \\ &+ \Delta t \mathcal{N}_{\ell, mk}^W(t_{\sigma}) + \frac{1}{2} \frac{\Delta t^2}{\Delta t_{old}} [\mathcal{N}_{\ell, mk}^W(t_{\sigma}) - \mathcal{N}_{\ell, mk}^W(t_{\sigma-1})], \end{aligned} \quad (\text{B.11})$$

ce qui sous forme matricielle donne :

$$\mathcal{A}_{\ell, kn}^W W_{\ell n}^m(t_{\sigma+1}) = \mathcal{B}_{\ell, mk}^W.$$

Un cycle complet du code ASH procède alors en deux étapes. Premièrement nous calculons les termes de droite  $\mathcal{B}^{S, P, W, Z, (C, A)}$ , dont la partie faisant intervenir les termes de Adams-Bashforth du pas de temps précédent  $t_{\sigma-1}$  est déjà connue. Cela consiste principalement à calculer les dérivées spatiales dans l'espace spectral approprié puis à passer dans l'espace physique pour évaluer  $\mathcal{B}^{S, P, W, Z, (C, A)}$ , et enfin à revenir par transformée inverse dans l'espace spectral. Deuxièmement, nous résolvons le système matriciel pour chaque membre de droite, grâce à une décomposition LU, étape dénommée solveur implicite. Finalement les solutions sont transformées depuis l'espace de Chebyshev vers l'espace physique dans la direction radiale (configuration dite primaire voir plus bas).

Avec le code ASH toutes les transformées spectrales sont appliquées à des données locales pour chaque processeur avec des transformations inter processeurs lorsque nécessaire, ce qui nécessite en tout trois configurations de la distribution des données sur les  $N_{cpus} - N_{I/O}$  processeurs utilisés pour les calculs :

- configuration primaire :  $\ell$  en processeur et  $r$  et  $m$  distribués,
- configuration pour solveur implicite :  $r$  et  $m$  en processeur et  $\ell$  distribué,
- configuration pour l'espace physique :  $r$ ,  $\theta$  distribués et  $\phi$  en processeur.

La communication inter processeur utilise MPI (Message Passing Interface) et SHMEM (SHared MEMory). Bien qu'une bonne performance par processeur ait été atteinte pour les transformations (Fourier, Chebyshev, Legendre) ainsi que la partie implicite, la contrainte d'avoir les transformations locales et la représentation non triviale des données dans l'espace spectral empêchent toute distribution simple des données et de la charge par processeur (tel que  $N_{cpus} = N_{rad} \times N_{ang} + N_{i/o}$ , cf. Clune et al. 1999, pour une discussion plus complète). La stratégie a donc été d'utiliser des pointeurs, des tables d'accès et une allocation dynamique de la mémoire pour morceler les données en blocs pouvant chacun être manipulés efficacement par un processeur et de distribuer ces blocs intelligemment à partir d'une évaluation préalable de la charge que chacun représente. Pour les gros problèmes, la transformée de Legendre domine le temps de calcul et un effort particulier a été fait pour en améliorer les performances (prise en

compte de la symétrie équatoriale, bloc tenant dans la mémoire cache processeur et réutilisation des tableaux). L'utilisation de routines numériques spécifiques machine comme la librairie DXML sur Chrome au CCRT et les bibliothèques numériques pour l'algèbre linéaire de types LAPACK maximise l'efficacité. Le code ASH a démontré une bonne portabilité et une bonne "scalabilité" (environ un facteur 1.75 d'accélération pour un doublement du nombre de processeurs sur les Cray T3E, avec des chiffres similaires sur IBM SP-3, SP-4 (comme Zahir à l'IDRIS ou Chrome au CCRT du CEA Bruyères le Chatel). Les performances peuvent atteindre plus de 900 MFlops/PE pour des problèmes allant jusqu'à un degré  $\ell = 680$  &  $Nr = 256$ .

Finalement comme le code ASH utilise une approche de type LES avec comme traitement SGS, soit des diffusivités effectives turbulentes, soit une hyperviscosité (i.e  $\Delta^{2n}$ , avec  $n > 1$ ), avec la possibilité d'introduire des formulations plus complexes basées sur différentes méthodes de fermeture des équations du mouvement (modèles alpha-LANS, dynamique, cf. Wong et Lilly (1994); Lesieur (1997); Valdetaro (2006)), il est nécessaire de préciser notre choix. Le code ASH utilise dans cette étude une approche très simple qui consiste à utiliser des diffusivités effectives (turbulentes) et d'introduire dans l'équation d'énergie, comme on l'a vu plus haut, un terme supplémentaire de diffusion de l'entropie. Des travaux sont en cours pour améliorer le traitement sous maille du code avec le groupe de N. Mansour du Center for Turbulence Research (CTR) de Palo Alto (USA).

---



## Annexe C

# Le code STellar ELEMENTS (STELEM)

### Sommaire

C.1 La méthode des éléments finis . . . . .	187
C.2 Le code STELEM : Intégrations spatiale et temporelle . . . . .	190

### C.1 La méthode des éléments finis

David S. Burnett, dans Finite Element Analysis expose très clairement une procédure pour mettre au point une méthode de résolution par éléments finis pour les équations du type de celles que nous avons à résoudre. C'est la procédure en 12 étapes, qui reprend concrètement l'ensemble des étapes de la formulation mathématique de la méthode des éléments finis. Les 6 premières étapes constituent le développement théorique et les 6 autres l'implémentation numérique proprement dite de la méthode.

Nous avons ici à résoudre une équation du type :

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \mathcal{N}(u) = F \text{ dans } \mathcal{D}$$

avec certaines conditions sur le bord de  $\mathcal{D}$  (les conditions aux limites) et une condition initiale,  $\mathcal{N}$  étant un opérateur différentiel non linéaire.

#### La méthode de Galerkin

Nous considérons une base orthogonale de fonctions à support compact  $C^n$   $(\phi_i)_{i=0..N}$  d'un sous-espace de dimension  $N$  de l'espace de Hilbert dans lequel on cherche la solution  $u$ . Ainsi,  $\tilde{u}$ , la solution approchée se projette sur cette base en :

$$\tilde{u}(x, t) = \sum_{i=0}^N a_i(t) \phi_i(x)$$

Notons que les  $a_i$ , projections de  $\tilde{u}$  sur chaque fonction de base dépendent du temps par séparation des variables. Ainsi, le résidu  $R = \frac{\partial \tilde{u}}{\partial t} + \mathcal{N}(\tilde{u}) - F \neq 0$  car  $\tilde{u}$  est justement une solution approchée. Nous cherchons donc évidemment les coefficients  $a_i$  qui minimisent ce résidu  $R$ . Pour cela, nous utilisons la méthode de Galerkin qui consiste à rendre le produit scalaire de  $R$  avec chaque fonction de base nul. Ainsi,  $R$  est multiplié par chaque  $\phi_k$  puis la quantité est intégrée sur tout le domaine  $\mathcal{D}$  et ceci pour tout  $k$  de 0 à  $N$ , on veut donc résoudre :

$$\forall k \int_{\mathcal{D}} R \phi_k dx = 0$$

Par exemple, si  $\mathcal{N}(u) = \Delta(u)$ , le laplacien, on devra résoudre :

$$\forall k \int_{\mathcal{D}} \frac{\partial \tilde{u}}{\partial t} \phi_k dx = \int_{\mathcal{D}} \Delta(\tilde{u}) \phi_k dx + \int_{\mathcal{D}} F \phi_k dx$$

### Intégration par parties

Nous intégrons ensuite les quantités obtenues par parties (ou plus généralement en utilisant une formule de Gauss en dimension plus élevée) de façon à faire disparaître les termes de plus haut degré (en termes de dérivation en espace). Nous allons alors obtenir des termes de bord que les conditions aux limites vont nous aider à contrôler. Nous mettons ici donc en place la formulation variationnelle du problème.

Pour notre exemple, ceci nous donne donc :

$$\forall k \int_{\mathcal{D}} \frac{\partial \tilde{u}}{\partial t} \phi_k + \int_{\mathcal{D}} \nabla \tilde{u} \nabla \phi_k = \underbrace{\int_{\partial \mathcal{D}} \frac{\partial \tilde{u}}{\partial n} \phi_k}_{\text{terme de bord}} + \int_{\mathcal{D}} F \phi_k$$

### Substitution de la projection de $\tilde{u}$

Nous remplaçons  $\tilde{u}$  par sa projection sur les fonctions tests, ce qui nous donne N+1 équations faisant intervenir les coefficients  $a_i$ , des intégrales de produits de fonctions tests, le terme F multiplié par chaque  $\phi_k$  et les termes de bord. Nous pouvons dès lors écrire notre problème sous forme matricielle :

$$[C] \frac{\partial}{\partial t} [\tilde{u}] + [K] [\tilde{u}] = [L]$$

La matrice C, appelée matrice de capacité, comporte les produits scalaires des fonctions tests. La matrice K, appelée matrice de rigidité, contient les termes d'intégration des opérateurs intervenant dans  $\mathcal{N}$  appliqués aux fonctions tests, L, le second membre, est lui constitué du produit scalaire de F avec les fonctions tests ainsi que des termes d'intégration sur les bords du domaine. Le vecteur  $[u]$  est le vecteur des coefficients  $a_i(t)$  recherchés.

Pour notre exemple, on obtient :

$$\forall k \sum_{i=0}^N \int_{\mathcal{D}} a_i'(t) \phi_i \phi_k + \sum_{i=0}^N \int_{\mathcal{D}} a_i(t) \nabla \phi_i \nabla \phi_k = \sum_{i=0}^N \int_{\partial \mathcal{D}} a_i(t) \frac{\partial \phi_i}{\partial n} \phi_k + \sum_{i=0}^N \int_{\mathcal{D}} f_i(t) \phi_i \phi_k$$

Les matrices s'écrivent donc ici :

$$C_{ij} = \int_{\mathcal{D}} \phi_i \phi_j$$

$$K_{ij} = \int_{\mathcal{D}} \nabla \phi_i \nabla \phi_j$$

$$L_{ij} = \int_{\partial \mathcal{D}} a_i(t) \frac{\partial \phi_i}{\partial n} \phi_j + \int_{\mathcal{D}} f_i(t) \phi_i \phi_j$$

### Le choix des fonctions de base

Les fonctions tests sont choisies de manière à valoir 1 à un noeud du maillage et 0 à tous les autres (soit  $\phi_j(x_i) = \delta_{ij}$ ). Elles sont très souvent choisies polynomiales (donc très régulières) et peuvent être de degré variable suivant la précision du calcul que l'on demande et la complexité (et l'ordre) de l'équation à résoudre. Dans notre cas, nous utiliserons les polynômes de Lagrange, de degré 1 (linéaire :  $\phi_j(x) = \frac{x-x_i}{x_j-x_i}$  entre  $x_i$  et  $x_j$  et 0 ailleurs) ou parfois 2 (quadratique :  $\phi_j(x) = \frac{(x-x_i)(x-x_k)}{(x_j-x_i)(x_j-x_k)}$  entre  $x_i$  et  $x_k$ ,  $x_j$  étant un noeud intérieur au segment  $[x_i x_k]$  et 0 ailleurs).

### Substitution des expressions des fonctions de base

Nous introduisons dans cette étape les expressions des fonctions tests et de leurs dérivées successives dans les matrices de capacité et de rigidité et dans le second membre.

Nous terminons ici la partie analyse théorique et préparation de l'équation pour le traitement numérique. Reste maintenant à introduire toutes les données numériques dans notre problème matriciel.

### Spécification des données numériques

Nous introduisons ici les données numériques c'est à dire les coordonnées des points du bord : les deux points extrêmes en dimension 1, la courbe délimitant le bord en dimension 2 et la surface en dimension 3 par exemple. Nous évaluons ensuite tous les termes exceptés les termes de bord dans les équations c'est à dire que nous calculons les intégrales. Ici, elles seront évaluées par des formules de quadrature de Gauss-Legendre.

### Introduction des conditions aux limites

C'est une des étapes les plus délicates. Nous considérons ici seulement les conditions aux limites de Neumann (la valeur du flux sur le bord est imposée) ou de Dirichlet (la valeur de la fonction sur le bord est imposée). Les flux sur le bord apparaissant explicitement dans le second membre (puisque l'on a intégré par parties), on peut remplacer sa valeur directement, il est donc très facile de l'intégrer au problème. Par contre, l'application d'une condition de Dirichlet est plus difficile puisque la valeur de  $u$  aux bords n'apparaît pas explicitement dans le système. Nous appliquons donc directement la condition aux limites aux fonctions de base, ce qui donne des relations entre les coefficients  $a_i$ . Ainsi, un ou plusieurs coefficients peuvent être exprimés en fonction des autres, ce qui permet de réduire le nombre d'équations. De cette manière, la solution approchée satisfera automatiquement les conditions aux limites de Dirichlet.

Dans notre exemple où  $N(u) = \Delta(u)$ , on voit par exemple apparaître le terme  $\int_{\partial\mathcal{D}} \partial\phi_i/\partial n \phi_j$ . Si on a des conditions de Neumann homogènes, ce terme disparaît car  $\partial\phi_i/\partial n = 0$  sur le bord et si on a des conditions de Dirichlet homogènes, il disparaît car  $\phi_j = 0$  sur le bord.

En termes de formulation mathématique, cela revient à chercher la solution sur un espace plus restreint, dont les éléments satisfont certaines conditions. Par exemple, pour des conditions aux limites de Dirichlet  $u = 0$  sur le bord, les fonctions tests sont choisies dans  $H_0^1$  (espace de Sobolev où les éléments sont à trace nulle) et non dans tout  $H^1$ .

### Finalisation

Il reste maintenant à résoudre le système, reconstruire la solution  $\tilde{u}$  et évaluer sa précision.

## C.2 Le code STELEM : Intégrations spatiale et temporelle

Le code en Fortran 90 utilisé ici a été adapté par Paul Charbonneau et Thierry Emonet en 1998 à partir des routines Fortran 77 du livre de Burnett pour résoudre des EDP du deuxième ordre générales. La méthode de Burnett appliquée dans un cas simple a été étendue au cas beaucoup plus complexe des équations de la dynamo par T. Emonet durant son séjour post-doctoral au HAO/NCAR (Emonet et Charbonneau 1998). Il y a fourni un très gros effort de développement qui a permis au code STELEM d'être aujourd'hui utile à la communauté du magnétisme solaire et stellaire. Nous l'avons adapté aux problèmes de la dynamo solaire de type  $\alpha^2$ ,  $\alpha^2\Omega$ , Babcock-Leighton et Babcock-Leighton multi-cellulaire.

### Réécriture des équations

Nous sommes ici en coordonnées sphériques et nous nous sommes placés dans l'hypothèse d'axisymétrie. Les équations 3.4 et 3.5 du chapitre 3 font assez clairement apparaître le facteur  $\varpi = r \sin \theta$  ainsi le code résout les équations portant non pas sur  $A_\phi$  et  $B_\phi$  mais sur les inconnues  $A = \frac{A_\phi}{\varpi}$  et  $B = \frac{B_\phi}{\varpi}$ . Nous obtenons alors de nouvelles équations :

$$\frac{\partial A}{\partial t} = \frac{\eta}{\varpi} \left( \nabla^2 - \frac{1}{\varpi^2} \right) (\varpi A) - \frac{\mathbf{U}_p}{\varpi^2} \cdot \nabla (\varpi^2 A) + \text{terme source} \quad (\text{C.1})$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial B}{\partial t} = & \frac{\eta}{\varpi} \left( \nabla^2 - \frac{1}{\varpi^2} \right) (\varpi B) + \frac{1}{\varpi^2} \frac{\partial (\varpi^2 B)}{\partial r} \frac{\partial \eta}{\partial r} - \mathbf{U}_p \cdot \nabla (B) \\ & + (\nabla \times (\varpi^2 A \hat{\mathbf{e}}_\phi)) \cdot \nabla \Omega + \text{terme d'effet } \alpha \text{ éventuel} \end{aligned} \quad (\text{C.2})$$

Nous procédons au changement de variables  $x = -\cos \theta$  et  $z = r$ .

Enfin, la dernière étape consiste à adimensionaliser les équations. Pour ceci, nous choisissons comme échelle spatiale le rayon solaire  $R$  et comme échelle temporelle le temps diffusif dans l'enveloppe convective  $\frac{R^2}{\eta_t}$  où  $\eta_t$  est la diffusivité turbulente c'est à dire dans l'enveloppe convective. De cette manière, la longueur  $x'$  et le temps  $t'$  sont tels que  $x' = \frac{x}{R}$  et  $t' = \frac{t}{R^2/\eta_t}$ . Chaque "ingrédient" de la dynamo doit s'écrire comme un produit d'une constante contenant la dimension de chaque "ingrédient" et d'une grandeur sans dimension. Ainsi, on écrira par la suite :

- Pour l'effet alpha pour les dynamos  $\alpha^2, \alpha\Omega$  ou  $\alpha^2\Omega$  :  $\alpha = \alpha_0 \alpha'$  où  $\alpha_0$  est en  $\text{cm.s}^{-1}$ ,
- pour le terme source de surface pour la dynamo de type Babcock-Leighton :  $S = s_0 S'$  où  $s_0$  est en  $\text{cm.s}^{-1}$ ,
- pour l'effet  $\Omega$  :  $\Omega = \Omega_0 \Omega'$  où  $\Omega_0$  est en  $\text{s}^{-1}$ ,
- pour la circulation méridienne :  $U_p = U_0 U'_p$  où  $U_0$  est en  $\text{cm.s}^{-1}$ ,
- pour le champ  $B$  :  $B = B_0 B'/R$  où  $B_0$  est en G (Gauss),
- pour le champ  $A$  tel que  $B = \nabla(A)$  :  $A = B_0 A'$ .

De cette manière, les nombres dynamos suivants vont apparaître dans les équations :  $C_\alpha = \frac{\alpha_0 R}{\eta_t}$  ou  $C_s = \frac{s_0 R}{\eta_t}$ ,  $C_\Omega = \frac{\Omega_0 R^2}{\eta_t}$  ainsi que le nombre de Reynolds magnétique  $Re = \frac{U_0 R}{\eta_t}$ , qui représentent les principaux paramètres du code et dont les variations vont dicter le comportement des différentes dynamos simulées. Ainsi, l'équation C.1 par exemple devient, si l'on procède à l'adimensionalisation et si l'on considère l'effet  $\alpha$  comme terme source :

$$\frac{\eta_t}{R^2} \frac{\partial B_0 A'}{\partial t'} = \frac{\eta}{R \varpi'} \left( \frac{1}{R^2} \nabla'^2 - \frac{1}{R^2 \varpi'^2} \right) (R \varpi' B_0 A') - \frac{U_0 \mathbf{U}_p'}{R^2 \varpi'^2} \cdot \nabla' (R^2 \varpi'^2 B_0 A') + \alpha_0 \alpha' \frac{B_0 B'}{R}$$

Ce qui donne donc après simplification :

$$\frac{\partial A'}{\partial t'} = \frac{\eta}{\eta_t} \frac{1}{\varpi'} (\nabla'^2 - \frac{1}{\varpi'^2}) (\varpi' A') - Re \frac{\mathbf{U}_p'}{\varpi'^2} \cdot \nabla' (\varpi'^2 A') + C_\alpha \alpha' B' \quad (C.3)$$

### Résolution spatiale

Nous sommes à présent en mesure de projeter les inconnues A et B sur les fonctions tests constituant la base de l'espace "discrétisé". Le code permet en fait de trouver la solution sous forme matricielle :

$$u = \begin{pmatrix} A \\ B \end{pmatrix}$$

La projection porte donc sur la solution  $u$  ci-dessus, ainsi, on écrit la projection suivante :

$$u(x, z, t) = \sum_{i=0}^N a_i(t) \phi_i(x, z)$$

où les fonctions  $\phi_i$  sont les fonctions tests qui constituent la base de l'espace où l'on cherche la solution et les  $a_i(t)$  sont les coefficients recherchés, qui seront déterminés par intégration d'une équation différentielle ordinaire en temps. Les coefficients des deux EDP sont inclus dans une routine utilisée dans le programme principal au moment où l'on forme les termes présents dans la formulation variationnelle. Ces coefficients sont introduits de manière à ce que l'EDP portant sur  $u$  puisse s'écrire :

$$\frac{\partial u}{\partial t} = a(u) + b(u) \frac{\partial u}{\partial x} + c(u) \frac{\partial u}{\partial z} + d(u) \frac{\partial}{\partial x} (dd(u) \frac{\partial u}{\partial x}) + f(u) \frac{\partial}{\partial z} (ff(u) \frac{\partial u}{\partial z})$$

car aucune dérivée croisée n'est présente dans l'équation. Précisons que  $a(u)$  n'a aucun rapport avec les coefficients  $a_i(t)$ .

Classiquement, comme nous l'avons vu, dans la méthode des éléments finis, le principe est de multiplier l'équation par une fonction test  $\phi_k$  et d'intégrer chaque terme sur tout le domaine. Les intégrales sont calculées grâce aux formules de quadrature de Gauss donc les fonctions à intégrer sont évaluées sur les points de Gauss. Les termes de plus haut degré sont intégrés par partie donc dans notre cas :

- $a(u) + b(u) \frac{\partial u}{\partial x} + c(u) \frac{\partial u}{\partial z}$  est le seul terme qui n'est pas intégré par partie, il est multiplié par  $\phi_k$  pour tout  $k$  dans la formulation variationnelle,
- $dd(u) \frac{\partial u}{\partial x}$  ne contient que des dérivées en  $x$ . Ce terme est intégré par partie et donc une partie sera multipliée par  $\phi_k$  et une autre par sa dérivée en  $x$ ,
- de même,  $ff(u) \frac{\partial u}{\partial z}$  ne contient que des dérivées en  $z$ . Ce terme est intégré par partie et donc une partie sera multipliée par  $\phi_k$  et une autre par sa dérivée en  $z$ .

En sommant tout ceci, on obtient donc l'opérateur non linéaire qui prend comme argument les coefficients recherchés  $a_i(t)$ . Les coefficients de la matrice (appelée matrice de capacité) qui multiplie  $\frac{\partial a_i}{\partial t}$  dans le membre de gauche de l'équation sont ensuite calculés puis la matrice est inversée, ce qui nous permet d'obtenir l'équation différentielle en temps à intégrer pour pouvoir finalement reconstruire  $u$  au pas de temps suivant.

### Domaine de calcul et conditions aux limites

Le domaine de calcul est un demi-anneau s'étendant du rayon  $r = r_b$  à  $r = 1$  et de la colatitude  $\theta = 0$  à  $\pi$  soit en variables du code de  $z = r_b$  à  $z = 1$  et de  $x = -1$  à  $1$ . Comme nous l'avons vu, le domaine de calcul est, dans la méthode des éléments finis, subdivisé en régions appelées éléments. Dans notre cas,



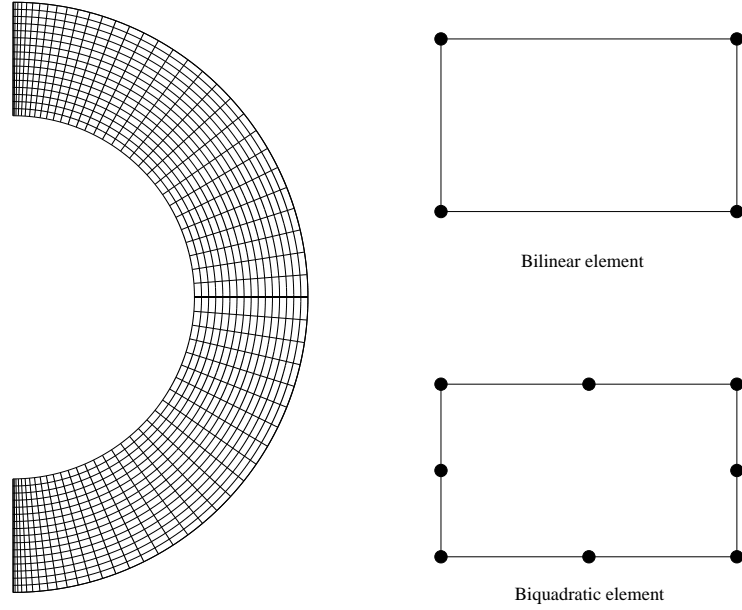


Fig. C.1 – Schéma du maillage quadrilatéral dans le plan méridien, uniforme en  $r$  et  $\theta$ . Les deux figures de droite montrent un zoom sur une cellule du maillage, dans le cas d’une interpolation bilinéaire (en haut) et biquadratique (en bas). Notons que les cellules dans le cas biquadratique ne possèdent pas de nœud intérieur.

ces éléments sont rectangulaires avec un nœud à chaque sommet si on utilise une interpolation avec des polynômes de Lagrange de degré 1 (éléments Q1 Lagrange) et un nœud à chaque sommet et en chaque milieu de côté pour une interpolation quadratique (éléments Q2 Lagrange) (voir Fig. C.1).

La condition à la surface  $r = 1$  peut être soit un raccordement continu à un champ radial, soit à un champ potentiel.

Dans le cas d’un champ radial, les conditions devant être vérifiées sur le champ magnétique sont :

$$B_\phi(r = 1, \theta, t) = 0 \quad \text{and} \quad \frac{\partial(rA_\phi(r, \theta, t))}{\partial r} \Big|_{r=1} = 0$$

Dans le cas d’une condition potentielle, le champ interne doit être raccordé continuellement à un champ vérifiant l’équation suivante :

$$\nabla \times \mathbf{B}(r, \theta, t) = 0$$

Ce qui conduit à deux équations, l’une portant sur le champ toroidal  $B_\phi(r, \theta, t)$  et l’autre sur le potentiel poloidal  $A_\phi(r, \theta, t)$  :

$$\frac{\partial(\sin \theta B_\phi)}{\partial \theta} = \frac{\partial(rB_\phi)}{\partial r} = 0$$

$$\left(\nabla^2 - \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta}\right) A_\phi = 0$$

Comme nous utilisons une méthode des éléments finis, la procédure la plus pratique et naturelle d'introduire de telles conditions aux limites est de les introduire sous la forme de condition de Dirichlet (portant sur la valeur du champ à la frontière) ou de Neumann (portant sur le gradient du champ).

L'équation pour  $B_\phi$  conduit facilement à  $B_\phi = C/(r \sin \theta)$  avec  $C$  une constante quelconque. La valeur de cette constante est fixée à 0, ce qui conduit donc à une condition de Dirichlet homogène sur  $B_\phi$ .

La situation est plus délicate pour la condition sur  $A_\phi$ . Une solution générale à l'équation portant sur  $A_\phi$  peut s'écrire sous la forme :

$$A_\phi(r \geq R_\odot, \theta, t) = \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{a_n(t)}{r^{n+1}} P_n^1(\cos \theta)$$

où  $P_n^1(\cos \theta)$  est le polynôme de Legendre associé (Dikpati et Choudhuri 1994). On trouve que si la somme est tronquée à  $N_\theta/2$ , c'est à dire le nombre de points de grille en  $\theta$ , divisé par 2, l'erreur de projection reste toujours inférieur à  $10^{-3}$ . Les coefficients  $a_n(t)$  sont les coefficients de la projection de  $R_\odot^{n+1} A_\phi(R_\odot, \theta, t)$  sur les polynômes de Legendre associés. Ils sont donc calculés en effectuant le produit scalaire de  $R_\odot^{n+1} A_\phi(R_\odot, \theta, t)$  par  $P_n^1(\cos \theta)$ , le tout divisé par la norme de  $P_n^1$ , ce qui nous donne :

$$a_n(t) = \frac{R_\odot^{n+1} \int_0^\pi A_\phi(R_\odot, \theta, t) P_n^1(\cos \theta) \sin \theta d\theta}{\int_0^\pi [P_n^1(\cos \theta)]^2 \sin \theta d\theta}$$

Le changement de variable  $x = \cos(\theta)$  conduit à calculer l'intégrale sur  $[-1, 1]$  du produit de deux fonctions régulières. Cette intégrale est donc calculée numériquement en utilisant une formule de quadrature de Gauss-Chebyshev pour laquelle la fonction de poids est  $1/\sqrt{1-x^2}$ . L'intégrale au dénominateur représente la norme du polynôme de Legendre associé, sa valeur est connue et égale à  $2n(n+1)/(2n+1)$ .

Une fois les coefficients  $a_n(t)$  connus, on peut en déduire la dérivée de  $A_\phi$  en  $r = 1$  :

$$\frac{\partial A_\phi}{\partial r} \Big|_{r=R_\odot} = - \sum_{n=1}^{N_\theta/2} \frac{(n+1)a_n(t)}{R_\odot^{n+2}} P_n^1(\cos \theta)$$

et par utilisation d'un simple schéma aux différences finis, on peut imposer une condition de Dirichlet sur le potentiel poloidal en calculant la nouvelle valeur de  $A_\phi$  à la surface en fonction de la valeur aux points sur la couche immédiatement inférieure. On en déduit :

$$\begin{aligned} A_\phi(R_\odot, \theta, t) &= A_\phi(R_\odot - \Delta r, \theta, t) + \Delta r \frac{\partial A}{\partial r} \Big|_{r=R_\odot} \\ &= A_\phi(R_\odot - \Delta r, \theta, t) - \Delta r \sum_n \frac{(n+1)a_n(t)}{R_\odot^{n+2}} P_n^1(\cos \theta) \end{aligned} \quad (\text{C.4})$$

A l'intérieur du même pas de temps, les coefficients  $a_n(t)$  sont ensuite recalculés en utilisant la nouvelle valeur de  $A_\phi(r = 1, \theta, t)$  ainsi obtenue jusqu'à ce que l'on obtienne une erreur suffisamment faible entre deux valeurs successives de  $A_\phi(r = 1, \theta, t)$ . Généralement, une dizaine d'itérations suffisent pour atteindre une convergence avec une erreur relative de  $10^{-3}$ .

### Résolution temporelle

Le schéma utilisé a été adapté par T. Emonet à partir du schéma de Spalart et al. (1991), du troisième ordre en temps. Nous avons à résoudre l'équation différentielle suivante :

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \mathcal{N}(u)$$

avec  $\mathcal{N}$  notre opérateur différentiel non linéaire.

Alors soient  $\mathcal{A}$  et  $\mathcal{E}$  les première et deuxième dérivées de  $\mathcal{N}$  par rapport à  $u$ ,  $\mathcal{A}$  est linéaire et  $\mathcal{E}$  est bilinéaire symétrique. On peut alors écrire le développement de  $\mathcal{N}$  à l'ordre 3 en  $u$  :

$$\mathcal{N}(u + du) = \mathcal{N}(u) + \mathcal{A}(du) + \frac{1}{2}\mathcal{E}(du, du) + o(du^3)$$

Le développement de Taylor de  $u$  par rapport à  $t$  s'écrit alors :

$$u(t + \Delta t) = u + \Delta t \mathcal{N}(u) + \frac{\Delta t^2}{2} \mathcal{A}(u) + \frac{\Delta t^3}{6} [\mathcal{E}(\mathcal{N}(u), \mathcal{N}(u)) + \mathcal{A}^2(\mathcal{N}(u))] + O(\Delta t^4) \quad (\text{C.5})$$

Le schéma utilisé est en 3 étapes et permet d'avoir une précision, en accord avec le développement de Taylor ci-dessus en  $o(\Delta t^3)$ . Les trois étapes sont les suivantes :

Soient  $u_n = u(t)$  et  $u_{n+1} = u(t + \Delta t)$  alors :

$$u' = u_n + \Delta t \gamma_1 \mathcal{N}(u_n)$$

$$u'' = u' + \Delta t [\gamma_2 \mathcal{N}(u') + \zeta_1 \mathcal{N}(u_n)]$$

$$u_{n+1} = u'' + \Delta t [\gamma_3 \mathcal{N}(u'') + \zeta_2 \mathcal{N}(u')]$$

Si on développe  $u_{n+1}$  de manière à l'écrire uniquement en fonction de  $u_n$  et que l'on identifie les coefficients de  $\Delta t$ ,  $\Delta t^2$  et  $\Delta t^3$  avec ceux du développement de Taylor C.5, on trouve un système d'équations qui va nous permettre de déduire les coefficients  $\gamma_1$ ,  $\gamma_2$ ,  $\gamma_3$ ,  $\zeta_1$  et  $\zeta_2$ .

## Annexe D

# Le code adjoint de dynamo $\alpha\Omega$

Dans cet annexe, l'écriture du code adjoint du code de dynamo  $\alpha\Omega$  présenté dans le chapitre 5 est détaillée. La première étape est la détermination de la version linéaire tangente du code puis les règles d'établissement de la version adjointe sont appliquées, comme évoqué dans le chapitre 5.

Dans le code direct, un module `derivee.f90` calcule les dérivées premières et secondes d'un champ à une position particulière en  $x, y$ . Nous donnons ici deux exemples des fonctions contenues dans ce module, l'une calcule la dérivée première par rapport à  $x$  et l'autre la dérivée seconde par rapport à  $x$  :

```
real function der1x(u,i,j,k)
real,dimension(nx,ny,nt) :: u
    der1x=(u(i+1,j,k)-u(i-1,j,k))/(2*dx)
end function der1x
```

```
real function der2x(u,i,j,k)
real,dimension(nx,ny,nt) :: u
    der2x=(u(i+1,j,k)-2*u(i,j,k)+u(i-1,j,k))/(dx*dx)
end function der2x
```

Les valeurs des paramètres  $nx, ny, nt$  (la taille des tableaux en  $x, y$  et  $t$ ),  $dx$  (le pas d'espace en  $x$ ) et  $dy$  (le pas d'espace en  $y$ ) sont données dans le programme principal.

Dans le programme principal `main.f90` est implémentée la méthode numérique proprement dite, il est constitué de la définition et l'initialisation des champs magnétiques, de notre maillage, de nos effets  $\alpha$  et  $\Omega$  et donne en sortie la valeur des champs  $a(x, y, t)$  et  $b(x, y, t)$  après intégration du système d'edp couplées. Le schéma temporel adopté est un schéma aux différences finies centrées explicite du 1er ordre :

```
program main(alpha0,eta0,omega0,a,b)
integer :: nx,ny,nt,i,j,k
real :: dx,dy,dt
real,dimension(nx,ny,nt) :: a,b,alpha,eta,domegax,domegay

!Définition du maillage
do i=1,nx
    x(i)=-1.d0+(i-1)*2.d0/(nx-1)
```

```

enddo
do j=1,ny
    y(j)=-1.d0+(j-1)*2.d0/(ny-1)
enddo
do k=1,nt
    t(k)=(k-1)*dt
enddo

!initialisation
do i=1,nx
    do j=1,ny
        a(i,j,1)=x(i)**2+y(j)**2
        b(i,j,1)=0.d0
    enddo
enddo

!Conditions aux limites et définition des effets alpha et omega
do k=1,nt
    do i=1,nx
        a(i,1,k)=0.d0
        b(i,1,k)=0.d0
        a(i,ny,k)=0.d0
        b(i,ny,k)=0.d0
    enddo

    do j=1,ny
        a(1,j,k)=0.d0
        b(1,j,k)=0.d0
        a(nx,j,k)=0.d0
        b(nx,j,k)=0.d0
    enddo

    do i=1,nx
        do j=1,ny
            alpha(i,j,k)=alpha0*cos(pi*(y(j)+1.d0)/2.d0)
            omega(i,j,k)=omega0*x(i)*sin(pi*(y(j)+1.d0)/2.d0)
            domegax(i,j,k)=omega0*sin(pi*(y(j)+1.d0)/2.d0)
            domegay(i,j,k)=omega0*x(i)*pi/2.d0*cos(pi*(y(j)+1.d0)/2.d0)
        enddo
    enddo

enddo

!Définition de dt et condition CFL
dx=2.d0/nx
dy=2.d0/ny
dt=0.2*min(dx2, dy2)/eta

```

---

---

```

!Boucle temporelle principale
  do k=2,nt
    do i=2,nx-1
      do j=2,ny-1

        !Calcul des dérivées au point (i,j,k-1)
        derr1ax(i,j,k-1)=der1x(nx,ny,nt,dx,a,i,j,k-1)
        derr1bx(i,j,k-1)=der1x(nx,ny,nt,dx,b,i,j,k-1)
        derr2ax(i,j,k-1)=der2x(nx,ny,nt,dx,a,i,j,k-1)
        derr2bx(i,j,k-1)=der2x(nx,ny,nt,dx,b,i,j,k-1)
        derr1ay(i,j,k-1)=der1y(nx,ny,nt,dy,a,i,j,k-1)
        derr1by(i,j,k-1)=der1y(nx,ny,nt,dy,b,i,j,k-1)
        derr2ay(i,j,k-1)=der2y(nx,ny,nt,dy,a,i,j,k-1)
        derr2by(i,j,k-1)=der2y(nx,ny,nt,dy,b,i,j,k-1)

        !Calcul de a et b au point k à partir de leur valeur au point k-1
        a(i,j,k)=a(i,j,k-1)+dt*(alpha(i,j,k-1)*b(i,j,k-1)
          +eta(i,j,k-1)*(derr2ax(i,j,k-1)+derr2ay(i,j,k-1)))
        b(i,j,k)=b(i,j,k-1)+dt*((domegax(i,j,k-1)*derr1ay(i,j,k-1)
          -domegay(i,j,k-1)*derr1ax(i,j,k-1))
          +eta(i,j,k-1)*(derr2bx(i,j,k-1)+derr2by(i,j,k-1)))

      enddo
    enddo
  enddo

end program main

```

où les fonctions `der1x`, `der2x`, `der1y`, `der2y` sont définies dans le module `derivee.f90`

Nous devons donc tout d'abord écrire la version tangente linéaire du code. Nous noterons les quantités perturbées avec les mêmes notations que dans le code direct tandis que les variables non différenciées seront précédées d'un `b` pour variables de "base". Nous remarquons d'autre part que les fonctions calculant les dérivées font intervenir uniquement des opérations linéaires, ainsi la version tangente linéaire du module `derivee.f90` est la même que la version directe. Par contre, le programme principal doit être réécrit dans sa version tangente linéaire comme suit :

```

program tlmain(alpha0,eta0,omega0,a,b,balpha,beta,bdomegax,bdomegay
  bomegax,bomegay,ba,bb)
integer :: nx,ny,nt,i,j,k
real :: dx,dy,dt
real, dimension(nx,ny,nt) :: alpha,eta,domegax,domegay,a,b,balpha,beta,bdomegax
bdomegay,ba,bb

!Définition du maillage
do i=1,nx

```

---

---

```

      x(i)=-1.d0+(i-1)*2.d0/(nx-1)
    enddo
    do j=1,ny
      y(j)=-1.d0+(j-1)*2.d0/(ny-1)
    enddo
    do k=1,nt
      t(k)=(k-1)*dt
    enddo

!initialisation
    do i=1,nx
      do j=1,ny
        a(i,j,1)=2*x(i)*bx(i)+2*y(j)*by(j)
        b(i,j,1)=0.d0
      enddo
    enddo

!Conditions aux limites et définition des effets alpha et omega
    do k=1,nt
      do i=1,nx
        a(i,1,k)=0.d0
        b(i,1,k)=0.d0
        a(i,ny,k)=0.d0
        b(i,ny,k)=0.d0
      enddo

      do j=1,ny
        a(1,j,k)=0.d0
        b(1,j,k)=0.d0
        a(nx,j,k)=0.d0
        b(nx,j,k)=0.d0
      enddo

      do i=1,nx
        do j=1,ny
          alpha(i,j,k)=-alpha0*y(j)*sin(pi*(by(j)+1.d0)/2.d0)
          omega(i,j,k)=omega0*(x(i)*sin(pi*(by(j)+1.d0)/2.d0)
            +y(j)*cos(pi*(by(j)+1.d0)/2.d0)
          domegax(i,j,k)=omega0*y(j)*cos(pi*(by(j)+1.d0)/2.d0)
          domegay(i,j,k)=omega0*pi/2.d0*(x(i)*cos(pi*(by(j)+1.d0)/2.d0)
            +y(j)*sin(pi*(by(j)+1.d0)/2.d0)
        enddo
      enddo

    enddo

!Définition de dt et condition CFL
      dx=2.d0/nx

```

---

---

```

dy=2.d0/ny
dt=0.2*min(dx2, dy2)/eta

!Boucle temporelle principale
do k=2,nt
  do i=2,nx-1
    do j=2,ny-1

      !Calcul des dérivées au point (i,j,k-1)
      derr1ax(i,j,k-1)=tlder1x(nx,ny,nt,dx,a,i,j,k-1)
      derr1bx(i,j,k-1)=tlder1x(nx,ny,nt,dx,b,i,j,k-1)
      derr2ax(i,j,k-1)=tlder2x(nx,ny,nt,dx,a,i,j,k-1)
      derr2bx(i,j,k-1)=tlder2x(nx,ny,nt,dx,b,i,j,k-1)
      derr1ay(i,j,k-1)=tlder1y(nx,ny,nt,dy,a,i,j,k-1)
      derr1by(i,j,k-1)=tlder1y(nx,ny,nt,dy,b,i,j,k-1)
      derr2ay(i,j,k-1)=tlder2y(nx,ny,nt,dy,a,i,j,k-1)
      derr2by(i,j,k-1)=tlder2y(nx,ny,nt,dy,b,i,j,k-1)

      !Calcul de a et b au point k à partir de leurs valeurs au point k-1

      a(i,j,k)=a(i,j,k-1)+dt*(balpha(i,j,k-1)*b(i,j,k-1)
        +alpha(i,j,k-1)*bb(i,j,k-1)
        +beta(i,j,k-1)*(derr2ax(i,j,k-1)+derr2ay(i,j,k-1))
        +eta(i,j,k-1)*(bderr2ax(i,j,k-1)+bderr2ay(i,j,k-1)))

      b(i,j,k)=b(i,j,k-1)+dt*((bdomegax(i,j,k-1)*derr1ay(i,j,k-1)
        +domegax(i,j,k-1)*bderr1ay(i,j,k-1)
        -bdomegay(i,j,k-1)*derr1ax(i,j,k-1))
        -domegay(i,j,k-1)*bderr1ax(i,j,k-1))
        +beta(i,j,k-1)*(derr2bx(i,j,k-1)+derr2by(i,j,k-1))
        +eta(i,j,k-1)*(bderr2bx(i,j,k-1)+bderr2by(i,j,k-1)))

    enddo
  enddo
enddo

end program tlmain

```

où on a noté les fonctions de dérivation `tlder1x` par exemple uniquement par souci de clarté même si la version tangente linéaire de ces fonctions est la même que la version directe.

Nous pouvons à présent appliquer les règles que nous avons évoqué plus haut de construction du code adjoint. Chaque instruction du code direct se doit de posséder sa version adjointe selon ces règles.

Ecrivons tout d'abord les versions adjointes des fonctions calculant, dans leur version directe, les dérivées des champs vectoriels. Ces fonctions deviennent à présent des routines car leur sortie n'est plus constituée que d'une seule variable mais de 2 ou 3 variables :

---



```

subroutine adder1x(der1x,u,i,j,k)
integer : :i,j,k
real,dimension(nx,ny,nt) : :u
real : :der1x

      u(i+1,j,k)=u(i+1,j,k)+der1x/(2*dx)
      u(i-1,j,k)=u(i-1,j,k)-der1x/(2*dx)

end subroutine adder1x

```

```

subroutine adder2x(der2x,u,i,j,k)
integer : :i,j,k
real,dimension(nx,ny,nt) : :u
real : :der2x

      u(i+1,j,k)=u(i+1,j,k)+der2x/(dx*dx)
      u(i,j,k)=u(i,j,k)-2*der2x/(dx*dx)
      u(i-1,j,k)=u(i-1,j,k)+der2x/(dx*dx)

end subroutine adder2x

```

Nous pouvons à présent passer à l'écriture de l'adjoint du programme principal, qui va utiliser les routines adjointes que nous venons d'établir. On a :

```

program admain(nx,ny,nt,dt,alpha,eta,domegax,domegay,a,b,balpha,beta
bdomegax,bdomegay,ba,bb)
integer : : nx,ny,nt,i,j,k
real : : dx,dy,dt
real, dimension(nx,ny,nt) : : alpha,eta,domegax,domegay,a,b,balpha,beta,bomegax
bomegay,ba,bb

!Adjoint de la boucle temporelle principale
do k=nt,2,-1
  do i=nx-1,2,-1
    do j=ny-1,2,-1

      !Initialisation des variables adjointes à 0
      a*=0
      b*=0
      derr1ax*=0
      derr1ay*=0
      derr2ax*=0
      derr2ay*=0
      derr1bx*=0
      derr1by*=0
      derr2bx*=0

```

---

```

derr2by*=0

!Calcul du gradient

b*(i,j,k-1)=b*(i,j,k-1)+b*(i,j,k)
domegax*(i,j,k-1)=domegax*(i,j,k-1)+dt*bderr1ay(i,j,k-1)*b*(i,j,k)
derr1ay*(i,j,k-1)=derr1ay*(i,j,k-1)+dt*bdomegax(i,j,k-1)*b*(i,j,k)
domegay*(i,j,k-1)=domegay*(i,j,k-1)-dt*bderr1ax(i,j,k-1)*b*(i,j,k)
derr1ax*(i,j,k-1)=derr1ax*(i,j,k-1)-dt*bdomegay(i,j,k-1)*b*(i,j,k)
eta*(i,j,k-1)=eta*(i,j,k-1)+dt*(bderr2bx(i,j,k-1)
      +bderr2by(i,j,k-1))*b*(i,j,k)
derr2bx*(i,j,k-1)= derr2bx*(i,j,k-1)+dt*beta(i,j,k-1)*b*(i,j,k)
derr2by*(i,j,k-1)= derr2by*(i,j,k-1)+dt*beta(i,j,k-1)*b*(i,j,k)

a*(i,j,k-1)=a*(i,j,k-1)+a*(i,j,k)
alpha*(i,j,k-1)= alpha*(i,j,k-1)+dt*bb(i,j,k-1)*a*(i,j,k)
b*(i,j,k-1)=b*(i,j,k-1)+dt*balpha(i,j,k-1)*a*(i,j,k)
eta*(i,j,k-1)=eta*(i,j,k-1)+dt*(bderr2ax(i,j,k-1)
      +bderr2ay(i,j,k-1))*a*(i,j,k)
derr2ax*(i,j,k-1)= derr2ax*(i,j,k-1)+dt*beta(i,j,k-1)*a*(i,j,k)
derr2ay*(i,j,k-1)= derr2ay*(i,j,k-1)+dt*beta(i,j,k-1)*a*(i,j,k)

!Appel des adjoints des fonctions calculant les dérivées
call adder1x(derr1ax*(i,j,k-1),a,i,j,k-1)
call adder1x(derr1bx*(i,j,k-1),b,i,j,k-1)
call adder2x(derr2ax*(i,j,k-1),a,i,j,k-1)
call adder2x(derr2bx*(i,j,k-1),b,i,j,k-1)
call adder1y(derr1ay*(i,j,k-1),a,i,j,k-1)
call adder1y(derr1by*(i,j,k-1),b,i,j,k-1)
call adder2y(derr2ay*(i,j,k-1),a,i,j,k-1)
call adder2y(derr2by*(i,j,k-1),b,i,j,k-1)

enddo
enddo
enddo

!Adjoint de la définition des effets  $\alpha$  et  $\Omega$  et de l'initialisation de  $a$  et  $b$ 

do k=nt,2,-1
  do i=nx-1,2,-1
    do j=ny-1,2,-1

!Adjoint de la définition des effets  $\alpha$  et  $\Omega$ 
y*(j)=y*(j)-alpha0*sin(pi*(by(j)+1)/2)*alpha*(i,j,k)
x*(i)=x*(i)+omega0*sin(pi*(by(j)+1)/2)*omega*(i,j,k)
y*(j)=y*(j)+omega0*cos(pi*(by(j)+1)/2)*omega*(i,j,k)
y*(j)=y*(j)+omega0*cos(pi*(by(j)+1)/2)*domegax*(i,j,k)
x*(i)=x*(i)+pi/2*omega0*cos(pi*(by(j)+1)/2)*domegay*(i,j,k)

```

---

```

y*(j)=y*(j)+pi/2*omega0*sin(pi*(by(j)+1)/2)*domegay*(i,j,k)

!Adjoint de l'initialisation de a et b
x*(i)=x*(i)+2*bx(i)*a*(i,j,k)
y*(j)=y*(j)+2*by(j)*a*(i,j,k)

    enddo
  enddo
enddo

end program admain

```

Nous avons donc ici entièrement déterminé l'adjoint du code 2D de dynamo champ moyen  $\alpha\Omega$ , une étude de sensibilité aux paramètres peut maintenant être conduite par intégration successive du code direct et du code adjoint. De plus, on peut également utiliser comme fonction de coût une mesure de l'écart entre la période donnée par le modèle et la période du cycle solaire de 22 ans. Sa minimisation après plusieurs itérations du couple modèle direct/modèle adjoint pourrait donner les meilleurs paramètres permettant d'obtenir cette période, avec des contraintes particulières sur les paramètres leur imposant par exemple de rester dans une gamme de valeurs réalistes pour le Soleil. Ce travail est en cours de réalisation.

# Table des figures

1.1	Diagramme d'Hertzsprung-Russell . . . . .	4
1.2	Localisation des zones convective et radiative en fonction de la masse de l'étoile . . . . .	5
1.3	Structure interne de notre étoile . . . . .	7
1.4	Luminosité X des étoiles . . . . .	11
1.5	Champ magnétique observé dans quelques étoiles du projet HK . . . . .	12
1.6	La granulation solaire vue de l'observatoire du Pic du Midi. . . . .	14
1.7	Profil de rotation dans le Soleil déduit de l'héliosismologie. . . . .	15
1.8	Diagramme papillon . . . . .	16
1.9	Modulation du cycle solaire observé depuis le 17ème siècle . . . . .	17
2.1	Ecoulement autour d'un obstacle circulaire à différents nombres de Reynolds. . . . .	23
2.2	La dynamo rapide : le mécanisme <i>Stretch-Twist-Fold</i> . . . . .	28
2.3	Simulations Boussinesq de dynamo petite échelle . . . . .	29
2.4	Les effets $\Omega$ et $\alpha$ . . . . .	30
2.5	Mécanisme de Babcock-Leighton . . . . .	31
2.6	Schéma récapitulant les mécanismes de la dynamo stellaire . . . . .	32
2.7	Régime de paramètres dans les objets astrophysiques . . . . .	33
2.8	Structure du champ magnétique terrestre issu du modèle de Glatzmaier-Roberts . . . . .	36
3.1	Ingrédients physiques utilisés dans le benchmark . . . . .	48
3.2	Evolution du champ magnétique sur un demi-cycle pour le cas A du benchmark . . . . .	50
3.3	Test de convergence pour le cas B du benchmark . . . . .	51
3.4	Diagramme papillon du cas C du benchmark . . . . .	52
4.1	Le modèle standard de Babcock-Leighton . . . . .	69
4.2	Observations de la circulation méridienne moyenne . . . . .	71
4.3	Circulation méridienne obtenue par les simulations 3D . . . . .	72
4.4	Le modèle standard de Babcock-Leighton modifié par l'ajout d'une cellule en rayon. . . . .	73
4.5	Le modèle standard de Babcock-Leighton modifié par l'ajout d'une cellule en rayon. . . . .	74
4.6	Diagrammes papillon associés à des circulations méridiennes complexes. . . . .	75
5.1	Modulation du cycle solaire depuis le minimum de Maunder . . . . .	92
5.2	Schéma représentatif de l'assimilation séquentielle . . . . .	94
5.3	Schéma représentatif de l'assimilation variationnelle . . . . .	95
5.4	Résultats du modèle simple $\alpha\Omega$ cartésien . . . . .	98
6.1	Les taches solaires . . . . .	107
6.2	Images de sigmoids du Télescope SXT à bord de Yohkoh . . . . .	108
6.3	Image Doppler de l'étoile HD 12545 . . . . .	108

6.4	Emergence de flux observée à plusieurs longueurs d'onde. . . . .	110
6.5	Structure hélicoïdale d'une CME . . . . .	111
6.6	Représentation schématisée de l'émergence d'une région active . . . . .	112
6.7	Nombre de liens entre 2 structures . . . . .	115
6.8	Hélicité de 2 "cordes" magnétiques : twist et writhe . . . . .	116
6.9	Création d'hélicité magnétique par la rotation solaire . . . . .	117
6.10	Evolution de tubes de flux faible et fort en géométrie cartésienne . . . . .	119
7.1	Variables thermodynamiques du modèle isentropique . . . . .	122
7.2	Flux d'énergie dans le cas isentropique . . . . .	123
7.3	Configuration du tore de champ magnétique dans la coquille sphérique . . . . .	125
7.4	Illustration du lien entre le <i>pitch angle</i> et le degré d'enroulement des lignes de champ . . . . .	126
7.5	Influence du twist . . . . .	128
7.6	Evolution de l'angle de pitch des lignes de champ magnétique . . . . .	129
7.7	Influence de l'intensité initiale dans le cas isentropique . . . . .	130
7.8	Influence de la latitude initiale . . . . .	131
7.9	Régions émergentes dans des simulations de boucles $\Omega$ . . . . .	132
8.1	Densité d'énergie cinétique du modèle hydrodynamique. . . . .	142
8.2	Modèle hydrodynamique du cas convectif. . . . .	143
8.3	Flux d'énergie dans le cas convectifs . . . . .	144
8.4	Illustration du théorème de Taylor-Proudman . . . . .	145
8.5	Rotation différentielle dans le cas convectif . . . . .	146
8.6	Circulation méridienne dans le cas convectif . . . . .	146
8.7	Comparaison du cas torsadé et non-torsadé en zone convective . . . . .	148
8.8	Evolution au cours du temps d'un tube de champ torsadé dans le plan méridien. . . . .	150
8.9	Evolution au cours du temps d'un tube de champ torsadé dans le plan rayon-longitude . . . . .	151
8.10	Zoom sur l'émergence de régions actives . . . . .	152
8.11	Orientation des taches actives . . . . .	154
8.12	Comparaison du comportement de tubes introduits à différentes latitudes . . . . .	156
8.13	Circulation méridienne et tube de flux . . . . .	157
8.14	Influence de l'émergence de régions actives sur le champ de vitesse de surface . . . . .	158
8.15	Courbe de température dans l'atmosphère du Soleil . . . . .	160
8.16	Variation du paramètre $\beta = P_{gaz}/P_{mag}$ du plasma dans l'atmosphère solaire. . . . .	161
8.17	Dépendance radiale des flux d'énergie dans le modèle avec atmosphère. . . . .	162
8.18	Variation de la densité et de la pression de référence dans le cas avec atmosphère. . . . .	163
8.19	Vitesse radiale et flux d'enthalpie moyennés en longitude dans le cas hydrodynamique avec atmosphère. . . . .	163
8.20	Derniers jours d'évolution du tube de champ magnétique (contours) plongé dans un modèle hydrodynamique avec atmosphère. . . . .	164
8.21	Zoom sur le comportement du tube de flux à son approche de l'interface zone convective / atmosphère . . . . .	165
8.22	Une vision globale du Soleil . . . . .	175
C.1	Maillage utilisé dans STELEM . . . . .	192

## Liste des tableaux

1.1	Echelles caractéristiques de la convection solaire. . . . .	14
1.2	Valeurs des paramètres dans le Soleil . . . . .	19
3.1	Table des résultats des différents codes pour le cas de Babcock-Leighton du benchmark .	52
4.1	Seuil de la dynamo pour les modèles multicellulaires pour les solutions dipolaire et quadripolaire. . . . .	76
8.1	Paramètres clés des simulations en zone convective turbulente. . . . .	147
A.1	Nombres sans dimension . . . . .	179

---



---

# Bibliographie

- W. P. Abbett. The Magnetic Connection between the Convection Zone and Corona in the Quiet Sun. *ApJ*, 665:1469–1488, août 2007. 161
- W. P. Abbett, G. H. Fisher et Y. Fan. The Three-dimensional Evolution of Rising, Twisted Magnetic Flux Tubes in a Gravitationally Stratified Model Convection Zone. *ApJ*, 540:548–562, septembre 2000. 118, 131, 148
- E. Alecian, G. A. Wade, C. Catala, C. Folsom, J. Grunhut, J.-F. Donati, P. Petit, S. Bagnulo, T. Boehm, J.-C. Bouret et J. D. Landstreet. Magnetism, rotation and accretion in Herbig Ae-Be stars. Dans J. Bouvier et I. Appenzeller, éditeurs, *IAU Symposium*, volume 243 de *IAU Symposium*, pages 43–50, mai 2007. 9
- T. Amari, J. F. Luciani et J. J. Aly. Coronal Magnetohydrodynamic Evolution Driven by Subphotospheric Conditions. *ApJ Lett.*, 615:L165–L168, novembre 2004. 161
- T. Amari, J. F. Luciani et J. J. Aly. Coronal Closure of Subphotospheric MHD Convection for the Quiet Sun. *ApJ Lett.*, 681:L45–L48, juillet 2008. 161
- T. Amari, J. F. Luciani, J. J. Aly, Z. Mikic et J. Linker. Coronal Mass Ejection : Initiation, Magnetic Helicity, and Flux Ropes. I. Boundary Motion-driven Evolution. *ApJ*, 585:1073–1086, mars 2003a. 111, 174
- T. Amari, J. F. Luciani, J. J. Aly, Z. Mikic et J. Linker. Coronal Mass Ejection : Initiation, Magnetic Helicity, and Flux Ropes. II. Turbulent Diffusion-driven Evolution. *ApJ*, 595:1231–1250, octobre 2003b. 111, 174
- T. Amari, J. F. Luciani, Z. Mikic et J. Linker. A Twisted Flux Rope Model for Coronal Mass Ejections and Two-Ribbon Flares. *ApJ Lett.*, 529:L49–L52, janvier 2000. 111
- V. Archontis, F. Moreno-Insertis, K. Galsgaard, A. Hood et E. O’Shea. Emergence of magnetic flux from the convection zone into the corona. *A&A*, 426:1047–1063, novembre 2004. 160, 174
- V. Archontis, F. Moreno-Insertis, K. Galsgaard et A. W. Hood. The Three-dimensional Interaction between Emerging Magnetic Flux and a Large-Scale Coronal Field : Reconnection, Current Sheets, and Jets. *ApJ*, 635:1299–1318, décembre 2005. 161
- R. Arlt, R. Hollerbach et G. Rüdiger. Differential rotation decay in the radiative envelopes of CP stars. *A&A*, 401:1087–1094, avril 2003. 47
- M. Asplund, N. Grevesse, A.J. Sauval, C. Allende Prieto et R. Blomme. Line formation in solar granulation. vi. [ci], ci, ch, and c2 lines and the photospheric c abundance. *Astron. Astrophys.*, 431:693–705, 2005. 6
-



- M. Auriere, J. Silvester, G. A. Wade, S. Bagnulo, J.-F. Donati, N. Johnson, J. D. Landstreet, F. Ligneres, T. Lueftinger, D. Mouillet, F. Paletou, P. Petit et S. Strasser. A survey of magnetic Ap/Bp stars for weak longitudinal magnetic fields. *A Peculiar Newsletter*, vol. 39, 39, mai 2003. 10
- H. W. Babcock. The Topology of the Sun's Magnetic Field and the 22-YEAR Cycle. *ApJ*, 133:572–+, mars 1961. 31, 68, 169
- A. Baglin, M. Auvergne, C. Catala, E. Michel et COROT Team. Asteroseismology with the space mission COROT : photometric performances targets and mission profile. Dans A. Wilson et P. L. Pallé, éditeurs, *SOHO 10/GONG 2000 Workshop : Helio- and Asteroseismology at the Dawn of the Millennium*, volume 464 de *ESA Special Publication*, pages 395–398, janvier 2001. 18
- S. Bagnulo, J. D. Landstreet, E. Mason, V. Andretta, J. Silaj et G. A. Wade. Searching for links between magnetic fields and stellar evolution. I. A survey of magnetic fields in open cluster A- and B-type stars with FORS1. *A&A*, 450:777–791, mai 2006. 10
- S. A. Balbus et J. F. Hawley. A powerful local shear instability in weakly magnetized disks. I - Linear analysis. II - Nonlinear evolution. *ApJ*, 376:214–233, juillet 1991. 36
- S. A. Balbus et J. F. Hawley. Instability, turbulence, and enhanced transport in accretion disks. *Reviews of Modern Physics*, 70:1–53, janvier 1998. 36
- S. Baliunas et W. Soon. Are Variations in the Length of the Activity Cycle Related to Changes in Brightness in Solar-Type Stars ? *ApJ*, 450:896–+, septembre 1995. 10, 29, 34
- S. L. Baliunas, E. Nesme-Ribes, D. Sokoloff et W. H. Soon. A Dynamo Interpretation of Stellar Activity Cycles. *ApJ*, 460:848–+, avril 1996. 35
- J. Ballot, A. S. Brun et S. Turck-Chièze. Simulations of Turbulent Convection in Rotating Young Solar-like Stars : Differential Rotation and Meridional Circulation. *ApJ*, 669:1190–1208, novembre 2007. 20
- E. Bard et M. Frank. Climate change and solar variability : What's new under the sun ? *Earth and Planetary Science Letters*, 248:1–2, août 2006. 18, 92, 171
- J. Beer. Long-term indirect indices of solar variability. *Space Science Reviews*, 94:53–66, novembre 2000. 92
- J. Beer, G. M. Raisbeck et F. Yiou. Time variations of Be-10 and solar activity. Dans C. P. Sonett, M. S. Giampapa et M. S. Matthews, éditeurs, *The Sun in Time*, pages 343–359, 1991. 92
- E. Bélanger, A. Vincent et P. Charbonneau. Predicting Solar Flares by Data Assimilation in Avalanche Models. *Sol. Phys.*, 245:141–165, septembre 2007. 93, 171
- S. V. Berdyugina. Surface imaging by the Occamian approach. Basic principles, simulations, and tests. *A&A*, 338:97–105, octobre 1998. 108
- S. V. Berdyugina. Starspots : A Key to the Stellar Dynamo. *Living Reviews in Solar Physics*, 2:8–+, décembre 2005. 108
- A. L. Berger. Support for the astronomical theory of climatic change. *Nature*, 269:44–+, septembre 1977. 93
-

- M. A. Berger. Rigorous new limits on magnetic helicity dissipation in the solar corona. *Geophysical and Astrophysical Fluid Dynamics*, 30:79–104, septembre 1984. 115
- M. A. Berger. Introduction to magnetic helicity. *Plasma Physics and Controlled Fusion*, 41:167–+, décembre 1999. 115, 116, 117
- M. Berhanu, R. Monchaux, S. Fauve, N. Mordant, F. Pétrélis, A. Chiffaudel, F. Daviaud, B. Dubrulle, L. Marié, F. Ravelet, M. Bourgoïn, P. Odier, J.-F. Pinton et R. Volk. Magnetic field reversals in an experimental turbulent dynamo. *Europhysics Letters*, 77:59001–+, mars 2007. 34
- P. N. Bernasconi, D. M. Rust, M. K. Georgoulis et B. J. Labonte. Moving Dipolar Features in an Emerging Flux Region. *Sol. Phys.*, 209:119–139, septembre 2002. 109
- E. G. Blackman et G. B. Field. New Dynamical Mean-Field Dynamo Theory and Closure Approach. *Physical Review Letters*, 89(26):265007–+, décembre 2002. 44
- A. Bonanno, D. Elstner, G. Belvedere et G. Rüdiger. A flux-transport dynamo with a multi-cell meridional circulation. *Astronomische Nachrichten*, 326:170–173, avril 2005. 73
- A. Bonanno, L. Rezzolla et V. Urpin. Mean-field dynamo action in protoneutron stars. *A&A*, 410: L33–L36, octobre 2003. 35
- J. Bouvier, S. Cabrit, M. Fernandez, E. L. Martin et J. M. Matthews. Coyotes-I - the Photometric Variability and Rotational Evolution of T-Tauri Stars. *A&A*, 272:176–+, mai 1993. 9
- J. P. Boyd. *Chebyshev and Fourier Spectral Methods*. Berlin : Springer-Verlag, 1989. 182, 183
- S. L. Braginski. . *Sov. Phys. JETP*, 20:726–+, 1964. 26
- A. Brandenburg. The Inverse Cascade and Nonlinear Alpha-Effect in Simulations of Isotropic Helical Hydromagnetic Turbulence. *ApJ*, 550:824–840, avril 2001. 45
- A. Brandenburg, R.L. Jennings, Å. Nordlund, M. Rieutord, R.F. Stein et I. Tuominen. Magnetic structures in a dynamo simulation. *J. Fluid Mech.*, 306:325–352, 1996. 20
- A. Brandenburg, D. Moss, G. Ruediger et I. Tuomien. Hydromagnetic alphaOmega-type dynamos with feedback from large scale motions. *Geophysical and Astrophysical Fluid Dynamics*, 61:179–+, décembre 1991. 46
- A. Brandenburg, A. Nordlund, R. F. Stein et U. Torkelsson. Dynamo-generated Turbulence and Large-Scale Magnetic Fields in a Keplerian Shear Flow. *ApJ*, 446:741–+, juin 1995. 37
- A. Brandenburg et K. Subramanian. Astrophysical magnetic fields and nonlinear dynamo theory. *Phys. Rep.*, 417:1–4, octobre 2005. 44
- D. C. Braun et Y. Fan. Helioseismic Measurements of the Subsurface Meridional Flow. *ApJ Lett.*, 508: L105–L108, novembre 1998. 71
- B. P. Brown, M. K. Browning, A. S. Brun, M. S. Miesch et J. Toomre. Rapid rotation, active nests of convection and global-scale flows in solar-like stars. *Astronomische Nachrichten*, 328:1002–+, 2007. 12, 20, 35, 170
- B. P. Brown, M. K. Browning, A. S. Brun, M. S. Miesch et J. Toomre. Rapidly Rotating Suns and Active Nests of Convection. *ArXiv e-prints*, 808, août 2008. 20, 170
-

- T. M. Brown, J. Christensen-Dalsgaard, W. A. Dziembowski, P. Goode, D. O. Gough et C. A. Morrow. Inferring the sun's internal angular velocity from observed p-mode frequency splittings. *ApJ*, 343: 526–546, août 1989. 67
- M. K. Browning. Simulations of Dynamo Action in Fully Convective Stars. *ApJ*, 676:1262–1280, avril 2008. 20
- M. K. Browning, A. S. Brun et J. Toomre. Simulations of Core Convection in Rotating A-Type Stars : Differential Rotation and Overshooting. *ApJ*, 601:512–529, janvier 2004. 20
- M. K. Browning, M. S. Miesch, A. S. Brun et J. Toomre. Dynamo Action in the Solar Convection Zone and Tachocline : Pumping and Organization of Toroidal Fields. *ApJ Lett.*, 648:L157–L160, septembre 2006. 29, 112, 113, 127, 154, 173
- N. Brummell, K. Cline et F. Cattaneo. Formation of buoyant magnetic structures by a localized velocity shear. *MNRAS*, 329:L73–L76, février 2002a. 114, 153, 172, 173
- N. H. Brummell, T. L. Clune et J. Toomre. Penetration and Overshooting in Turbulent Compressible Convection. *ApJ*, 570:825–854, mai 2002b. 42
- N. H. Brummell, N. E. Hurlburt et J. Toomre. Turbulent Compressible Convection with Rotation. II. Mean Flows and Differential Rotation. *ApJ*, 493:955–+, janvier 1998. 20, 144
- A. S. Brun. Towards using modern data assimilation and weather forecasting methods in solar physics. *Astronomische Nachrichten*, 328:329–+, mars 2007. 93
- A. S. Brun, M. K. Browning et J. Toomre. Simulations of Core Convection in Rotating A-Type Stars : Magnetic Dynamo Action. *ApJ*, 629:461–481, août 2005. 12, 35
- A. S. Brun, M. S. Miesch et J. Toomre. Global-Scale Turbulent Convection and Magnetic Dynamo Action in the Solar Envelope. *ApJ*, 614:1073–1098, octobre 2004. 29, 153, 169, 181, 182
- A. S. Brun et M. Rempel. Large scale flows in the solar convection zone. Dans M. Thompson, L. Culhane, A. Kosovichev, A. Nordlund, S. Solanki, J. P. Zahn et A. Balogh, éditeurs, *Origin and dynamics of solar magnetism*, 2008. 70
- A. S. Brun et J. Toomre. Turbulent Convection under the Influence of Rotation : Sustaining a Strong Differential Rotation. *ApJ*, 570:865–885, mai 2002. 17, 72, 122, 145, 170
- A. S. Brun, S. Turck-Chièze et J. P. Zahn. Standard Solar Models in the Light of New Helioseismic Constraints. II. Mixing below the Convective Zone. *ApJ*, 525:1032–1041, novembre 1999. 9
- A. S. Brun et J.-P. Zahn. Magnetic confinement of the solar tachocline. *A&A*, 457:665–674, octobre 2006. 127, 134
- E. C. Bullard et H. Gellman. Homogeneous dynamos and terrestrial magnetism. *Philos. Trans. Roy. Soc. London*, 247:213–278, 1954. 27
- F.H. Busse. Thermal instabilities in rapidly rotating systems. *J. Fluid Mech.*, 44:441–460, 1970. 20
- F.H. Busse. Convective flows in rapidly rotating spheres and their dynamo action. *Phys. Fluids*, 14: 1301–1314, 2002. 20
- V. D. Bychkov, L. V. Bychkova et J. Madej. Catalogue of averaged stellar effective magnetic fields. I. Chemically peculiar A and B type stars. *A&A*, 407:631–642, août 2003. 10
-

- P. Caligari, F. Moreno-Insertis et M. Schussler. Emerging flux tubes in the solar convection zone. 1 : Asymmetry, tilt, and emergence latitude. *ApJ*, 441:886–902, mars 1995. 117, 133
- F. Cattaneo. On the Origin of Magnetic Fields in the Quiet Photosphere. *ApJ Lett.*, 515:L39–L42, avril 1999. 29
- F. Cattaneo, N. H. Brummell et K. S. Cline. What is a flux tube ? On the magnetic field topology of buoyant flux structures. *MNRAS*, 365:727–734, janvier 2006. 113
- F. Cattaneo, N.H. Brummell, J. Toomre, A. Malagoli et N.E. Hurlburt. Turbulent compressible convection. *Astrophys. J.*, 370:282–294, 1991. 20
- F. Cattaneo, T. Emonet et N.O. Weiss. On the interaction between convection and magnetic fields. *Astrophys. J.*, 588:1183–1198, 2003. 20
- F. Cattaneo et D. W. Hughes. The nonlinear breakup of a magnetic layer - Instability to interchange modes. *Journal of Fluid Mechanics*, 196:323–344, novembre 1988. 113, 173
- F. Cattaneo et D. W. Hughes. Nonlinear saturation of the turbulent  $\alpha$  effect. *Phys. Rev. E*, 54:4532–+, novembre 1996. 45
- F. Cattaneo et D. W. Hughes. Solar dynamo theory : Solar dynamo theory : a new look at the origin of small-scale magnetic fields. *Astronomy and Geophysics*, 42:18–3, juin 2001. 28
- G. Chabrier et M. Küker. Large-scale  $\alpha^2$ -dynamo in low-mass stars and brown dwarfs. *A&A*, 446:1027–1037, février 2006. 53
- J. Chae et Y.-J. Moon. Magnetic Twist of an Extreme-Ultraviolet Coronal Loop Inferred from Plasma Constriction. *ApJ*, 629:1110–1121, août 2005. 107
- S. Chandrasekhar. *An introduction to the study of stellar structure*. Chicago, Ill., The University of Chicago press [1939], 1939. 5
- S. Chandrasekhar. *Hydrodynamic and hydromagnetic stability*. International Series of Monographs on Physics, Oxford : Clarendon, 1961, 1961. 8
- W. C. Chaplin, Y. Elsworth, G. R. Isaak, R. Lines, C. P. McLeod, B. A. Miller, R. New et H. B. van der Raay. Observing the sun with the Birmingham Solar-Oscillations Network (BISON). *The Observatory*, 116:32–33, février 1996. 13
- P. Charbonneau. Dynamo Models of the Solar Cycle. *Living Reviews in Solar Physics*, 2:2–+, juin 2005. 68, 69
- P. Charbonneau et M. Dikpati. Stochastic Fluctuations in a Babcock-Leighton Model of the Solar Cycle. *ApJ*, 543:1027–1043, novembre 2000. 46
- P. Charbonneau et K. B. MacGregor. Solar Interface Dynamos. II. Linear, Kinematic Models in Spherical Geometry. *ApJ*, 486:502–+, septembre 1997. 68
- P. Charbonneau, C. St-Jean et P. Zacharias. Fluctuations in Babcock-Leighton Dynamos. I. Period Doubling and Transition to Chaos. *ApJ*, 619:613–622, janvier 2005. 173
- C. Charbonnel et S. Talon. Influence of Gravity Waves on the Internal Rotation and Li Abundance of Solar-Type Stars. *Science*, 309:2189–2191, septembre 2005. 6, 19
-

- M. C. M. Cheung, F. Moreno-Insertis et M. Schüssler. Moving magnetic tubes : fragmentation, vortex streets and the limit of the approximation of thin flux tubes. *A&A*, 451:303–317, mai 2006. 127
- M. C. M. Cheung, M. Schüssler et F. Moreno-Insertis. The origin of the reversed granulation in the solar photosphere. *A&A*, 461:1163–1171, janvier 2007. 161
- S. Childress et A. D. Gilbert. *Stretch, Twist, Fold*. The Fast Dynamo, XI, 406 pp.. Springer-Verlag Berlin Heidelberg New York. Also Lecture Notes in Physics, volume 37, 1995. 27
- A. R. Choudhuri. Stochastic fluctuations of the solar dynamo. *A&A*, 253:277–285, janvier 1992. 46
- A. R. Choudhuri, P. Chatterjee et J. Jiang. Predicting Solar Cycle 24 With a Solar Dynamo Model. *Physical Review Letters*, 98(13):131103–+, mars 2007. 93
- A. R. Choudhuri et P. A. Gilman. The influence of the Coriolis force on flux tubes rising through the solar convection zone. *ApJ*, 316:788–800, mai 1987. 117, 128
- U. Christensen, P. Olson et G.A. Glatzmaier. Numerical modeling of the geodynamo : A systematic parameter study. *Geophys. J. Int.*, 138:393–409, 1999. 20
- D. D. Clayton. *Principles of stellar evolution and nucleosynthesis*. New York : McGraw-Hill, 1968, 1968. 4, 5
- K. S. Cline, N. H. Brummell et F. Cattaneo. Dynamo Action Driven by Shear and Magnetic Buoyancy. *ApJ*, 599:1449–1468, décembre 2003a. 114, 173
- K. S. Cline, N. H. Brummell et F. Cattaneo. On the Formation of Magnetic Structures by the Combined Action of Velocity Shear and Magnetic Buoyancy. *ApJ*, 588:630–644, mai 2003b. 114, 153, 172, 173
- C. Clune, J. R. Elliott, M. S. Miesch, J. Toomre et G.A. Glatzmaier. Computational aspects of a code to study rotating turbulent convection in spherical shells. *Parallel Computing*, 25:361–380, 1999. 181, 182
- A. Courvoisier, D. W. Hughes et S. M. Tobias.  $\alpha$  Effect in a Family of Chaotic Flows. *Physical Review Letters*, 96(3):034503–+, janvier 2006. 44
- S. Couvidat, R. A. García, S. Turck-Chièze, T. Corbard, C. J. Henney et S. Jiménez-Reyes. The Rotation of the Deep Solar Layers. *ApJ Lett.*, 597:L77–L79, novembre 2003. 15
- T. G. Cowling. The magnetic field of sunspots. *MNRAS*, 94:39–48, novembre 1933. 26
- J. P. Cox et R. T. Giuli. *Principles of stellar structure*. New York, Gordon and Breach [1968], 1968. 5
- P. Démoulin et E. Pariat. Modelling and observations of photospheric magnetic helicity. *Advances in Space Research*, 2008. 114
- M. Dikpati et P. Charbonneau. A Babcock-Leighton Flux Transport Dynamo with Solar-like Differential Rotation. *ApJ*, 518:508–520, juin 1999. 20, 68, 169
- M. Dikpati et A. R. Choudhuri. The evolution of the Sun’s poloidal field. *A&A*, 291:975–989, novembre 1994. 193
- M. Dikpati, G. de Toma, P. A. Gilman, C. N. Arge et O. R. White. Diagnostics of Polar Field Reversal in Solar Cycle 23 Using a Flux Transport Dynamo Model. *ApJ*, 601:1136–1151, février 2004. 20, 70, 72, 169
-

- M. Dikpati et P. A. Gilman. Flux-Transport Dynamos with  $\alpha$ -Effect from Global Instability of Tachocline Differential Rotation : A Solution for Magnetic Parity Selection in the Sun. *ApJ*, 559:428–442, septembre 2001. 70, 170
- M. Dikpati et P. A. Gilman. Simulating and Predicting Solar Cycles Using a Flux-Transport Dynamo. *ApJ*, 649:498–514, septembre 2006. 47, 53, 93, 171
- W. Dobler, M. Stix et A. Brandenburg. Magnetic Field Generation in Fully Convective Rotating Spheres. *ApJ*, 638:336–347, février 2006. 19
- J. F. Donati. ESPaDO nS@CFHT : the new generation stellar spectropolarimeter. Dans F. Combes, D. Barret, T. Contini, F. Meynadier et L. Pagani, éditeurs, *SF2A-2004 : Semaine de l'Astrophysique Française*, pages 217–+, décembre 2004. 6
- J.-F. Donati et S. F. Brown. Zeeman-Doppler imaging of active stars. V. Sensitivity of maximum entropy magnetic maps to field orientation. *A&A*, 326:1135–1142, octobre 1997. 108
- J.-F. Donati et A. Collier Cameron. Differential rotation and magnetic polarity patterns on AB Doradus. *MNRAS*, 291:1–19, octobre 1997. 9
- S. D'Silva et A. R. Choudhuri. A theoretical model for tilts of bipolar magnetic regions. *A&A*, 272:621–+, mai 1993. 118, 133
- B. Dubrulle, L. Marié, C. Normand, D. Richard, F. Hersant et J.-P. Zahn. An hydrodynamic shear instability in stratified disks. *A&A*, 429:1–13, janvier 2005. 36
- B. R. Durney. On theories of rotating convection zones. *ApJ*, 297:787–798, octobre 1985. 35
- B. R. Durney et J. Latour. On the angular momentum loss of late-type stars. *Geophysical and Astrophysical Fluid Dynamics*, 9:241–255, 1978. 11
- T. L. Duvall, Jr., A. G. Kosovichev, P. H. Scherrer, R. S. Bogart, R. I. Bush, C. de Forest, J. T. Hoeksema, J. Schou, J. L. R. Saba, T. D. Tarbell, A. M. Title, C. J. Wolfson et P. N. Milford. Time-Distance Helioseismology with the MDI Instrument : Initial Results. *Sol. Phys.*, 170:63–73, 1997. 14
- J. A. Eddy. The Maunder Minimum. *Science*, 192:1189–1202, juin 1976. 91
- W. M. Elsasser. Induction Effects in Terrestrial Magnetism Part I. Theory. *Physical Review*, 69:106–116, février 1946. 27
- W. M. Elsasser. Hydromagnetic Dynamo Theory. *Reviews of Modern Physics*, 28:135–163, avril 1956. 115
- T. Emonet et P. Charbonneau. Communication privée. 1998. 190
- T. Emonet et F. Moreno-Inertis. The Physics of Twisted Magnetic Tubes Rising in a Stratified Medium : Two-dimensional Results. *ApJ*, 492:804–+, janvier 1998. 118, 121, 172
- Y. Fan. Nonlinear Growth of the Three-dimensional Undular Instability of a Horizontal Magnetic Layer and the Formation of Arching Flux Tubes. *ApJ*, 546:509–527, janvier 2001. 114
- Y. Fan. Magnetic Fields in the Solar Convection Zone. *Living Reviews in Solar Physics*, 1:1–+, juillet 2004. 118
-

- Y. Fan. The Three-dimensional Evolution of Buoyant Magnetic Flux Tubes in a Model Solar Convective Envelope. *ApJ*, 676:680–697, mars 2008. 119, 125, 130, 131, 133, 172, 173
- Y. Fan, W. P. Abbett et G. H. Fisher. The Dynamic Evolution of Twisted Magnetic Flux Tubes in a Three-dimensional Convecting Flow. I. Uniformly Buoyant Horizontal Tubes. *ApJ*, 582:1206–1219, janvier 2003. 118, 119, 134, 172
- Y. Fan et G. H. Fisher. Radiative Heating and the Buoyant Rise of Magnetic Flux Tubes in the Solar interior. *Sol. Phys.*, 166:17–41, juin 1996. 133
- Y. Fan, G. H. Fisher et A. N. McClymont. Dynamics of emerging active region flux loops. *ApJ*, 436: 907–928, décembre 1994. 133
- Y. Fan et S. E. Gibson. The Emergence of a Twisted Magnetic Flux Tube into a Preexisting Coronal Arcade. *ApJ Lett.*, 589:L105–L108, juin 2003. 111
- Y. Fan et S. E. Gibson. Numerical Simulations of Three-dimensional Coronal Magnetic Fields Resulting from the Emergence of Twisted Magnetic Flux Tubes. *ApJ*, 609:1123–1133, juillet 2004. 111
- Y. Fan, E. G. Zweibel et S. R. Lantz. Two-dimensional Simulations of Buoyantly Rising, Interacting Magnetic Flux Tubes. *ApJ*, 493:480–+, janvier 1998. 118
- N. A. Featherstone, M. K. Browning, A. S. Brun et J. Toomre. Convective Core Dynamos of A-type Stars in the Presence of Fossil Magnetic Fields. Dans R. J. Stancliffe, J. Dewi, G. Houdek et R. Martin, A., éditeurs, *Unsolved Problems in Stellar Physics : A Conference in Honor of Douglas Gough*, volume 948 de *American Institute of Physics Conference Series*, pages 279–286, novembre 2007. 20
- E. D. Feigelson, J. A. Gaffney, III, G. Garmire, L. A. Hillenbrand et L. Townsley. X-Rays in the Orion Nebula Cluster : Constraints on the Origins of Magnetic Activity in Pre-Main-Sequence Stars. *ApJ*, 584:911–930, février 2003. 10
- B. Freytag et S. Höfner. Three-dimensional simulations of the atmosphere of an AGB star. *A&A*, 483: 571–583, mai 2008. 19
- A. H. Gabriel, G. Grec, J. Charra, J.-M. Robillot, T. Roca Cortés, S. Turck-Chièze, R. Bocchia, P. Boumier, M. Cantin, E. Cespèdes, B. Cougrand, J. Crétolle, L. Damé, M. Decaudin, P. Delache, N. Denis, R. Duc, H. Dzitko, E. Fossat, J.-J. Fourmond, R. A. García, D. Gough, C. Grivel, J. M. Herreros, H. Lagardère, J.-P. Moalic, P. L. Pallé, N. Pétrou, M. Sanchez, R. Ulrich et H. B. van der Raay. Global Oscillations at Low Frequency from the SOHO Mission (GOLF). *Sol. Phys.*, 162:61–99, décembre 1995. 13
- D. J. Galloway et M. R. E. Proctor. Numerical calculations of fast dynamos in smooth velocity fields with realistic diffusion. *Nature*, 356:691–693, avril 1992. 28
- K. Galsgaard, F. Moreno-Insertis, V. Archontis et A. Hood. A Three-dimensional Study of Reconnection, Current Sheets, and Jets Resulting from Magnetic Flux Emergence in the Sun. *ApJ Lett.*, 618:L153–L156, janvier 2005. 160, 174
- R. A. García, S. Turck-Chièze, S. J. Jiménez-Reyes, J. Ballot, P. L. Pallé, A. Eff-Darwich, S. Mathur et J. Provost. Tracking Solar Gravity Modes : The Dynamics of the Solar Core. *Science*, 316:1591–, juin 2007. 13, 15
-

- G. A. Gary. Plasma Beta above a Solar Active Region : Rethinking the Paradigm. *Sol. Phys.*, 203:71–86, octobre 2001. 161
- M. K. Georgoulis, D. M. Rust, P. N. Bernasconi et B. Schmieder. Statistics, Morphology, and Energetics of Ellerman Bombs. *ApJ*, 575:506–528, août 2002. 109
- R. Giering et T. Kaminski. Recipes for adjoint code construction. *ACM Trans. Math. Softw.*, 24(4): 437–474, 1998. ISSN 0098-3500. 100
- P. M. Giles, T. L. Duvall, Jr., P. H. Scherrer et R. S. Bogart. A Flow of Material from the Sun's Equator to its Poles. *Nature*, 390:52–+, novembre 1997. 71
- P.A. Gilman. Nonlinear dynamics of boussinesq convection in a deep rotating spherical shell i. *Geophys. Astrophys. Fluid Dyn.*, 8:93–135, 1977. 20
- L. Gizon. Helioseismology of Time-Varying Flows Through The Solar Cycle. *Sol. Phys.*, 224:217–228, octobre 2004. 159
- L. Gizon et A. C. Birch. Local Helioseismology. *Living Reviews in Solar Physics*, 2:6–+, novembre 2005. 13, 170
- L. Gizon, T. L. Duvall, Jr. et R. M. Larsen. Probing Surface Flows and Magnetic Activity with Time-Distance Helioseismology. Dans P. Brekke, B. Fleck et J. B. Gurman, éditeurs, *Recent Insights into the Physics of the Sun and Heliosphere : Highlights from SOHO and Other Space Missions*, volume 203 de *IAU Symposium*, pages 189–+, 2001. 159
- G. A. Glatzmaier. Numerical simulations of stellar convective dynamos. I - The model and method. *Journal of Computational Physics*, 55:461–484, septembre 1984. 20, 181, 182
- G. A. Glatzmaier. Numerical simulations of stellar convective dynamos. II - Field propagation in the convection zone. *ApJ*, 291:300–307, avril 1985a. 181
- G. A. Glatzmaier. Numerical simulations of stellar convective dynamos. III - At the base of the convection zone. *Geophysical and Astrophysical Fluid Dynamics*, 31:137–150, janvier 1985b. 181
- G. A. Glatzmaier. A Review of What Numerical Simulations Tell Us About the Internal Rotation of the Sun. Dans B. R. Durney et S. Sofia, éditeurs, *The Internal Solar Angular Velocity. Theory, Observations and Relationship to Solar Magnetic Fields, Proceedings of the 8th National Solar Observatory Summer Symposium, held in Sunspot, Mexico, August 11-14, 1986, Dordrecht : Reidel, 1987, edited by Bernard R. Durney and Sabatino Sofia. Astrophysics and Space Science Library, Vol. 137, p.263*, pages 263–+, 1987. 144
- G. A. Glatzmaier et P. H. Roberts. Rotation and Magnetism of Earth's Inner Core. *Science*, 274:1887–1891, décembre 1996. 35
- D. Gough et J. Toomre. Seismic observations of the solar interior. *ARA&A*, 29:627–685, 1991. 13
- D. O. Gough. The Anelastic Approximation for Thermal Convection. *Journal of Atmospheric Sciences*, 26:448–456, 1969. 181
- D. O. Gough et J. Toomre. On the detection of subphotospheric convective velocities and temperature fluctuations. *Sol. Phys.*, 82:401–410, janvier 1983. 13
-



- J.-L. Guermond, J. T. Oden et S. Prudhomme. Mathematical Perspectives on Large Eddy Simulation Models for Turbulent Flows. *Journal of Mathematical Fluid Mechanics*, 6:194–248, 2004. 23
- D. A. Haber, B. W. Hindman et J. Toomre. Interaction of solar subsurface flows with major active regions. Dans H. Sawaya-Lacoste, éditeur, *GONG+ 2002. Local and Global Helioseismology : the Present and Future*, volume 517 de *ESA Special Publication*, pages 103–108, février 2003. 159
- D. A. Haber, B. W. Hindman, J. Toomre, R. S. Bogart et F. Hill. Solar Subsurface Weather and Possible Giant Cell Signatures. Dans *Bulletin of the American Astronomical Society*, volume 34 de *Bulletin of the American Astronomical Society*, pages 645–+, mai 2002. 71, 72, 170
- D. A. Haber, B. W. Hindman, J. Toomre et M. J. Thompson. Organized Subsurface Flows near Active Regions. *Sol. Phys.*, 220:371–380, avril 2004. 159, 172
- H. J. Hagenaar. Ephemeral Regions on a Sequence of Full-Disk Michelson Doppler Imager Magnetograms. *ApJ*, 555:448–461, juillet 2001. 109
- J. D. Haigh. The effects of solar variability on the Earth's climate. *Royal Society of London Philosophical Transactions Series A*, 361:95–+, janvier 2003. 18, 171
- G. E. Hale. On the Probable Existence of a Magnetic Field in Sun-Spots. *ApJ*, 28:315–+, novembre 1908. 106
- G. E. Hale, F. Ellerman, S. B. Nicholson et A. H. Joy. The Magnetic Polarity of Sun-Spots. *ApJ*, 49:153–+, avril 1919. 106, 107
- G. E. Hale et S. B. Nicholson. No. 300. The law of Sun-spot polarity. *Contributions from the Mount Wilson Observatory / Carnegie Institution of Washington*, 300:1–31, 1925. 106
- V. H. Hansteen. Initial simulations spanning the upper convection zone to the corona. Dans A. V. Stepanov, E. E. Benevolenskaya et A. G. Kosovichev, éditeurs, *Multi-Wavelength Investigations of Solar Activity*, volume 223 de *IAU Symposium*, pages 385–386, 2004. 161
- V. H. Hansteen, M. Carlsson et B. Gudiksen. 3D Numerical Models of the Chromosphere, Transition Region, and Corona. Dans P. Heinzel, I. Dorotovič et R. J. Rutten, éditeurs, *The Physics of Chromospheric Plasmas*, volume 368 de *Astronomical Society of the Pacific Conference Series*, pages 107–+, mai 2007. 161
- J. W. Harvey, F. Hill, R. Hubbard, J. R. Kennedy, J. W. Leibacher, J. A. Pinter, P. A. Gilman, R. W. Noyes, A. M. Title, J. Toomre, R. K. Ulrich, A. Bhatnagar, J. A. Kennewell, W. Marquette, J. Patrón, O. Saá et E. Yasukawa. The Global Oscillation Network Group (GONG) Project. *Science*, 272:1284–+, mai 1996. 13
- K. L. Harvey et C. Zwaan. Properties and emergence of bipolar active regions. *Sol. Phys.*, 148:85–118, novembre 1993. 109
- D. H. Hathaway. Doppler Measurements of the Sun's Meridional Flow. *ApJ*, 460:1027–+, avril 1996. 70, 71
- D. H. Hathaway et R. M. Wilson. What the Sunspot Record Tells Us About Space Climate. *Sol. Phys.*, 224:5–19, octobre 2004. 93
- D. H. Hathaway, R. M. Wilson et E. J. Reichmann. A Synthesis of Solar Cycle Prediction Techniques. *J. Geophys. Res.*, 104:22375–+, octobre 1999. 93

- J. D. Hays, J. Imbrie et N. J. Shackleton. Variations in the Earth's Orbit : Pacemaker of the Ice Ages. *Science*, 194:1121–1132, décembre 1976. 93
- H. A. Hill, R. T. Stebbins et J. R. Oleson. The finite Fourier transform definition of an edge on the solar disk. *ApJ*, 200:484–498, septembre 1975. 13
- B. W. Hindman, L. Gizon, T. L. Duvall, Jr., D. A. Haber et J. Toomre. Comparison of Solar Subsurface Flows Assessed by Ring and Time-Distance Analyses. *ApJ*, 613:1253–1262, octobre 2004. 159, 172
- P. Hoyng. Helicity fluctuations in mean field theory : an explanation for the variability of the solar cycle ? *A&A*, 272:321–+, mai 1993. 46
- D. V. Hoyt et K. H. Schatten. Group Sunspot Numbers : A New Solar Activity Reconstruction. *Sol. Phys.*, 181:491–512, août 1998. 17
- C. A. Iglesias et F. J. Rogers. Updated Opal Opacities. *ApJ*, 464:943–+, juin 1996. 122
- H. Isobe, T. Miyagoshi, K. Shibata et T. Yokoyama. Filamentary structure on the Sun from the magnetic Rayleigh-Taylor instability. *Nature*, 434:478–481, mars 2005. 161
- D. J. Ivers et R. W. James. Extension of the Namikawa-Matsushita antidynamo theorem to toroidal fields. *Geophysical and Astrophysical Fluid Dynamics*, 36:317–323, 1986. 27
- E. Kalnay. *Atmospheric modeling, data assimilation and predictability*. Cambridge University Press, 2003. 94
- R. Kippenhahn et A. Weigert. *Stellar Structure and Evolution*. Stellar Structure and Evolution, XVI, 468 pp. 192 figs.. Springer-Verlag Berlin Heidelberg New York. Also Astronomy and Astrophysics Library, 1990. 5
- R. W. A. Kippenhahn. *Stellar Structure and Evolution*. Stellar Structure and Evolution, XVI, 468 pp. 192 figs.. Springer-Verlag Berlin Heidelberg New York. Also Astronomy and Astrophysics Library, 1994. 5
- L. L. Kitchatinov et G. Rüdiger. Anti-solar differential rotation. *Astronomische Nachrichten*, 325:496–500, octobre 2004. 9
- I. N. Kitiashvili et A. G. Kosovichev. Prediction of Sunspot Cycles by Data Assimilation Method. *ArXiv e-prints*, 807, juillet 2008. 93, 171
- N. I. Kleeorin et A. A. Ruzmaikin. Large-scale flows excited by magnetic fields in the solar convective zone. *Sol. Phys.*, 131:211–230, février 1991. 46
- E. Knobloch, S. M. Tobias et N. O. Weiss. Modulation and symmetry changes in stellar dynamos. *MNRAS*, 297:1123–1138, juillet 1998. 70
- A. G. Kosovichev et J. O. Stenflo. Investigation of Magnetic Properties of Emerging Active Regions. Dans *Bulletin of the American Astronomical Society*, volume 38 de *Bulletin of the American Astronomical Society*, pages 210–+, mai 2007. 133, 172
- A.G. Kosovichev. Helioseismic constraints on the gradient of angular velocity at the base of the solar convection zone. *Astrophys. J. Lett.*, 469:L61–L64, 1996. 13
- A.G. Kosovichev, T.L. Duvall Jr et P.H. Scherrer. Time-distance inversion methods and results. *Solar Phys.*, 192:159–176, March 2000. 14
-

- T. Kosugi, K. Matsuzaki, T. Sakao, T. Shimizu, Y. Sone, S. Tachikawa, T. Hashimoto, K. Minesugi, A. Ohnishi, T. Yamada, S. Tsuneta, H. Hara, K. Ichimoto, Y. Suematsu, M. Shimojo, T. Watanabe, S. Shimada, J. M. Davis, L. D. Hill, J. K. Owens, A. M. Title, J. L. Culhane, L. K. Harra, G. A. Doschek et L. Golub. The Hinode (Solar-B) Mission : An Overview. *Sol. Phys.*, 243:3–17, juin 2007. 15
- F. Krause et K.-H. Raedler. *Mean-field magnetohydrodynamics and dynamo theory*. Oxford, Pergamon Press, Ltd., 1980. 271 p., 1980. 20, 41, 169
- R. Laguerre, C. Nore, A. Ribeiro, J. Léorat, J. . Guermond et F. Plunian. Impact of turbines in the VKS2 dynamo experiment. *ArXiv e-prints*, 805, mai 2008. 34
- J. D. Landstreet, S. Bagnulo, V. Andretta, L. Fossati, E. Mason, J. Silaj et G. A. Wade. Searching for links between magnetic fields and stellar evolution : II. The evolution of magnetic fields as revealed by observations of Ap stars in open clusters and associations. *A&A*, 470:685–698, août 2007. 10
- J. D. Landstreet, J. Silaj, V. Andretta, S. Bagnulo, S. V. Berdyugina, J.-F. Donati, L. Fossati, P. Petit, J. Silvester et G. A. Wade. Searching for links between magnetic fields and stellar evolution. III. Measurement of magnetic fields in open cluster Ap stars with ESPaDOnS. *A&A*, 481:465–480, avril 2008. 10
- S. R. Lantz et Y. Fan. Anelastic Magnetohydrodynamic Equations for Modeling Solar and Stellar Convection Zones. *ApJS*, 121:247–264, mars 1999. 166
- J. S. Larmor. The relativity of the forces of Nature. *MNRAS*, 80:118–+, décembre 1919. 26
- J. Lean, G. Rottman, J. Harder et G. Kopp. SORCE Contributions to New Understanding of Global Change and Solar Variability. *Sol. Phys.*, 230:27–53, août 2005. 18, 171
- R. B. Leighton. Transport of Magnetic Fields on the Sun. *ApJ*, 140:1547–+, novembre 1964. 31, 68, 169
- R. B. Leighton. A Magneto-Kinematic Model of the Solar Cycle. *ApJ*, 156:1–+, avril 1969. 31, 68, 169
- R.B. Leighton, R.W. Noyes et G.W. Simon. Velocity fields in the solar atmosphere. i. preliminary report. *Astrophys. J.*, 135:474–499, March 1962. 13
- M. Lesieur. *Turbulence in Fluids*. Dordrecht : Kluwer, 1997. 185
- C. Lindsey et D. C. Braun. Seismic Images of the Far Side of the Sun. *Science*, 287:1799–1801, mars 2000. 13
- B. W. Lites, K. D. Leka, A. Skumanich, V. Martinez Pillet et T. Shimizu. Small-Scale Horizontal Magnetic Fields in the Solar Photosphere. *ApJ*, 460:1019–+, avril 1996. 109
- D. W. Longcope. Topology and Current Ribbons : A Model for Current, Reconnection and Flaring in a Complex, Evolving Corona. *Sol. Phys.*, 169:91–121, novembre 1996. 118
- D. W. Longcope et I. Klapper. Dynamics of a Thin Twisted Flux Tube. *ApJ*, 488:443–+, octobre 1997. 118
- M. C. López Fuentes, P. Demoulin, C. H. Mandrini et L. van Driel-Gesztelyi. The Counterkink Rotation of a Non-Hale Active Region. *ApJ*, 544:540–549, novembre 2000. 133
-

- B. C. Low. Coronal mass ejections and magnetic helicity. Dans J. J. Hunt, éditeur, *Solar Dynamic Phenomena and Solar Wind Consequences, the Third SOHO Workshop*, volume 373 de *ESA Special Publication*, pages 123–+, décembre 1994. 116
- K. B. MacGregor et J. P. Cassinelli. Magnetic Fields in Massive Stars. II. The Buoyant Rise of Magnetic Flux Tubes through the Radiative Interior. *ApJ*, 586:480–494, mars 2003. 35
- A. Maeder. The Physics of Rotational Mixing in Massive Stars. Dans I. Howarth, éditeur, *Properties of Hot Luminous Stars*, volume 131 de *Astronomical Society of the Pacific Conference Series*, pages 85–+, 1998. 6, 19
- A. Maeder et G. Meynet. Stellar evolution with rotation and magnetic fields. I. The relative importance of rotational and magnetic effects. *A&A*, 411:543–552, décembre 2003. 6, 19
- T. Magara. A Model for Dynamic Evolution of Emerging Magnetic Fields in the Sun. *ApJ*, 605:480–492, avril 2004. 160, 174
- J. M. Malherbe, B. Schmieder, P. Mein, N. Mein, L. van Driel-Gesztelyi et M. von Uexküll. Arch Filament Systems Associated with X-Ray Loops. *Sol. Phys.*, 180:265–284, juin 1998. 110
- W. V. R. Malkus et M. R. E. Proctor. The macrodynamics of alpha-effect dynamos in rotating fluids. *Journal of Fluid Mechanics*, 67:417–443, février 1975. 46
- W. Manchester, IV, T. Gombosi, D. DeZeeuw et Y. Fan. Eruption of a Buoyantly Emerging Magnetic Flux Rope. *ApJ*, 610:588–596, juillet 2004. 160, 161, 174
- J. Martínez-Sykora, V. Hansteen et M. Carlsson. Twisted Flux Tube Emergence From the Convection Zone to the Corona. *ApJ*, 679:871–888, mai 2008. 161
- S. Mathis et J.-P. Zahn. Transport and mixing in the radiation zones of rotating stars. i. hydrodynamical processes. *Astron. Astrophys.*, 425:229–242, 2004. 6, 19
- S. Mathis et J.-P. Zahn. Transport and mixing in the radiation zones of rotating stars. II. Axisymmetric magnetic field. *A&A*, 440:653–666, septembre 2005. 6
- P. C. Matthews, D. W. Hughes et M. R. E. Proctor. Magnetic Buoyancy, Vorticity, and Three-dimensional Flux-Tube Formation. *ApJ*, 448:938–+, août 1995. 113, 173
- Pierre Mein. Inhomogeneities in the solar atmosphere from the caii infra-red lines. *Solar Phys.*, 20:3–18, 1971. 13
- M. Meneguzzi et A. Pouquet. Turbulent dynamos driven by convection. *Journal of Fluid Mechanics*, 205:297–318, 1989. 29
- G. Meynet et A. Maeder. Stellar evolution with rotation. I. The computational method and the inhibiting effect of the  $\mu$ -gradient. *A&A*, 321:465–476, mai 1997. 6
- G. Meynet et A. Maeder. Stellar evolution with rotation. V. Changes in all the outputs of massive star models. *A&A*, 361:101–120, septembre 2000. 9
- G. Meynet et A. Maeder. Stellar evolution with rotation. XI. Wolf-Rayet star populations at different metallicities. *A&A*, 429:581–598, janvier 2005. 9
- M. S. Miesch. Large-Scale Dynamics of the Convection Zone and Tachocline. *Living Reviews in Solar Physics*, 2:1–+, avril 2005. 70
-

- M. S. Miesch, A. S. Brun, M. L. DeRosa et J. Toomre. Structure and Evolution of Giant Cells in Global Models of Solar Convection. *ApJ*, 673:557–575, janvier 2008. 13, 17, 20, 144, 170
- M. S. Miesch, A. S. Brun et J. Toomre. Solar Differential Rotation Influenced by Latitudinal Entropy Variations in the Tachocline. *ApJ*, 641:618–625, avril 2006. 145, 146
- M. S. Miesch, J. R. Elliott, J. Toomre, T. L. Clune, G. A. Glatzmaier et P. A. Gilman. Three-dimensional Spherical Simulations of Solar Convection. I. Differential Rotation and Pattern Evolution Achieved with Laminar and Turbulent States. *ApJ*, 532:593–615, mars 2000. 145, 181
- P. D. Mininni et D. O. Gómez. Study of Stochastic Fluctuations in a Shell Dynamo. *ApJ*, 573:454–463, juillet 2002. 46
- P. D. Mininni et D. O. Gómez. A new technique for comparing solar dynamo models and observations. *A&A*, 426:1065–1073, novembre 2004. 46
- U. Mitra-Kraev et M. J. Thompson. Meridional flow profile measurements with SOHO/MDI. *Astronomische Nachrichten*, 328:1009–1012, 2007. 71, 147, 170
- H. K. Moffatt. The degree of knottedness of tangled vortex lines. *Journal of Fluid Mechanics*, 35:117–129, 1969. 115
- H. K. Moffatt. *Magnetic field generation in electrically conducting fluids*. Cambridge, England, Cambridge University Press, 1978. 353 p., 1978. 26, 27, 41, 44
- R. Monchaux, M. Berhanu, M. Bourgoin, M. Moulin, P. Odier, J.-F. Pinton, R. Volk, S. Fauve, N. Morand, F. Pétrélis, A. Chiffaudel, F. Daviaud, B. Dubrulle, C. Gasquet, L. Marié et F. Ravelet. Generation of a Magnetic Field by Dynamo Action in a Turbulent Flow of Liquid Sodium. *Physical Review Letters*, 98(4):044502–+, janvier 2007. 33
- J. Montalbán, F. D’Antona, F. Kupka et U. Heiter. Convection in the atmospheres and envelopes of Pre-Main Sequence stars. *A&A*, 416:1081–1096, mars 2004. 9
- P. Morel. CESAM : A code for stellar evolution calculations. *A&AS*, 124:597–614, septembre 1997. 122
- F. Moreno-Insertis et T. Emonet. The Rise of Twisted Magnetic Tubes in a Stratified Medium. *ApJ Lett.*, 472:L53+, novembre 1996. 118
- F. Moreno-Insertis, M. Schuessler et A. Ferriz-Mas. Storage of magnetic flux tubes in a convective overshoot region. *A&A*, 264:686–700, octobre 1992. 128
- D. Moss. Magnetic Fields in the Ap and Bp Stars : a Theoretical Overview. Dans G. Mathys, S. K. Solanki et D. T. Wickramasinghe, éditeurs, *Magnetic Fields Across the Hertzsprung-Russell Diagram*, volume 248 de *Astronomical Society of the Pacific Conference Series*, pages 305–+, 2001. 9
- D. Moss, A. Brandenburg, R. Tavakol et I. Tuominen. Stochastic effects in mean-field dynamos. *A&A*, 265:843–849, novembre 1992. 46
- D. Moss et J. Brooke. Towards a model for the solar dynamo. *MNRAS*, 315:521–533, juillet 2000. 46
- W. A. Newcomb. Convective Instability Induced by Gravity in a Plasma with a Frozen-In Magnetic Field. *Physics of Fluids*, 4:391–396, avril 1961. 160
- R. W. Noyes, N. O. Weiss et A. H. Vaughan. The relation between stellar rotation rate and activity cycle periods. *ApJ*, 287:769–773, décembre 1984. 10, 11, 35
-

- D. O’Neal, S. H. Saar et J. E. Neff. Measurements of Starspot Area and Temperature on Five Active, Evolved Stars. *ApJ*, 463:766–+, juin 1996. 108
- A. J. H. Ossendrijver et P. Hoyng. Stochastic and nonlinear fluctuations in a mean field dynamo. *A&A*, 313:959–970, septembre 1996. 46
- K. Otsuji, K. Shibata, R. Kitai, S. Ueno, S. Nagata, T. Matsumoto, T. Nakamura, H. Watanabe, S. Tsuneta, Y. Suematsu, K. Ichimoto, T. Shimizu, Y. Katsukawa, T. D. Tarbell, B. Lites, R. A. Shine et A. M. Title. Small-Scale Magnetic-Flux Emergence Observed with Hinode Solar Optical Telescope. *PASJ*, 59:649–+, novembre 2007. 28
- A. Palacios et A. S. Brun. Simulation of turbulent convection in a slowly rotating red giant star. *Astronomische Nachrichten*, 328:1114–+, 2007. 20
- A. Palacios, C. Charbonnel, S. Talon et L. Siess. Rotational mixing in low-mass stars. II. Self-consistent models of Pop II RGB stars. *A&A*, 453:261–278, juillet 2006. 9
- A. Palacios, S. Talon, C. Charbonnel et M. Forestini. Rotational mixing in low-mass stars. I Effect of the  $\mu$ -gradients in main sequence and subgiant Pop I stars. *A&A*, 399:603–616, février 2003. 9
- M. A. Palmer, L. J. Gray, M. R. Allen et W. A. Norton. Solar forcing of climate : model results. *Advances in Space Research*, 34:343–348, 2004. 18
- E. Pariat, G. Aulanier, B. Schmieder, M. K. Georgoulis, D. M. Rust et P. N. Bernasconi. Resistive Emergence of Undulatory Flux Tubes. *ApJ*, 614:1099–1112, octobre 2004. 109
- E. N. Parker. Hydromagnetic Dynamo Models. *ApJ*, 122:293–+, septembre 1955a. 31, 97, 169
- E. N. Parker. The Formation of Sunspots from the Solar Toroidal Field. *ApJ*, 121:491–+, mars 1955b. 32, 114
- E. N. Parker. The Dynamical Properties of Twisted Ropes of Magnetic Field and the Vigor of New Active Regions on the Sun. *ApJ*, 191:245–254, juillet 1974. 127
- E. N. Parker. A solar dynamo surface wave at the interface between convection and nonuniform rotation. *ApJ*, 408:707–719, mai 1993. 67
- P. Petit, B. Dintrans, S. K. Solanki, J.-F. Donati, M. Aurière, F. Lignières, J. Morin, F. Paletou, J. Ramirez, C. Catala et R. Fares. Toroidal versus poloidal magnetic fields in Sun-like stars : a rotation threshold. *MNRAS*, 388:80–88, juillet 2008. 11
- A. Pouquet, U. Frisch et J. Leorat. Strong MHD helical turbulence and the nonlinear dynamo effect. *Journal of Fluid Mechanics*, 77:321–354, septembre 1976. 44
- M. R. E. Proctor. Numerical solutions of the nonlinear  $\alpha$ -effect dynamo equations. *Journal of Fluid Mechanics*, 80:769–784, mai 1977. 46
- M. R. E. Proctor et N. O. Weiss. Magnetoconvection. *Reports of Progress in Physics*, 45:1317–1379, novembre 1982. 153
- M. P. Rast. The Scales of Granulation, Mesogranulation, and Supergranulation. *ApJ*, 597:1200–1210, novembre 2003. 13, 14
- S. Régnier et T. Amari. 3D magnetic configuration of the H $\alpha$  filament and X-ray sigmoid in NOAA AR 8151. *A&A*, 425:345–352, octobre 2004. 107
-

- M. Rempel. Overshoot at the Base of the Solar Convection Zone : A Semianalytical Approach. *ApJ*, 607:1046–1064, juin 2004. 145
- M. Rempel. Solar Differential Rotation and Meridional Flow : The Role of a Subadiabatic Tachocline for the Taylor-Proudman Balance. *ApJ*, 622:1320–1332, avril 2005. 46
- M. Rempel. Flux-Transport Dynamos with Lorentz Force Feedback on Differential Rotation and Meridional Flow : Saturation Mechanism and Torsional Oscillations. *ApJ*, 647:662–675, août 2006. 46, 47, 53
- P. Renson, M. Gerbaldi et F. A. Catalano. General catalogue of AP and AM stars. *A&AS*, 89:429–434, septembre 1991. 10
- J. B. Rice et K. G. Strassmeier. Doppler imaging from artificial data. Testing the temperature inversion from spectral-line profiles. *A&AS*, 147:151–168, novembre 2000. 108
- D. Richard et J.-P. Zahn. Turbulence in differentially rotating flows. What can be learned from the Couette-Taylor experiment. *A&A*, 347:734–738, juillet 1999. 36
- F. J. Robinson. Fully Compressible Solar Differential Rotation. Dans D. Danesy, éditeur, *SOHO 14 Helio- and Asteroseismology : Towards a Golden Future*, volume 559 de *ESA Special Publication*, pages 282–+, octobre 2004. 145
- G. Rudiger et L. L. Kitchatinov. The slender solar tachocline : a magnetic model. *Astronomische Nachrichten*, 318:273–+, août 1997. 145
- D. M. Rust et A. Kumar. Helical magnetic fields in filaments. *Sol. Phys.*, 155:69–97, novembre 1994. 116
- D. M. Rust et A. Kumar. Evidence for Helically Kinked Magnetic Flux Ropes in Solar Eruptions. *ApJ Lett.*, 464:L199+, juin 1996. 116
- S. Saar. Stellar Dynamos : Scaling Laws and Coronal Connections. Dans F. Favata et J. J. Drake, éditeurs, *Stellar Coronae in the Chandra and XMM-NEWTON Era*, volume 277 de *Astronomical Society of the Pacific Conference Series*, pages 311–+, décembre 2002. 11, 12
- S. H. Saar et A. Brandenburg. Time Evolution of the Magnetic Activity Cycle Period. II. Results for an Expanded Stellar Sample. *ApJ*, 524:295–310, octobre 1999. 35, 171
- E. L. Schatzman et F. Praderie. *Les étoiles*. Paris : InterEditions : Editions du CNRS, c1990., 1990. 5
- A. A. Schekochihin, A. B. Iskakov, S. C. Cowley, J. C. McWilliams, M. R. E. Proctor et T. A. Yousef. Fluctuation dynamo and turbulent induction at low magnetic Prandtl numbers. *New Journal of Physics*, 9:300–+, août 2007. 29
- B. Schmieder. Wave propagation in the photosphere. *Solar Phys.*, 47:435–460, 1976. 13
- B. Schmieder. Linear hydrodynamical equations coupled with radiative transfer in a non-isothermal atmosphere. *Solar Phys.*, 54:269–288, 1977. 13
- B. Schmieder, P. Demoulin, G. Aulanier et L. Golub. Differential Magnetic Field Shear in an Active Region. *ApJ*, 467:881–+, août 1996. 107
-

- B. Schmieder, P. Démoulin, D. M. Rust, M. K. Georgoulis et P. N. Bernasconi. Emerging Flux and the Heating of Coronal Loops. Dans A. K. Dupree et A. O. Benz, éditeurs, *Stars as Suns : Activity, Evolution and Planets*, volume 219 de *IAU Symposium*, pages 483–+, janvier 2004. 109
- J. H. M. M. Schmitt. X-ray Emission from Single Stars. Dans A. K. Dupree et A. O. Benz, éditeurs, *Stars as Suns : Activity, Evolution and Planets*, volume 219 de *IAU Symposium*, pages 187–+, janvier 2004. 11
- C. J. Schrijver, M. L. DeRosa, T. Metcalf, G. Barnes, B. Lites, T. Tarbell, J. McTiernan, G. Valori, T. Wiegmann, M. S. Wheatland, T. Amari, G. Aulanier, P. Démoulin, M. Fuhrmann, K. Kusano, S. Régnier et J. K. Thalmann. Nonlinear Force-free Field Modeling of a Solar Active Region around the Time of a Major Flare and Coronal Mass Ejection. *ApJ*, 675:1637–1644, mars 2008. 107
- C. J. Schrijver et C. Zwaan. *Solar and Stellar Magnetic Activity*. Solar and stellar magnetic activity / Carolus J. Schrijver, Cornelius Zwaan. New York : Cambridge University Press, 2000. (Cambridge astrophysics series ; 34), avril 2000. 16
- M. Schuessler. Magnetic buoyancy revisited - Analytical and numerical results for rising flux tubes. *A&A*, 71:79–91, janvier 1979. 118
- N. R. Sheeley, Jr. Polar faculae - 1906-1990. *ApJ*, 374:386–389, juin 1991. 92
- K. Shibata, T. Tajima, R. S. Steinolfson et R. Matsumoto. Two-dimensional magnetohydrodynamic model of emerging magnetic flux in the solar atmosphere. *ApJ*, 345:584–596, octobre 1989. 160
- A. Shukurov. Global magnetic structures in spiral galaxies : Evidence for dynamo action. Dans E. M. Berkhuijsen, R. Beck et R. A. M. Walterbos, éditeurs, *Proceedings 232. WE-Heraeus Seminar*, pages 191–200, décembre 2000. 37
- A. Shukurov. Introduction to galactic dynamos. *ArXiv Astrophysics e-prints*, novembre 2004. 37
- H. B. Snodgrass et S. B. Dailey. Meridional Motions of Magnetic Features in the Solar Photosphere. *Sol. Phys.*, 163:21–42, janvier 1996. 70, 71, 170
- P. Souffrin. Radiative relaxation of sound waves in an optically thin isothermal atmosphere. *A&A*, 17: 458–467, 1972. 13
- P. R. Spalart, R. D. Moser et M. M. Rogers. Spectral methods for the Navier-Stokes equations with one infinite and two periodic directions. *Journal of Computational Physics*, 96:297–324, octobre 1991. 193
- E. A. Spiegel et J.-P. Zahn. The solar tachocline. *A&A*, 265:106–114, novembre 1992. 8
- H. C. Spruit. Motion of magnetic flux tubes in the solar convection zone and chromosphere. *A&A*, 98: 155–160, mai 1981. 117, 172
- H. C. Spruit. Dynamo action by differential rotation in a stably stratified stellar interior. *A&A*, 381: 923–932, janvier 2002. 35, 173
- H. C. Spruit et A. A. van Ballegooijen. Stability of toroidal flux tubes in stars. *A&A*, 106:58–66, février 1982. 113, 131
- M. Steenbeck, F. Krause et K. H. Rädler. A Calculation of the Mean Electromotive Force in an Electrically Conducting Fluid in Turbulent Motion Under the Influence of Coriolis Forces. *Zeitschrift Naturforschung Teil A*, 21:369–376, 1966. 41
-



- M. Steffen et B. Freytag. Rotating 'star-in-a-box' experiments. *Astronomische Nachrichten*, 328:1054–1058, 2007. 19
- R.F. Stein et Å. Nordlund. Simulations of solar granulation : I. general properties. *Astrophys. J.*, 499: 914–933, 1998. 20
- R.F. Stein et Å. Nordlund. Realistic solar convection simulations. *Solar Phys.*, 192:91–108, 2000. 20
- M. Stix. *The sun : an introduction*. The sun : an introduction – 2nd ed. /Michael Stix. Berlin : Springer, 2002. QB 521 .S75, 2002. 14
- K. G. Strassmeier. Doppler imaging of stellar surface structure. XI. The super starspots on the K0 giant HD 12545 : larger than the entire Sun. *A&A*, 347:225–234, juillet 1999. 108
- L. H. Strous, G. Scharmer, T. D. Tarbell, A. M. Title et C. Zwaan. Phenomena in an emerging active region. I. Horizontal dynamics. *A&A*, 306:947–+, février 1996. 110
- L. Svalgaard, E. W. Cliver et Y. Kamide. Sunspot cycle 24 : Smallest cycle in 100 years? *Geophys. Res. Lett.*, 32:1104–+, janvier 2005. 93
- H. Svensmark. Influence of Cosmic Rays on Earth's Climate. *Physical Review Letters*, 81:5027–5030, novembre 1998. 18, 171
- O. Talagrand. The use of adjoint equations in numerical modeling of the atmospheric circulation. Dans A. Griewank et G. Eds Corliess, éditeurs, *Automatic Differentiation of Algorithms : Theory, Implementation and Application*, pages 169–180, 1991. 95
- O. Talagrand. Assimilation of Observations. *J. Meteor. Soc. Japan*, 75:191–209, 1997. 94
- O. Talagrand. A posteriori Validation of Assimilation Algorithms. Dans *Data Assimilation for the Earth System*, Kluwer Academic Publishers, pages 85–95, 2003. 95
- K. F. Tapping. Recent solar radio astronomy at centimeter wavelengths - The temporal variability of the 10.7-cm flux. *J. Geophys. Res.*, 92:829–838, janvier 1987. 92
- J.-L. Tassoul. *Theory of rotating stars*. Princeton Series in Astrophysics, Princeton : University Press, 1978, 1978. 9
- R. J. Tayler. The adiabatic stability of stars containing magnetic fields-I.Toroidal fields. *MNRAS*, 161: 365–+, 1973. 134, 173
- C. Thompson et R. C. Duncan. Neutron star dynamos and the origins of pulsar magnetism. *ApJ*, 408: 194–217, mai 1993. 35
- M. J. Thompson, J. Christensen-Dalsgaard, M. S. Miesch et J. Toomre. The Internal Rotation of the Sun. *ARA&A*, 41:599–643, 2003. 15, 169
- A. M. Title. The Quiet Sun Magnetic Fields. Dans K. Shibata, S. Nagata et T. Sakurai, éditeurs, *New Solar Physics with Solar-B Mission*, volume 369 de *Astronomical Society of the Pacific Conference Series*, pages 125–+, octobre 2007. 109
- S. M. Tobias, N. H. Brummell, T. L. Clune et J. Toomre. Pumping of Magnetic Fields by Turbulent Penetrative Convection. *ApJ Lett.*, 502:L177+, août 1998. 42

- S. M. Tobias, N. H. Brummell, T. L. Clune et J. Toomre. Transport and Storage of Magnetic Field by Overshooting Turbulent Compressible Convection. *ApJ*, 549:1183–1203, mars 2001. 20, 42
- J. Toomre. Order amidst turbulence. *Science*, 296:64–65, 2002. 13
- T. Török et B. Kliem. The evolution of twisting coronal magnetic flux tubes. *A&A*, 406:1043–1059, août 2003. 111, 174
- D. J. Tritton. *Physical fluid dynamics /2nd revised and enlarged edition/*. Oxford, Clarendon Press, 1988, 536 p., 1988. 22
- S. Turck-Chièze, R. A. García, S. Couvidat, R. K. Ulrich, L. Bertello, F. Varadi, A. G. Kosovichev, A. H. Gabriel, G. Berthomieu, A. S. Brun, I. Lopes, P. Pallé, J. Provost, J. M. Robillot et T. Roca Cortés. Looking for Gravity-Mode Multiplets with the GOLF Experiment aboard SOHO. *ApJ*, 604:455–468, mars 2004. 13
- I. G. Usoskin, S. K. Solanki et G. A. Kovaltsov. Grand minima and maxima of solar activity : new observational constraints. *A&A*, 471:301–309, août 2007. 16
- M. Švanda, A. G. Kosovichev et J. Zhao. Speed of Meridional Flows and Magnetic Flux Transport on the Sun. *ApJ Lett.*, 670:L69–L72, novembre 2007. 71
- M. Švanda, A. G. Kosovichev et J. Zhao. Effects of Solar Active Regions on Meridional Flows. *ArXiv e-prints*, 805, mai 2008. 71, 158, 172
- S. I. Vainshtein et F. Cattaneo. Nonlinear restrictions on dynamo action. *ApJ*, 393:165–171, juillet 1992. 45
- S. I. Vainshtein et Y. B. Zel'Dovich. Origin of Magnetic Fields in Astrophysics. *Soviet Physics Uspekhi*, 15:159–+, juillet 1972. 27
- L. Valdettaro. Subgrid-Scale modeling. Dans M. Rieutord et B. Dubrulle, éditeurs, *EAS Publications Series*, volume 21 de *EAS Publications Series*, pages 197–218, 2006. 185
- L. van Driel-Gesztelyi. Emergence and loss of magnetic flux on the solar surface. Dans H. Sawaya-Lacoste, éditeur, *SOLMAG 2002. Proceedings of the Magnetic Coupling of the Solar Atmosphere Euroconference*, volume 505 de *ESA Special Publication*, pages 113–120, octobre 2002. 109
- L. van Driel-Gesztelyi et K. Petrovay. Asymmetric flux loops in active regions. *Sol. Phys.*, 126:285–298, avril 1990. 133
- A. Vögler, S. Shelyag, M. Schüssler, F. Cattaneo et T. Emonet. Simulations of magneto-convection in the solar photosphere. equations, methods, and results of the muram code. *Astron. Astrophys.*, 429: 335–351, 2005. 20
- Y.-M. Wang, A. G. Nash et N. R. Sheeley, Jr. Magnetic flux transport on the sun. *Science*, 245:712–718, août 1989. 68, 107
- Y.-M. Wang et N. R. Sheeley, Jr. Magnetic flux transport and the sun's dipole moment - New twists to the Babcock-Leighton model. *ApJ*, 375:761–770, juillet 1991. 68
- Y.-M. Wang, N. R. Sheeley, Jr. et A. G. Nash. A new solar cycle model including meridional circulation. *ApJ*, 383:431–442, décembre 1991. 68, 169
-

- N. O. Weiss, F. Cattaneo et C. A. Jones. Periodic and aperiodic dynamo waves. *Geophysical and Astrophysical Fluid Dynamics*, 30:305–341, 1984. 46
- N. O. Weiss, M. R. E. Proctor et D. P. Brownjohn. Magnetic flux separation in photospheric convection. *MNRAS*, 337:293–304, novembre 2002. 20, 153
- O. C. Wilson. Chromospheric variations in main-sequence stars. *ApJ*, 226:379–396, décembre 1978. 10
- J. G. Wissink, D. W. Hughes, P. C. Matthews et M. R. E. Proctor. The three-dimensional breakup of a magnetic layer. *MNRAS*, 318:501–510, octobre 2000. 113, 173
- V. C. Wong et D. K. Lilly. A comparison of two dynamic subgrid closure methods for turbulent thermal convection. *Physics of Fluids*, 6:1016–1023, février 1994. 185
- P. R. Woodward, D. H. Porter et M. Jacobs. 3-D Simulations of Turbulent Compressible Stellar Convection. Dans S. Turcotte, S. C. Keller et R. M. Cavallo, éditeurs, *3D Stellar Evolution*, volume 293 de *Astronomical Society of the Pacific Conference Series*, pages 45–+, 2003. 19
- H. Yoshimura. Solar-cycle dynamo wave propagation. *ApJ*, 201:740–748, novembre 1975. 67, 98
- J.-P. Zahn. Circulation and turbulence in rotating stars. *Astron. Astrophys.*, 265:115–132, 1992. 6, 19
- J.-P. Zahn, A. S. Brun et S. Mathis. On magnetic instabilities and dynamo action in stellar radiation zones. *A&A*, 474:145–154, octobre 2007. 35, 127, 134, 173
- J.-P. Zahn, S. Talon et J. Matias. Angular momentum transport by internal waves in the solar interior. *Astron. Astrophys.*, 322:320–328, 1997. 6
- Y. B. Zel'Dovich. . *Sov. Phys. JETP*, 4:460–+, 1957. 27
- K. Zhang et G. Schubert. Magnetohydrodynamics in rapidly rotating spherical systems. *Annu. Rev. Astron. Astrophys.*, 32:409–443, 2000. 20
- J. Zhao et A. G. Kosovichev. Torsional Oscillation, Meridional Flows, and Vorticity Inferred in the Upper Convection Zone of the Sun by Time-Distance Helioseismology. *ApJ*, 603:776–784, mars 2004. 71
- J. Zhao, A.G. Kosovichev et T.L. Duvall Jr. Investigation of mass flows beneath a sunspot by time-distance helioseismology. *Astrophys. J.*, 557:384–388, August 2001. 14
-